13

عربی اقلیدس

کا

پہلا مقالہ

٩ رجب ١٣٠١ھ

جسے شمس العلما

مولوی مفتی محمد عبداللہ صاحب ٹک پروفیسر اورینٹل کالج لاہور نے

اردو زبان میں ترجمہ کیا

سنہ ۱۹۰۲ع

بحسن اہتمام مولوی سید ممتاز علی صاحب مالک مطبع

رفاہ عام اسٹیم پریس لاہور میں چھپا

طبع اول ۱۵۰۰ قیمت ۸/

دیباچہ

تمہید ایک فلاسفر کا مقولہ ہے کہ انسانی خیالات کے پیچیدہ اور تاریک سلسلے میں روشنی اور اس کی علمی قوت کے نازک نونہال میں شادابی حاصل ہونے کے لئے یہ امر ضروری ہے۔ کہ مختلف روشن خیال اور عالی دماغ فلاسفروں کی سرتوڑ کوششوں کے علمی نتائج۔ یعنی ہر قسم کے علوم و فنون کا خاکہ اپنی مادری زبان میں کھینچ کر معلومات میں وسعت اور سہولت پیدا کی جائے۔ غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے۔ کہ جو قومیں آج حکمت و فلسفے میں نمایاں ترقی کر چکی یا تہذیب و شائستگی کے میدان میں بہت دور نکل گئی ہیں۔ وہ ہمیشہ اسی سچے مقولے پر کاربند رہی ہیں۔ یہ سچ ہے۔ کہ فرانس و انگلستان نے اندلس (ہسپانیہ) کے اسلامی دار العلوموں میں حکمت اور فلسفے کی تعلیم پائی۔ مگر ساتھ ہی تاریخیں شہادت دیتی ہیں۔ کہ انہوں نے عرب کی فصیح و بلیغ زبان کے وسیع دائرے سے نکل کر اپنی سہل و سلیس مادری زبان کے ہموار میدان میں ان علوم و فنون کو پھیلایا۔ ہر چند اردو زبان کے فاضل اس بات میں کوششیں کر رہے ہیں کہ ہماری اردو زبان بھی ایک علمی زبان اور ہر ایک قسم کے علوم و فنون کا بیش قیمت مخزن بن جائے۔ مگر کیا چند کتابوں کے ترجمہ ہو جانے سے یہ عروس آرزو کرسی ظہور پر رونما ہو سکتی ہے؟ اور یہ غنچۂ تمنا شاخ وجود پر شگفتگی پا سکتا ہے؟ نہیں نہیں۔ بلکہ جب تک ہر ایک قسم کے علم و فن کے

ترجموں کا کافی ذخیرہ موجود نہ ہو۔ یہ شجرِ مقصود بارور اور یہ دامنِ امید پر گہر نہیں ہو سکتا۔ اس نظر سے مجھے کسی عربی علمی کتاب کے ترجمہ کرنے کا خیال ہوا۔ اور کسی قدر غور کے بعد میں نے یہ فیصلہ کیا کہ سردست اقلیدس کا بہ شمول اُن مفید اور قیمتی نوٹوں کے جو خواجہ نصیر طوسی نے کتاب مذکور پر زائد کئے ہیں سلیس اور بامحاورہ اردو میں ترجمہ کیا جائے +

کتاب اقلیدس کو ترجمے کے لئے کیوں منتخب کیا؟

یہ بات بالکل صاف ہے کہ ریاضی ایک ایسا فن ہے جس کے اصول میں مستحکم اور یقینی ہونے کی ایک خاص خوبی اور فضیلت پائی جاتی ہے جس کی دلیلیں متین اور سنجیدہ ہونے میں ضرب المثل ہیں۔ اس فن کی مشق اور مزاولت سے انسانی خیالات میں راست روی اور صحیح استدلال کی ہموار چٹانوں پر چلنے۔ کج بحثیوں کی پیچیدہ گھاٹیوں کی بھول بھلیوں سے بچنے کا مادہ مستحکم ہو جاتا ہے۔ یہ فن استقامت ذہنی اور صحت دماغی کے لئے ایک سچی کسوٹی ہے۔ جس سے اصلی اور ناگفتنی صداقت میں بیّن تمیز ہو سکتی ہے۔ اس فن کی عظمت اور برتری کے ثبوت میں یہ روایت کچھ کم مؤثر نہیں ہے کہ حکیم افلاطون کے بزرگ استاد حکیم سقراطیس نے باوجود اس اعلےٰ پوزیشن کے جو اسے فلسفۂ الٰہی میں حاصل تھی۔ اپنی عمر کے آخری حصے کو اسی فن کی تحصیل میں مصروف کرنا چاہا تھا +

پھر یہ بات عام طور پر مشہور ہے کہ یورپ میں کتاب اقلیدس کے پورے پندرہ ۱۵ مقالے اب تک دستیاب نہیں ہوئے۔ یہ شہرت صحیح ہو یا نہ ہو۔ اس میں کچھ شک نہیں ہے کہ مسلسل پورے

پندرہ[۱۵] مقالوں کا بہ شمول خواجہؒ موصوف کے نوٹوں کے اب تک اردو میں ترجمہ نہیں ہوا ہے - ہم نے ترجمے کے علاوہ بہت سے مفید نوٹ بھی بڑھائے ہیں - جو اصل کتاب اور خواجہؒ موصوف کے نوٹوں کے سمجھنے میں کافی مدد دیتے ہیں*

کتاب اقلیدس کا اصل مصنف کون ہے؟

حکیم اقلیدس کی بڑی خوش نصیبی ہے کہ یہ کتاب اسی کے نام سے شہرت پا گئی - در حقیقت حکیم آبلونیوس نجار نے اس کے پندرہ[۱۵] مقالے لکھے تھے - اور اس کے زمانے سے بہت دنوں بعد جب اسکندریہ کے کسی بادشاہ کو اس فن کا شوق ہوا - تو ان مقالوں کی ترتیب و توضیح کا کام اقلیدس کو سپرد کیا گیا - جو اس وقت اس فن میں خاص شہرت رکھتا تھا - لیکن اقلیدس نے صرف تیرہ[۱۳] مقالوں کی ترتیب و توضیح کی - اور پچھلے دو مقالوں کی ترتیب و توضیح اس کے شاگرد حکیم اسفلاؤس کے ہاتھ سے ہوئی - جو بادشاہ کے حکم سے پہلے مقالوں کے ساتھ شامل کر دئے گئے*

حکیم اقلیدس کے مختصر حالات

حکیم اقلیدس کو گزرے ہوئے اتنا عرصہ ہو چکا ہے - کہ آج ہماری تاریخیں یہ بتلانے سے پہلو تہی کرتی ہیں - کہ وہ کب پیدا ہوا - اور کب اس نے وفات پائی - وہ کس کا بیٹا تھا - اور اس نے تعلیم و تربیت کس سے حاصل کی؟ زیادہ سے زیادہ یہ کہا جاتا ہے - کہ وہ فرمانروائے مصر شاہ بوطالمی کے عہد سلطنت میں موجود تھا - جو میلادِ مسیح علیہ السلام سے پیشتر

---

* خواجہ نصیر طوسی کے نوٹوں کے آخر میں "محرر" کا لفظ لکھا گیا ہے - اور باقی نوٹوں کے آخر میں لفظ "مترجم" لکھا گیا ہے * مترجم

۳۲۳ سنہ ق م سے ۲۸۵ سنہ ق م تک مصر میں حکمرانی کرتا رہا تھا۔ اس قیاس سے کہ سکتے ہیں۔ کہ اقلیدس کو گزرے ہوئے اب تک تقریباً بائیس ۲۲ سو برس ہوئے ہونگے۔ اقلیدس نے شہر اسکندریہ میں جو تجارت کے ساتھ اس زمانے میں علم و ہنر کا بھی مرکز تھا۔ علم اقلیدس کا ایک باقاعدہ سکول جاری کیا۔ اور اس فن کے شوقین طالب علموں پر بڑی مہربانی کیا کرتا تھا۔ عام معاشرت میں بھی حلیم اور بردبار تھا۔ اور حتےٰ المقدور کسی کو تکلیف نہیں دیتا تھا +

حکیم اقلیدس کی تالیفات

کتاب اقلیدس کے علاوہ کتاب المعطیات۔ کتاب المرایا و المناظر۔ کتاب ظاہرات الفلک اور کتاب التعبیر کا بھی اقلیدس کی تصنیفات میں نام لیا جاتا ہے +

کتاب اقلیدس کے یونانی سے عربی میں ترجمے اور مترجموں کے نام

جب عباسی خاندان کے دورۂ خلافت میں وفور دولت اور وسعت ملک کے ساتھ علمی فتوحات کا بھی شوق ہوا۔ اور دور دراز ملکوں سے علمی ذخیرے آنے اور ان کے ترجمے ہونے شروع ہوئے۔ تو کتاب اقلیدس کے بھی کئی ترجمے کئے گئے۔ حکیم حجّاج بن یوسف کوفی نے دو ترجمے کئے۔ جن میں سے ایک ہارونی اور دوسرا مامونی کے نام سے مشہور ہے۔ حنین بن اسحاق عبادی نے بھی اس کتاب کا ترجمہ کیا۔ یہ فاضل عیسائی خاندان بنی عباد میں سے ۱۹۴ھ میں پیدا ہوا تھا۔ فن طب میں اپنے وقت کا امام تھا۔ اور یونانی زبان میں کامل مہارت رکھتا تھا۔ اس نے طب اور فلسفے کی اکثر کتابوں کے یونانی سے عربی زبان میں ترجمے کئے۔

اور خصوصاً فنِ طب میں بہت سی مفید کتابیں تصنیف کیں۔ مامون رشید عباسی کے عہد میں میر مترجم مقرر ہوا۔ اور متوکل علی اللہ عباسی کے عہد میں ترقی کرتا ہوا افسر الاطبا ہوگیا۔ آخر معتمد علی اللہ عباسی کے زمانے میں ۲۶۴ھ میں وفات پائی ✦

حکیم ثابت بن قرہ کا نام بھی کتاب اقلیدس کے ترجموں میں مشہور ہے۔ لیکن اس نے درحقیقت حنین بن اسحاق ہی کے ترجمے کی اصلاح اور درستی کی ہے۔ یہ فاضل بھی جو ۲۱۱ھ میں پیدا ہوا تھا۔ اپنے وقت میں یکتائے روزگار تھا۔ سریانی وغیرہ زبانوں میں اسے کامل قدرت تھی۔ طب اور فلسفے کی کتابوں کے کثرت سے ترجمے کیئے۔ اور بہت سی مفید تصنیفات یادگار چھوڑیں۔ قصبۂ حراں کے معمولی گھرانے میں سے تھا۔ اتفاقات زمانہ سے معتضد باللہ عباسی تک رسائی ہوگئی۔ رفتہ رفتہ اپنے فضل و کمال کے زور سے اس کے دربار میں بڑا رسوخ اور تقرب حاصل کیا۔ بغداد کے رصد خانے کا بھی مہتمم رہا۔ آخر ۲۸۸ھ میں وفات پائی ✦

تحریر اقلیدس کے معنی

تحریر کسی چیز کی اصلاح اور درستی کو کہتے ہیں۔ خواجہ نصیر طوسی نے حجّاج بن یوسف کوفی اور ثابت بن قرہ حرانی کے ترجموں کو ملا کر ایک صاف اور شستہ ترجمہ مرتب کیا۔ اور اس پر مفید نوٹ چڑھائے۔ یہی ترجمہ آج کل تحریر اقلیدس کے نام سے مشہور ہے۔ اور اسی کا اب ہم اردو میں ترجمہ کرتے ہیں ✦

خواجہ ابو جعفر محمد بن محمد بن حسن نصیر الدین طوسی

خواجہ نصیر طوسی کے مختصر حالات

فیلسوف خراسان کے مشہور علاقۂ طوس میں پیدا ہوا۔ اور وہیں نشو و نما پائی۔ کمال الدین موصلی اور معین الدین سالم مصری وغیرہ فاضلان عصر سے تعلیم و تربیت حاصل کی۔ اور اپنے وقت کے تمام فاضلوں سے آگے بڑھ کر بالاستحقاق صدارت کی کرسی پر بیٹھا۔ یوں تو ہر ایک فن میں وہ ایک مسلم الثبوت فاضل تھا۔ لیکن ریاضیات سے خصوصیّت کے ساتھ اُسے پوری دلچسپی اور اُس کی ہر ایک شاخ میں کامل مہارت تھی۔ مراغہ تبریز کا رصد خانہ جو ہلاکو خاں کی سرپرستی میں اسی فاضل کے اہتمام سے بنایا گیا تھا۔ ریاضیات میں اس کی اعلےٰ لیاقت پر ہمیشہ کے لئے سچی شہادت ہے۔ خواجۂ موصوف کچھ عرصے تک ناصرُالدین محتشم والی قہستان کے دربار میں عزت و امتیاز کے ساتھ رہا جس کے نام پر کتاب اخلاق ناصری تالیف کی ہے۔ اسی اثنا میں مستعصم باللہ عباسی کی تعریف میں ایک عربی قصیدہ لکھ کر بغداد روانہ کیا۔ مگر یہ سلسلہ مؤید الدین ابن العلقمی وزیر کو ناگوار گزرا۔ اس نے اُسی قصیدے کی پشت پر ناصر الدین محتشم کو لکھ بھیجا۔ کہ خلیفۃ المسلمین سے خواجہ نصیر کا تعلق خطرناک ہے۔ تم کو ہوشیار رہنا چاہیئے۔ ناصر الدین نے فوراً اسے قید کر لیا۔ اور چند روز بعد قلعہ اَلموت میں جو ملاحدہ اسماعیلیہ کی ایک مضبوط پناہ کی جگہ تھی علاء الدین محمدؐ کے پاس بھیج دیا۔ جہاں کچھ عرصے تک ملاحدہ میں اسے رہنا پڑا۔ مگر جب ہلاکو خاں نے ملاحدہ کو شکست دیکر قلعہ اَلموت پر قبضہ کر لیا۔ تو خواجہ نصیر کے ساتھ بڑی مہربانی سے پیش آیا۔ اور اُسے اپنے ساتھ لے لیا۔ رفتہ رفتہ ہلاکو خاں کے

دربار میں اس کا حد سے زیادہ اقتدار بڑھ گیا۔ اور جیسا کہ مؤرخوں کا بیان ہے۔ خواجۂ موصوف ہی نے ہلاکو خاں کو دار السلام بغداد پر لشکر کشی کی تحریک کی۔ جس کے قیامت خیز نتیجے پر آج تک آسمان روتا اور زمین کے چشموں سے آنسوؤں کے فوارے جاری ہیں۔ خواجہ نصیر مذہب سے شیعہ۔ مزاج کا خلیق اور طبیعت کا فیاض تھا۔ اہل اسلام خصوصاً شیعہ اور سادات علوی کو اس سے بڑے بڑے فائدے پہنچے۔ ۱۱ جمادی الاولیٰ ۵۹۷ھ میں پیدا ہوا تھا۔ اور رصد خانۂ مذکور تیار ہو چکنے کے بعد جب اپنے شاگردوں اور دوستوں کے ساتھ بغداد گیا۔ تو چند مہینوں کے قیام کے بعد اٹھارھویں ذی الحجہ کو ۶۷۲ھ میں وہیں وفات پائی۔ اور حسب وصیت حضرت موسے الکاظم علیہ و علے آبائہ الصلوٰۃ والسلام کے مشہد مقدس میں مدفون ہوا +

خواجہ نصیر کی تصنیفات

ریاضیات میں تحریر اقلیدس۔ تحریر مجسطی۔ تحریر اکر ثاؤذوسیس۔ تحریر اکر مالاناؤس۔ تحریر کتاب الکرۃ والاسطوانۃ۔ تحریر کتاب اللیل والنہار۔ تحریر کتاب الطلوع و الغروب۔ تحریر المطالع۔ کتاب المتوسطات۔ تذکرۃ الہیئۃ اور زیج ایلخانی۔ علم کلام میں تجرید اور تلخیص المحصل۔ علم اخلاق میں، اوصاف الاشراف۔ اور اخلاق ناصری۔ منطق و فلسفے میں شرح اشارات۔ عروض میں معیار الاشعار وغیرہ وغیرہ اس کی مشہور اور مفید تصنیفات ہیں +

ڈیڈیکیشن

عام دستور ہے۔ کہ مصنف اپنی کتابوں کو کسی لائق قدر دان کے نام نامی سے موسوم اور ممتاز کیا کرتے ہیں۔ چونکہ میرا تعلق سررشتۂ تعلیم سے ہے۔ اس لئے اس ترجمے کا سررشتۂ تعلیم پنجاب

کے اعلیٰ افسر عالی جناب مسٹر ڈبلیو بیل ایم اے ڈائرکٹر آف پبلک انسٹرکشن آف پنجاب مدظلہ العالی کے نام نامی سے موسوم کرنا مناسب اور موزوں معلوم ہوتا ہے - جن کی فاضلانہ لیاقت اور مدبرانہ حکمت زمرۂ ارباب فضل وکمال میں مسلم ہے - اور میں امید کرتا ہوں کہ عالی جناب ممدوح بہ لحاظ عام قدردانی اور فطرتی فیاضی کے اس ناچیز ترجمے کو نظر قبول سے ملاحظہ فرمانے کی عزت بخشینگے *

اب آخر میں چند مدحیہ شعر عرض کرکے دیباچے کو تمام کرتا ہوں - واللہ ولی التوفیق *

قصیدۂ مدحیہ از جانب مترجم

زمزمہ سنج ہوا ہے مرغ غزل خوان چمن — کہ نیا فصل بہاری نے نکالا جوبن

صفحۂ دہر بنا روکش بستان ارم — نہ رہا نام کو بھی تذکرۂ رنج و محن

اب تو پنجاب بھی ہے غیرت بصرہ و یونان — فیض سے اس کے جو ہے فضل و ہنر کا مامن

علم میں ہے جو ارسطو تو خرد میں سقراط — فہم میں گر ہے فلاطوں تو ذکا میں سولن

ملک پنجاب کی تعلیم کا اعلیٰ افسر — ڈبلیو بیل جو ہے خسرو اقلیم سخن

فلسفے کی ہے اگر روح تو سائنس کی جاں — ہے ریاضی کا خزانہ تو ادب کا مخزن

آج مشہور ہے تو ہند سے لیکر تا روم — شہرۂ عام ترا چین سے ہے تا جرمن

ہاں یہ ذرہ بھی بنے روکش ماہ خورشید — مہرورزی کا ترے مہر ہو گر سایہ فگن

اب یہ امید اجابت بہ دعا ہے میری — بہ خداوند جہاں مالک ہر نو و کہن

کہ شگفتہ گل امید سدا ہو تیرا — کشت مقصود میں سرسبزی ہو خرمن خرمن

کوکب عمر گرانمایہ رہے برسر اوج — نیر عزت و اقبال جہاں میں روشن

المترجم خاکسار مفتی محمد عبد اللہ ٹونکی عفا اللہ عنہ عربک پروفیسر اورینٹل کالج لاہور - فیلو پنجاب یونیورسٹی - ۱۶ اگست سنہ ۱۹۰۲ء

٧٨٦

پہلا مقالہ[1]

حدود[2]

(۱) نقطہ وہ چیز ہے جس کی طرف اشارہ ہو سکے۔ لیکن اس کی تقسیم ناممکن ہو +

نقطہ

(۲) خط وہ چیز ہے جس میں صرف لمبائی ہو۔ اور اس کا انجام جب[3] ہو۔ نقطے پر ہوتا ہے +

خط

(۳) خط مستقیم اُس خط کو کہتے ہیں جس کے سارے مفروضہ نقطے ایک سیدھ میں ہوں +

خط مستقیم

---

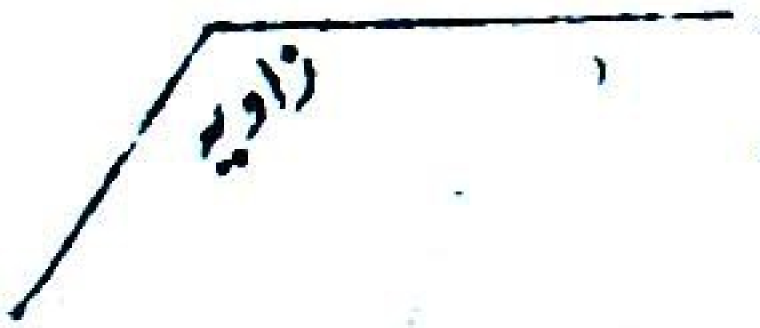
[1] حجاج کے نسخے میں اس مقالے کی صرف سینتالیس[47] شکلیں ہیں - اور ثابت کے نسخے میں پینتالیسویں[45] شکل زیادہ ہے جس کے ملانے سے اس کے نسخے میں اڑتالیس[48] شکلیں ہو جاتی ہیں۔ شکلوں کے بیان سے پہلے دستور ہے کہ حدود - اصول موضوعہ اور علوم متعارفہ لکھے جاتے ہیں۔ جن کی طرف شکلوں کے ثبوت دینے میں عموماً ضرورت پڑتی ہے + محرر

[2] حدود۔ حد کی جمع ہے۔ اور حد کسی چیز کے ایسے وصف یا مجموعۂ اوصاف کو کہتے ہیں۔ جن سے اُس چیز کی پوری پہچان حاصل ہو جائے + مترجم

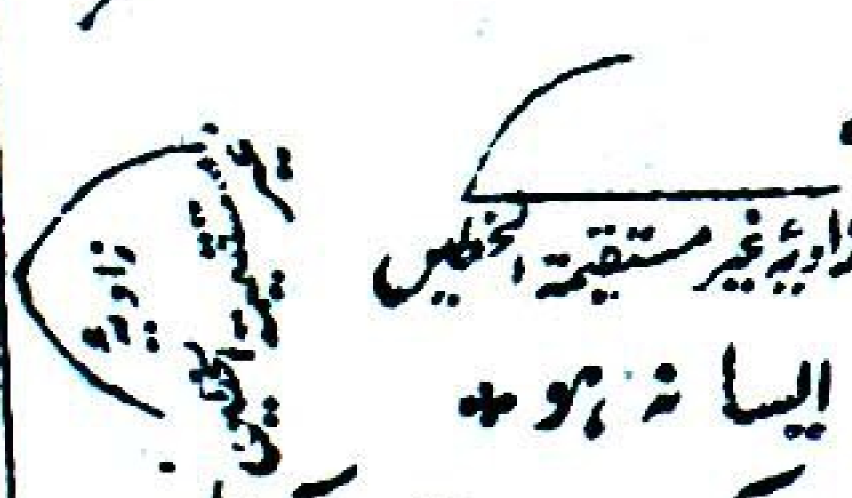
[3] یہ اس لئے کہا۔ کہ محیط دائرے کی صورت میں خط کا اور محیط کُرے کی صورت میں سطح کا انجام بالفعل نہیں ہوتا + مترجم

(۴) سطح یا بسیط وہ چیز ہے جس میں صرف لمبائی اور چوڑائی ہو۔ اور اُس کا انجام جب ہو۔ خط پر ہوتا ہے +

(۵) سطح مستوی اُس سطح کو کہتے ہیں جس کے سارے مفروضہ خطوط ایک دوسرے کے آمنے سامنے ہوں +



(۶) زاویۂ مسطحہ[۱] کسی سطح کے اُس گوشے کو کہتے ہیں۔ جو ایسے دو خطوں کے درمیان میں ہو کہ وہ دونو کسی نقطے پر ملیں۔ مگر مل کر سیدھے ایک خط نہ ہو جائیں +



(۷) مستقیمۃ الخطین وہ زاویہ ہے جس کے گھیرنے والے دونو خط مستقیم ہوں +

(۸) غیر مستقیمۃ الخطین وہ زاویہ ہے جو ایسا نہ ہو +

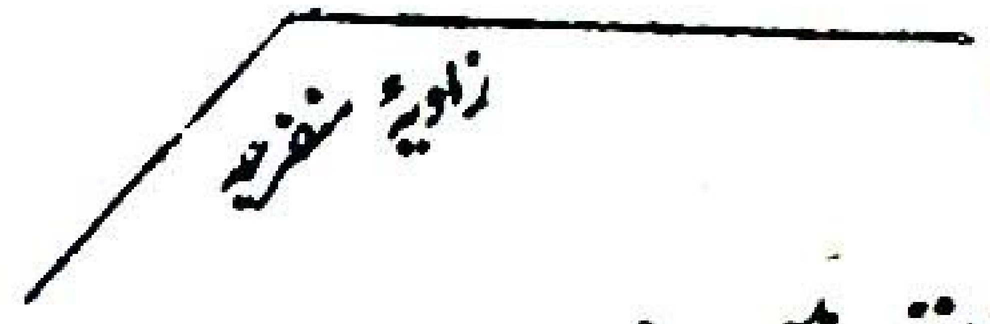
(۹) کسی خط مستقیم پر دوسرے خط مستقیم کے سیدھے کھڑے ہونے سے دونو پہلوؤں میں برابر کے دو زاویئے پیدا ہونے والوں میں سے ہر ایک کو زاویۂ قائمہ کہتے ہیں۔ اور اُن دونو خطوں میں سے ہر ایک دوسرے پر عمود[۲] کہلاتا ہے +

[۱] مسطحہ اس لئے کہا کہ ایک زاویہ مجسّمہ بھی ہوتا ہے۔ جس کا ذکر پہلے پہل اس کتاب کے گیارھویں مقالے میں آیا ہے + مترجم

[۲] جس طرح خاص حالت میں خط مستقیم کا نام عمود ہے۔ اسی طرح اور حالتوں میں اس کو ضلع۔ ساق۔ قاعدہ۔ وتر۔ محور۔ ارتفاع اور سہم بھی کہتے ہیں + مترجم

(۱۰) حادّہ وہ زاویہ ہے جو مقدار میں قائمے سے چھوٹا ہو[۱]+

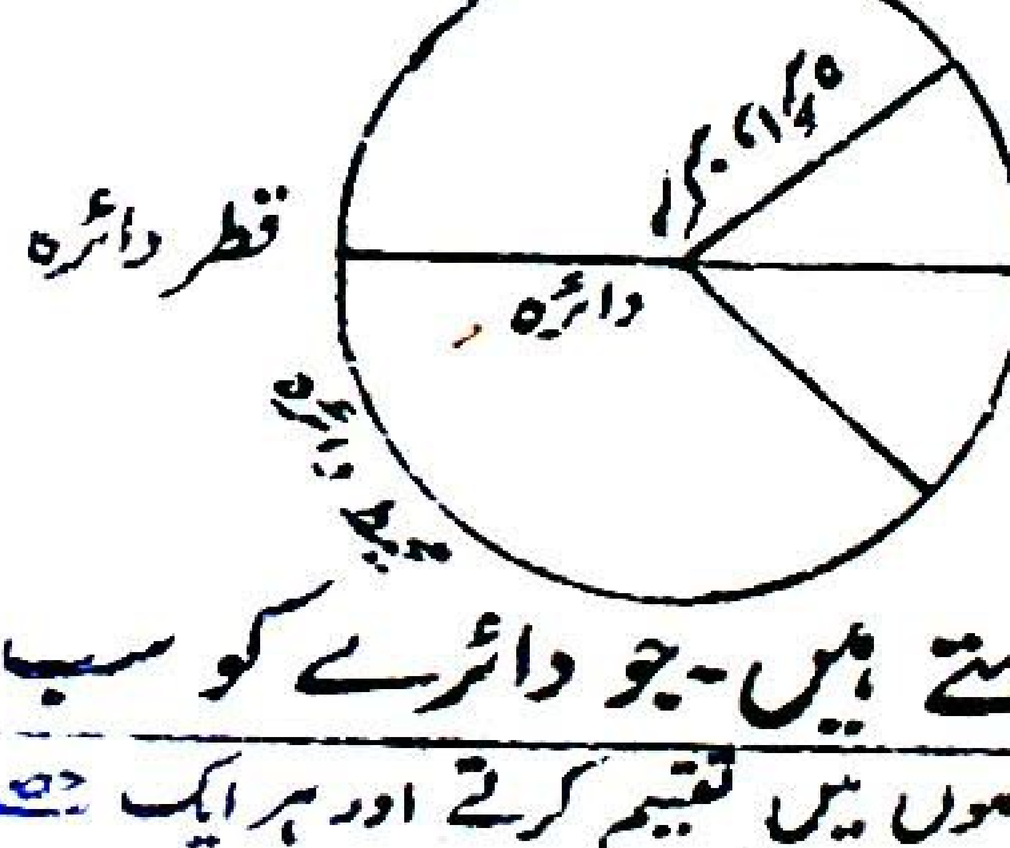
(۱۱) مُنفرِجَہ وہ زاویہ ہے جو مقدار میں قائمے سے بڑا ہو۔ پھر خواہ یہ دونو قسمیں مستقیمۃ الخطین ہوں۔ یا غیر مستقیمۃ الخطین +



(۱۲) حد کسی چیز کے انجام کو کہتے ہیں +

(۱۳) شکل[۲] اُس سطح کا نام ہے جو ایک یا کئی حدوں سے محصور ہو +

(۱۴) دائرہ خاص اُس سطح کو کہتے ہیں۔ جو ایک گول خط سے گھرا ہؤا ہو۔ اور جس کے بیچوں بیچ میں ایک ایسا نقطہ ہو۔ جس سے خط مذکور تک کھینچے ہوئے سارے خط مستقیم باہم برابر ہوں +



(۱۵) محیط دائرہ اُسی گول خط کو کہتے ہیں۔ جو دائرے کو سب

---

[۱] ہر ایک دائرے کو برابر کے تین سَو ساٹھ حصوں میں تقسیم کرتے اور ہر ایک حصے کو درجہ کہتے ہیں۔ پھر پورا دائرہ چار زاویئے قائموں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اسلئے ہر ایک زاویہ قائمہ پورے نوّے ۹۰ درجے کا ہوگا۔ پھر جو زاویہ نوّے ۹۰ درجے سے کم ہو۔ اُسے حادہ اور جو نوّے ۹۰ درجے سے زیادہ ہو۔ اُسے منفرجہ کہتے ہیں + مترجم

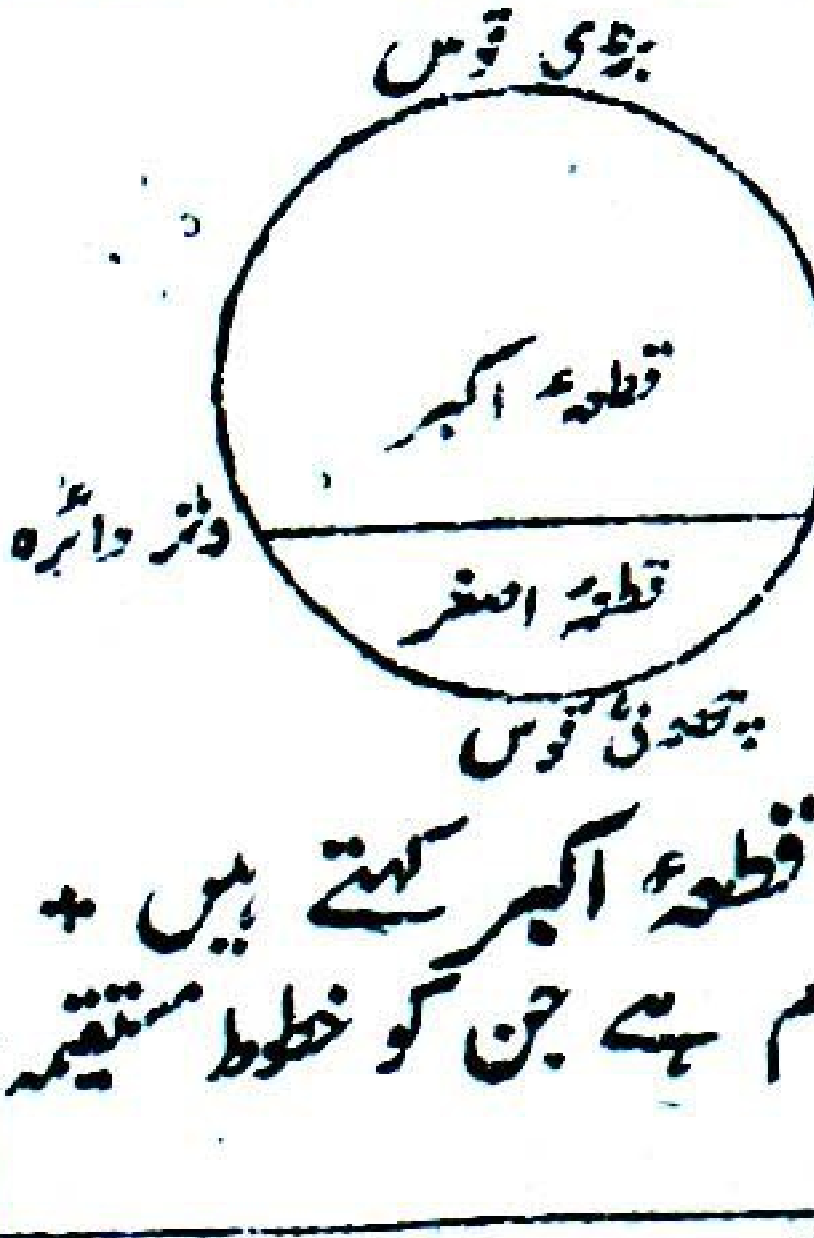
[۲] علم ریاضی میں شکل اُس دعوے کو بھی کہا کرتے ہیں جس کو خط۔ سطح یا جسم کی کسی خاص حالت عملی یا نظری سے تعلق ہو۔ مثلاً "ایک خط پر مثلث متساوی الاضلاع بنانا ہے"۔ یا "بڑے زاویئے کے مقابل کا ضلع بھی بڑا ہوتا ہے" + مترجم

طرف سے گھیرے ہوئے ہوتا ہے +

(۱۶) مرکز دائرہ اُسی نقطے کا نام ہے۔ جو دائرے کے بیچوں بیچ میں ہوتا ہے +

(۱۷) قُطر دائرہ وہ خط مستقیم ہے۔ جو مرکز پر گزرتے ہوئے اپنی دونو جانبوں میں محیط دائرے سے ملا ہؤا ہو۔ اور وہ دائرے کو برابر کے دو حصوں میں تقسیم کر دیتا اور محیط دائرے کی دو مساوی قوسوں[۱] سے ملکر دائرے کے دونو مساوی حصوں کو گھیر لیتا ہے +

(۱۸) وتر دائرہ اُس خط مستقیم کو کہتے ہیں جو مرکز دائرے سے بچا ہؤا نکل کر اپنی دونو جانبوں میں محیط دائرے سے مل گیا ہو۔ اور یہ محیط دائرے کی دو چھوٹی بڑی قوسوں سے ملکر بہ ترتیب دائرے کے چھوٹے بڑے دونو حصوں کو گھیر لیتا ہے۔ مذکورۂ بالا دونو حصوں میں سے نصف دائرے سے چھوٹے حصے کو قطعۂ اصغر۔



اور نصف دائرے سے بڑے حصے کو قطعۂ اکبر کہتے ہیں +

(۱۹) مستقیمۃ الاضلاع اُن شکلوں کا نام ہے جن کو خطوط مستقیمہ نے گھیرا ہو[۲] +

---

[۱] محیط دائرے کے ہر ایک ٹکڑے کو قوس کہتے ہیں + مترجم

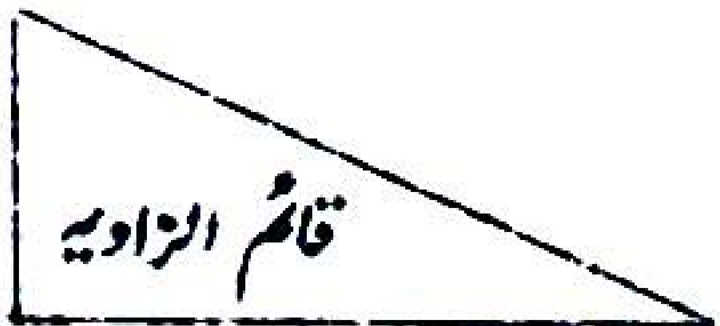
[۲] اور یہ گھیرنے والے خطوط اِن شکلوں کے ضلعے کہلاتے ہیں۔ مستقیمۃ الاضلاع شکلوں میں سے پہلی قسم مثلث ہے + مترجم

(۲۰) مثلث[1] وہ سطح ہے۔ جو تین مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہو +

(۲۱) متساوی الاضلاع وہ مثلث ہے۔ جس کے تینوں ضلعے باہم برابر ہوں +

(۲۲) متساوی الساقین وہ جس کے صرف دو ضلعے باہم برابر ہوں +

(۲۳) مختلف الاضلاع وہ جس کا ہر ایک ضلع دوسرے سے چھوٹا یا بڑا ہو +



(۲۴) قائم الزاویہ وہ مثلث ہے۔ جس کا کوئی زاویہ قائمہ ہو +

(۲۵) منفرج الزاویہ وہ جس کا کوئی زاویہ منفرجہ ہو +

(۲۶) حاد الزوایا وہ جس کے سب زاویے حادے ہوں +

مستقیمۃ الاضلاع شکلوں میں سے پھر ذو اربعۃ الاضلاع[2] یعنی

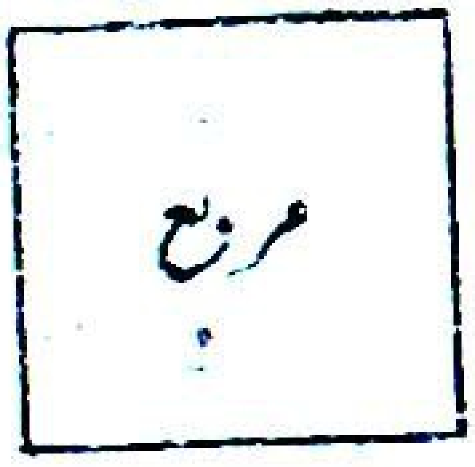
---

[1] مثلث بلحاظ ضلعوں اور زاویوں کے چھ قسموں میں منقسم ہوتا ہے۔ جن کی تفصیل کتاب میں آتی ہے۔ ان میں پہلی تین قسمیں صرف بلحاظ ضلعوں کے اور پچھلی تین قسمیں صرف بلحاظ زاویوں کے حاصل ہوتی ہیں + مترجم

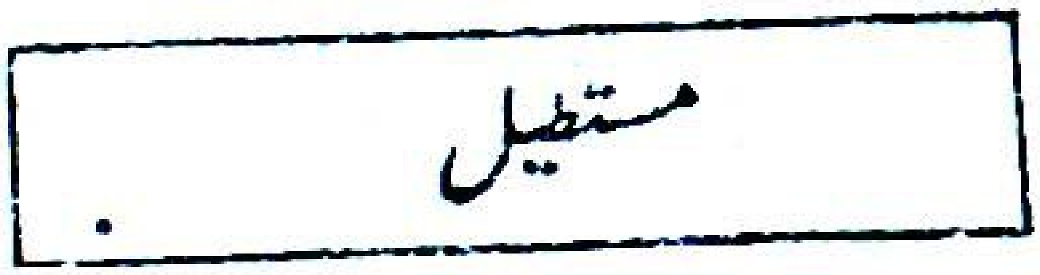
[2] ذو اربعۃ الاضلاع شکلوں کی بلحاظ ضلعوں اور زاویوں کے پانچ قسمیں ہوتی ہیں۔ لیکن برخلاف مثلث کے اس کی ہر ایک قسم میں ضلعے اور زاویے دونوں کا لحاظ کرنا پڑتا ہے + مترجم

چار ضلعے والی شکلیں ہیں - جن کی قسمیں حسب ذیل ہیں :-

(۲۷) مُرَبّع وہ شکل ہے - جس کے چاروں ضلعے برابر اور چاروں زاوئے قائمے ہوں +

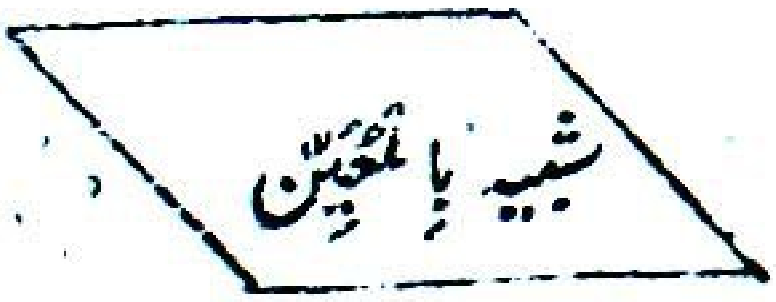


(۲۸) مستطیل وہ جس کے زاوئے چاروں قائمے - اور ضلعے صرف مقابل کے برابر ہوں +



(۲۹) مُعَیَّن وہ جس کے ضلعے چاروں - اور زاوئے صرف مقابل کے برابر ہوں +

(۳۰) شبیہ بِالمُعَیَّن وہ جس کے مقابل ہی کے ضلعے اور مقابل ہی کے زاوئے برابر ہوں +

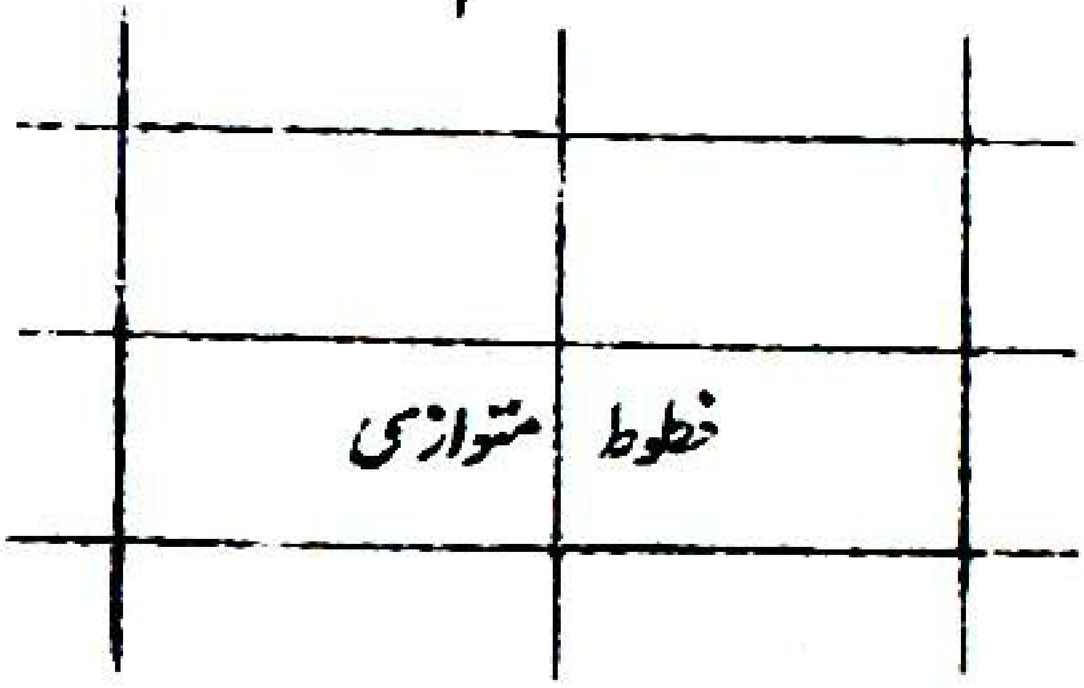


(۳۱) مُنحَرِف وہ جو اقسام مذکورۂ بالا کے سوا کوئی اور چار ضلعے والی شکل ہو +

(۳۲) کثیر الاضلاع[1] وہ شکل ہے جسے چار سے زیادہ ضلعوں نے گھیرا ہو +

[1] کثیر الاضلاع شکلوں میں سے پانچ ضلعے والی شکل کو جبکہ اُس کے سارے ضلعے برابر ہوں مُخَمَّس - اور چھ ضلعے والی کو بشرطِ مذکور مُسَدَّس - وعلیٰ ہذا القیاس مُسَبَّع اور مُثَمَّن وغیرہ کہینگے اور ضلعوں کے برابر نہ ہونے کی حالت میں ذو خمسۃ الاضلاع - ذو ستۃ الاضلاع وغیرہ اُن کا نام رکھینگے + مترجم

(۲۳) خطوط متوازی اُن دو یا دو سے زیادہ مستقیم خطوں کو کہتے ہیں - جو کسی ایک سطح مستوی میں اِس طرح واقع ہوں - کہ اپنی اپنی سیدھ میں خواہ کتنے ہی دور تک بڑھتے چلے جائیں - باہم نہ مل سکیں +



اصولِ[۱] موضوعہ[۲]

(۱) کوئی سے دو نقطوں میں ہم خط مستقیم ملا سکتے ہیں +

(۲) ہر خط مستقیم محدود کو اُس کی سیدھ میں بڑھا سکتے ہیں +

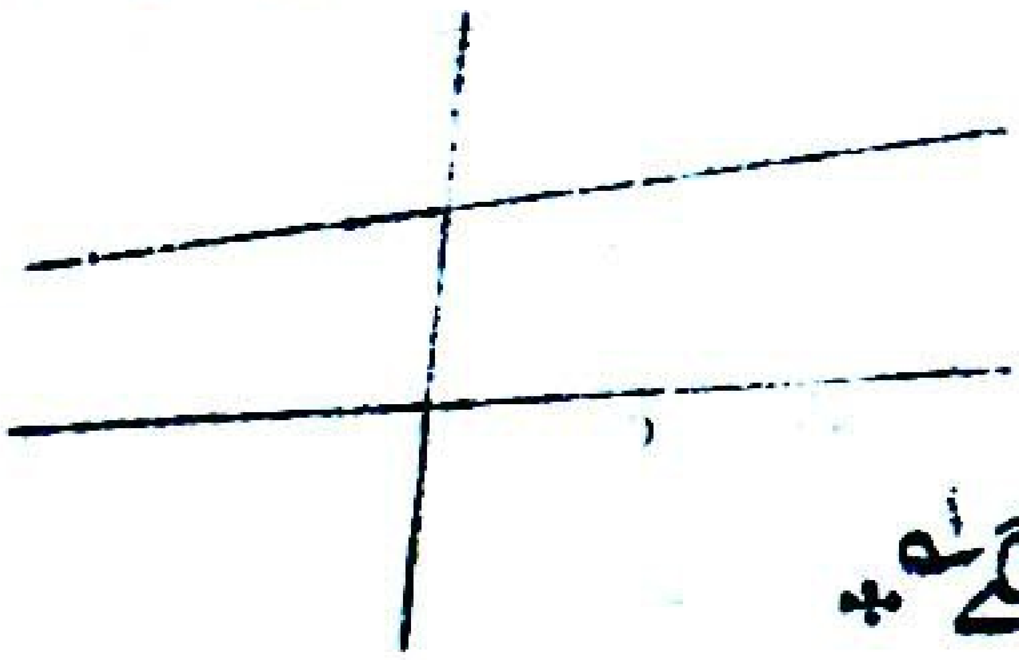
(۳) جس نقطے پر جس دوری سے ہم چاہیں - دائرہ کھینچ سکتے ہیں +

---

[۱] اصول اصل کی جمع ہے - جس کے معنی قاعدے کے ہیں - اصولِ موضوعہ کے معنی ہیں - مان لئے ہوئے قاعدے - اردو میں عموماً اصول کا لفظ ایک قاعدے پر بھی بولا جاتا ہے - ہم بھی باتباع "غلط العام فصیح" اسی طرح استعمال کرینگے - علمی اصطلاح میں اصول موضوعہ اُن قاعدوں کو کہتے ہیں - جو کسی علم میں اس بھروسے پر مان لئے جائیں - کہ کسی اور جگہ میں ان کا ثبوت دے دیا گیا ہے + مترجم

[۲] اصل کتاب کے اصولہائے موضوعہ سے پہلے ذیل کی باتیں بھی بطور اصولِ موضوعہ کے مان لینی ضروری ہیں - (۱) نقطہ - خط - سطح - خط مستقیم - سطح مستوی اور دائرہ یہ سب چیزیں فرضی ہی نہیں ہیں - بلکہ حقیقت میں موجود ہیں اور پائی جاتی ہیں - (۲) ہم ہر ایک خط یا سطح پر جہاں چاہیں - نقطہ مان سکتے ہیں - (۳) ہم ہر ایک سطح پر یا اس کے جس خاص نقطے پر گزرتا ہوا چاہیں - خط مان سکتے ہیں - (۴) ہر ایک نقطہ - خط مستقیم اور سطح مستوی اپنی اپنی نظیر پر منطبق ہو سکتے ہیں - (۵) دو خطوں میں حد فاصل نقطہ اور دو سطحوں میں حد فاصل خط ہوتا ہے + محرر

(۴) سارے زاویئے قائمے یکساں اور برابر ہوتے ہیں +
(۵) دو مستقیم خط کسی پوری سطح کو نہیں گھیر سکتے +
(۶) کوئی سے دو مستقیم خطوں پر جب ایک خط مستقیم واقع ہو۔
اور اس کی کسی جانب کے دو اندرونی زاویئے مل کر دو
قائموں سے چھوٹے ہوں۔



تو وہ دونو خط اُسی جانب
میں اگر برابر اپنی اپنی
سیدھ میں بڑھتے چلے جائیں۔
توکسی نہ کسی نقطے پر جا ملینگے[۵] +

[۵] اصول موضوعہ نمبری (۶) نہ تو علوم متعارفہ میں سے ہے اور نہ اس کا ثبوت کسی اَور جگہ دیا گیا ہے۔ اسلئے اصولہاے موضوعہ کے شمار سے نکال کر شکلوں کے سلسلے میں اس کا درج کرنا مناسب تھا۔ اور ہم خود مناسب موقع پر اس کا ثبوت بیان کرینگے۔ لیکن یہاں اُس کے بدلے ذیل کے اصولِ موضوعہ قائم کرتے ہیں۔ (۶) کوئی خط مستقیم جب کسی سطح مستوی پر ایک جانب میں دور ہوتی ہوئی اور دوسری جانب میں نزدیک ہوتی ہوئی صورت میں واقع ہوں اور پھر دونو طرف اپنی اپنی سیدھ میں بڑھتے چلے جائیں۔ تو پہلی جانب میں وہ کبھی ایک دوسرے سے نزدیک نہ ہونگے۔ اور دوسری جانب میں تقاطع سے پہلے کبھی دور نہ ہونگے۔ (۷) ایک ہی قسم کی دو چھوٹی بڑی محدود مقداروں میں سے چھوٹی مقدار بار بار دونی ہونے پر بڑی مقدار سے بڑی ہو سکتی ہے۔ (۸) ایک خط مستقیم ایک جانب میں ایک ہی خط مستقیم سے مل سکتا ہے یا زیادہ خطوں سے بھی۔ جبکہ وہ سب ایک ہی سیدھ میں ہوں۔ (۹) کوئی زاویہ جو کسی قائمے کے برابر ہو۔ خود بھی قائمہ ہوگا + محرر

علوم[1] متعارفہ

(۱) ایک خاص چیز سے برابر ہونے والی چیزیں باہم بھی برابر ہونگی +

(۲) برابر کی چیزوں پر برابر کی چیزیں بڑھائیں یا اُن سے برابر کے حصّے گھٹائیں - تو پہلی صورت میں اُن کے مجموعے اور دوسری صورت میں اُن کے بقائے بھی برابر ہونگے +

(۳) جب کم و بیش چیزوں پر برابر کی چیزیں زیادہ کی جائیں - یا اُن سے برابر کے حصّے کم کئے جائیں - تو اُن کے مجموعے اور بقائے بھی کم و بیش رہینگے +

(۴) جن چیزوں پر برابر کی زیادتیاں کرنے یا اُن سے برابر کے حصے گھٹانے پر مجموعے اور بقائے برابر رہیں - تو وہ اصل چیزیں بھی برابر ہونگی +

(۵) جن چیزوں پر برابر کی زیادتیاں کرنے یا اُن سے برابر کے حصے گھٹانے پر مجموعے اور بقائے برابر نہ رہیں - تو وہ اصل چیزیں بھی برابر نہ ہونگی +

[1] علوم علم کی جمع ہے - علوم متعارفہ کے معنی جانی پہچانی ہوئی علمی باتیں - علمی محاورات میں علوم متعارفہ اُن صاف اور کھلے ہوئے قاعدوں کا نام ہے جن کے ماننے میں کسی قسم کی تشویش اور پس و پیش نہ ہو - عموماً سکولوں کی زبان میں علوم متعارفہ ایک قاعدے پر بھی بول دیا جاتا ہے - ہم بھی باتباع "غلط العام فصیح" ایسا کرنے میں معذور خیال کئے جائینگے - بعضے مصنفوں نے جو اس غلطی سے بچنے کے لئے "علم متعارفہ" لکھا ہے - ان کو چاہئے تھا کہ متعارفہ کے لفظ کو بھی بدل دیتے - کیونکہ "متعارفہ" "علوم" کی صفت میں آسکتا ہے - "علم" کی صفت میں اس کا لانا اصول عربیت کی رو سے غلط ہے + مترجم

(۶) کئی مقداریں جو ایک چیز کے ایک ہی درجے کے اضعاف یا اجزا ہوں - وہ مقداریں باہم برابر ہونگی +

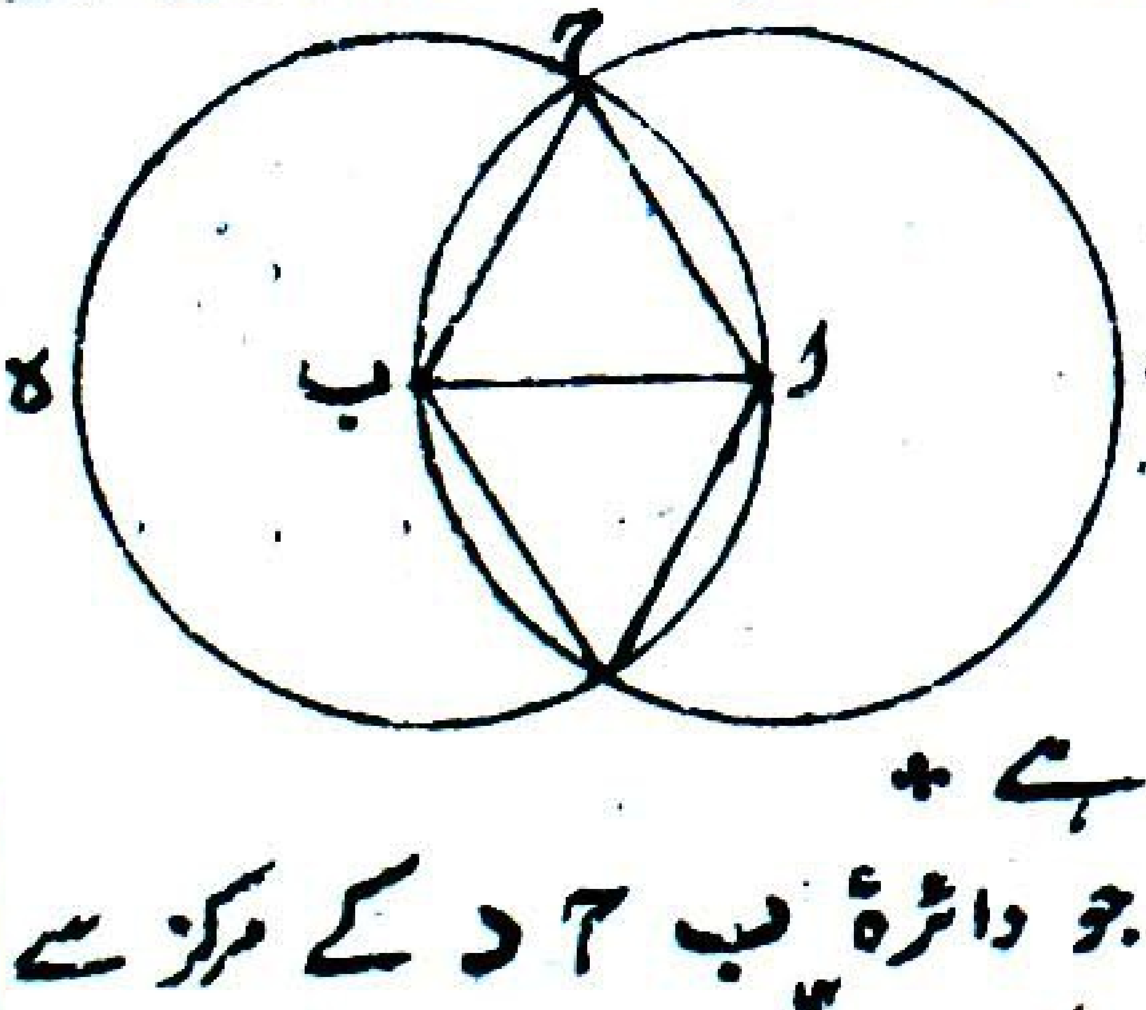
(۷) باہم منطبق ہونے والی اور ایک دوسری پر بالکل ٹھیک آ جانے والی چیزیں باہم برابر ہوتی ہیں +

(۸) کُل ہمیشہ اپنے جزو سے بڑا ہوتا ہے +

(۱) شکل عملی

دعوےٰ - ایک محدود[1] خط مثلاً ا ب پر
مثلث متساوی الاضلاع بنانا ہے -

تصویر - نقطۂ[2] ا اور ب کو مرکز مان کر ا ب خط کے فاصلے سے بہ ترتیب ب ج د اور ا ج ہ دو دائرے بنائے (ص۳) - اور نقطۂ ا ج اور ب ج میں خط ملائے (ص۱) - تو مثلث ا ج ب جو محدود خط ا ب پر بنایا گیا ہے - مثلث مطلوب ہے +



ثبوت - دونوں خط ا ب ا ج جو دائرۂ ب ج د کے مرکز سے محیط تک گئے ہوئے ہیں - برابر ہیں (ع۱۵) - اور اسی طرح خط ب ا ب ج بھی جو دائرۂ ا ج ہ کے مرکز سے محیط تک گئے

---

[1] صرف خط بولنے سے خط مستقیم - سطح بولنے سے سطح مستوی اور زاویہ بولنے سے زاویۂ مستقیمۃ الخطین ہماری مراد ہوگی + محرر

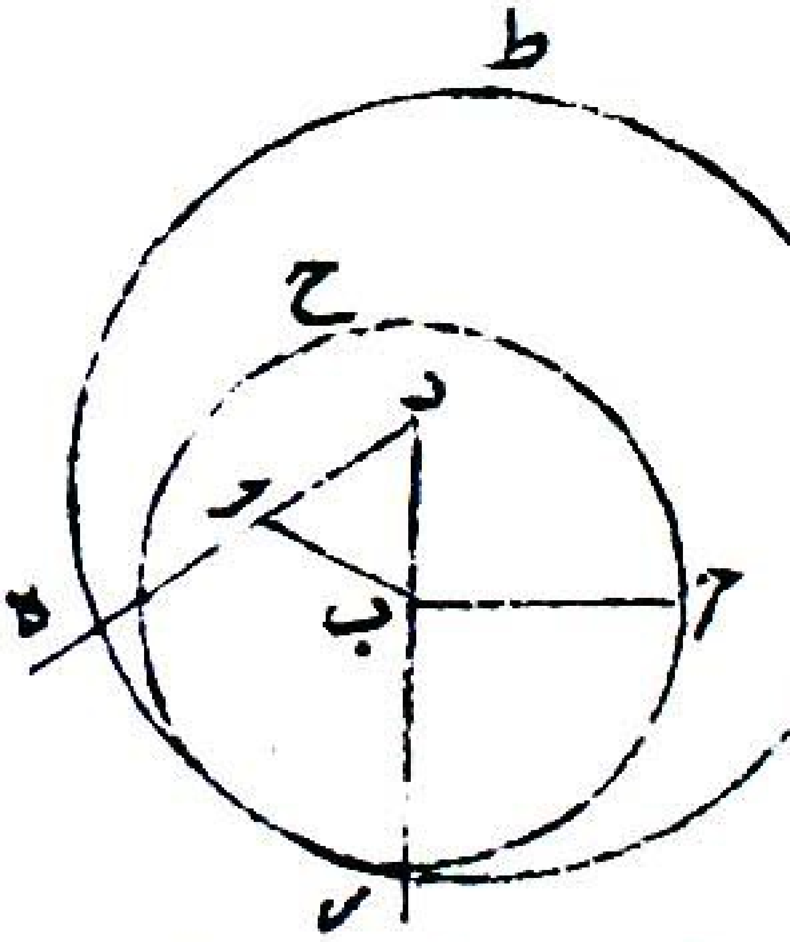
[2] کتاب کے شروع سے دسویں مقالے تک تمام مفروضہ نقطے اور خط ایک سطح مستوی پر مانے ہوئے ہیں + محرر

ہوئے ہیں۔ برابر ہیں۔ تو دونو خط د ج ب ج جو ا ب کے
برابر ہیں۔ باہم بھی برابر ہونگے۔ (عٌ)۔ اور اسلئے مثلث ا ب ج
جو دئے ہوئے خط ا ب پر بنایا گیا ہے۔ مثلث مطلوب ہے (حٌ)+

شکل عملی (۲)

دعوے۔ کسی خاص نقطے سے ایک
محدود خط کے برابر خط کھینچنا ہے۔

تصویر۔ ا ایک خاص نقطہ ہے۔ اور ب ج ایک محدود خط۔
ا اور ب ج کے کسی ایک سرے مثلاً ب میں خط ملایا (صٌ)

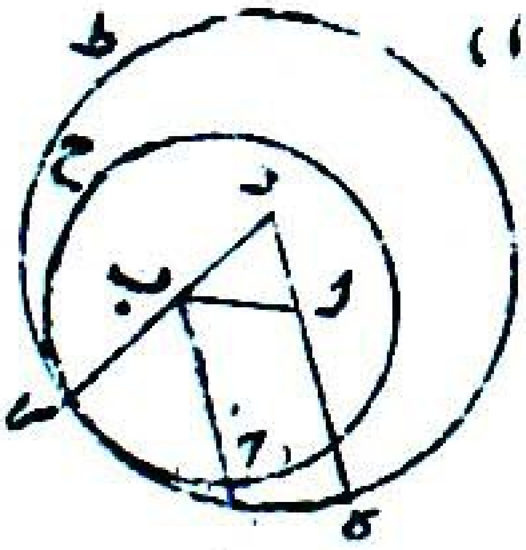


ا ب پر ا ب د مثلث
متساوی الاضلاع بنایا (شٌ) دونو
خطوں د ا اور د ب کو ا اور
ب کی جانب میں بہ ترتیب ہ
اور س تک بڑھایا (صٌ) محدود
خط کے نقطۂ ب کو مرکز مان کر
اسی خط ب ج کے فاصلے سے
ج ح س ایک دائرہ بنایا (صٌ)۔ پھر بنائے ہوئے مثلث کے راس
نقطۂ د کو مرکز مان کر خط د س کے فاصلے سے س ط ہ ایک
اور دائرہ بنایا۔ تو خط ا ہ جو خاص نقطۂ ا سے ہ تک کھینچا گیا
ہے۔ مطلوب خط ہے +

ثبوت۔ دونو خط ب ج ب س دائرہ ج ح س کے مرکز ب سے
اس کے محیط تک گئے ہوئے باہم برابر ہیں (حٌ)۔ اسی طرح

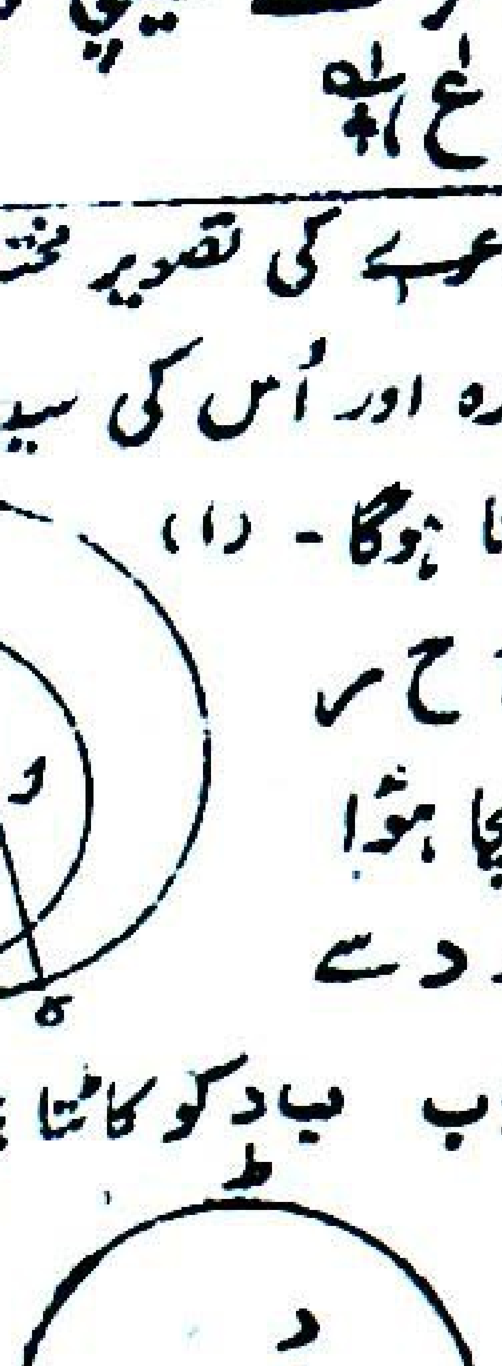
دونو خط د س د ہ دائرہ س ط ہ کے مرکز د سے اُس کے محیط
تک گئے ہوئے برابر ہیں - ان میں سے د ب د ا متساوی
الاضلاع کے مساوی ضلعوں کے گھٹا دینے سے باقی ب س ا ہ
بھی برابر ہونگے (ع ۳) - اور ب س ب ح کا برابر ہونا ابھی معلوم
ہو چکا ہے - لہذا خط ا ہ جو خاص نقطۂ ا سے کھینچا گیا ہے -
برابر ہوگا - خاص محدود خط ب ح کے (ع ۱/۴)

ف اس شکل کا ثبوت تو وہی ایک ہی ہے - لیکن دعوے کی تصویر مختلف صورتوں سے ہو سکتی ہے - (۱) نقطۂ ا خط ب ح سے علیحدہ اور اُس کی سیدھ سے بھی ہٹا ہوا ہو - اُس حالت میں ا ب ب ح سے چھوٹا ہوگا - (۱)

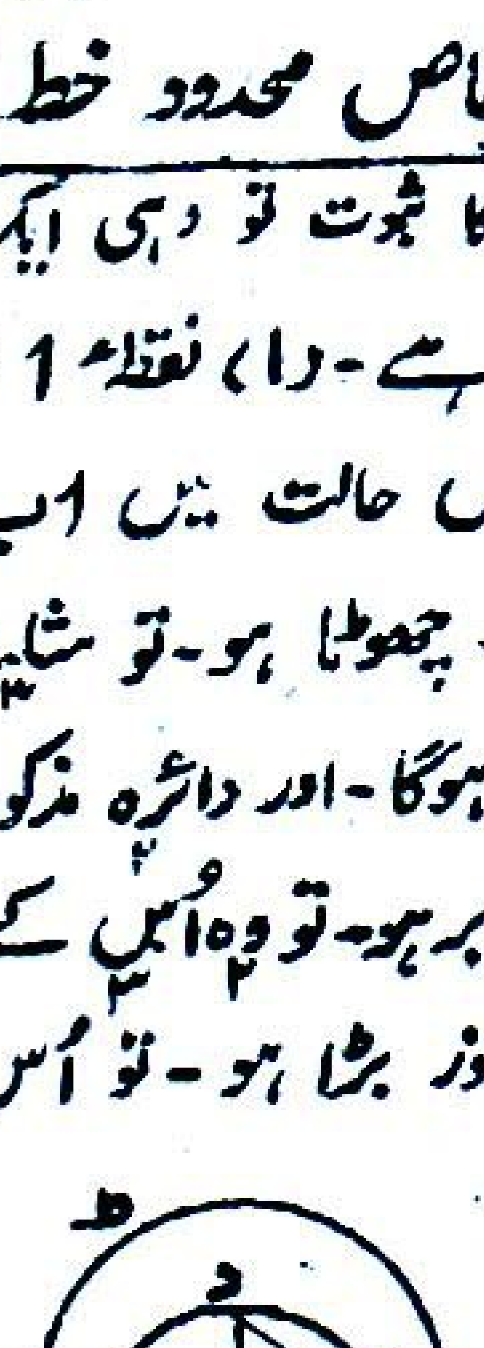


یا برابر یا بڑا - چھوٹا ہو - تو مثلث ا ب د دائرہ ح ح س کے بالکل اندر ہوگا - اور دائرہ مذکور اُس سے صاف بچا ہوا نکل جائیگا - برابر ہو - تو وہ اُس کے دونو نقطوں ا اور د سے مس کرتا ہوا - اور بڑا ہو - تو اُس کے دونو ضلعوں ا ب ب د کو کاٹتا ہوا گزریگا -

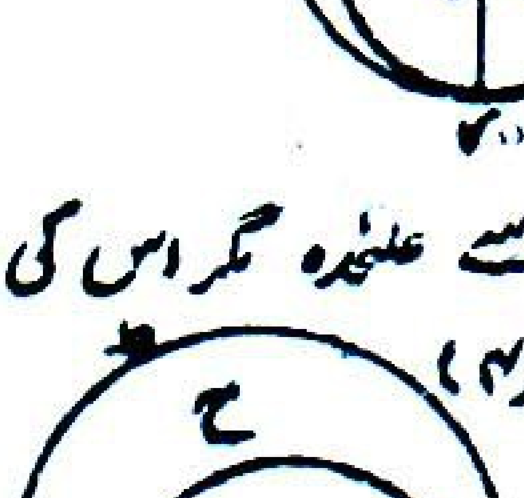
(۳)



(۲)

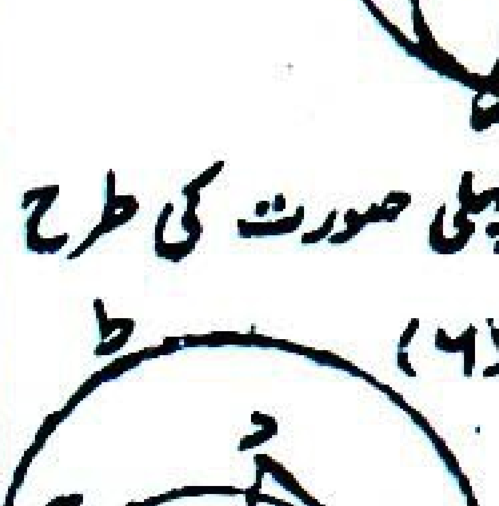


(۲) نقطۂ ا ب ح سے علیحدہ مگر اس کی سیدھ میں ہو - اب بھی پہلی صورت کی طرح ا ب ب ح سے چھوٹا (۴)

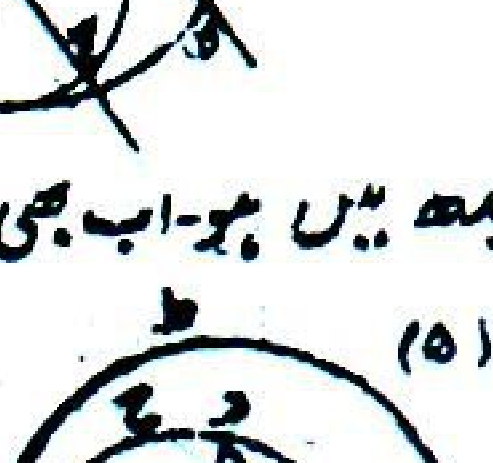


ہوگا یا برابر یا بڑا - اور اب بھی شکل کی وہی مذکورہ بالا تین صورتیں پیدا ہونگی -

(۶)



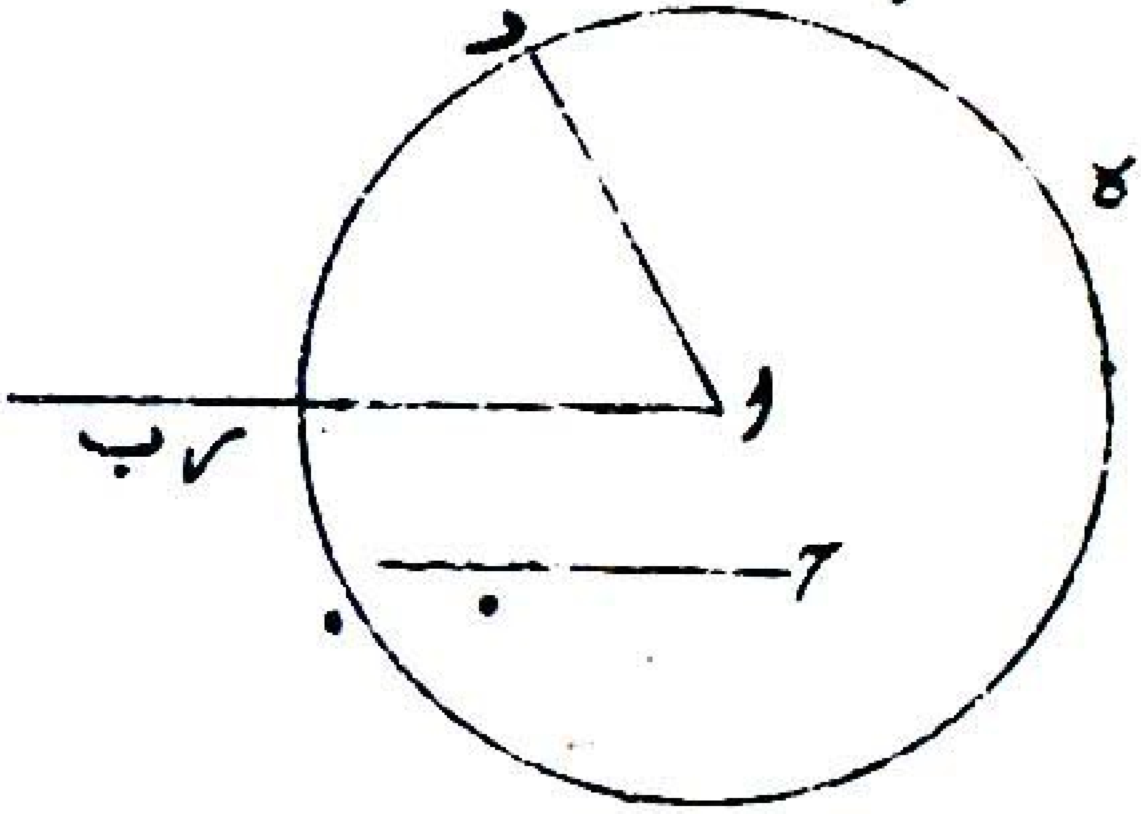
(۵)



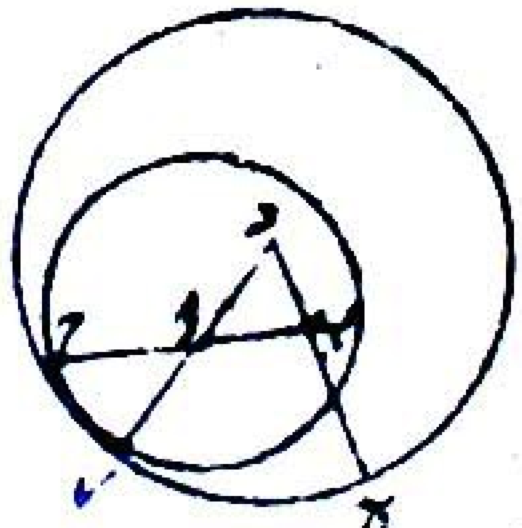
شکل عملی (۳)

دعوےٰ۔ کسی بڑے خط میں سے چھوٹے خط کے برابر کاٹنا ہے۔

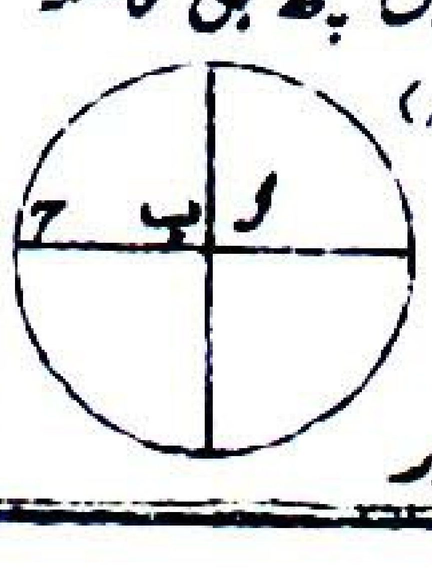
تصویر۔ اب بڑا اور ج چھوٹا خط ہے۔ نقطۂ ا سے چھوٹے خط ج کے برابر ایک خط اد کھینچا (ش ۲)۔ پھر ا کو مرکز مان کر اد کے فاصلے سے ایک دائرہ د ہ ر بنایا (ص ۳)۔ اب یہی ار جو اب سے کاٹا گیا ہے۔ مطلوب خط ہے +



(بقیہ نوٹ صفحہ ۲۰) (۳) نقطۂ ا ب ج کے اوپر مگر اس کے سروں سے علیحدہ ہو اب ا اور ب ج کے کسی سرے میں خط نہیں ملائینگے۔ کیونکہ اب خود ب ج کا جزو ہے۔ اور اسلیئے وہ ب ج سے ضرور چھوٹا ہوگا۔ اور (۷) شکل کی مندرجۂ بالا صورتوں میں سے صرف ایک ہی پہلی صورت پیدا ہوگی۔ علاوہ بریں مذکورۂ بالا ہر ایک صورت میں مثلث اب د اب کے ایک ہی پہلو میں بنایا گیا ہے۔ لیکن ممکن ہے کہ اس کے دوسرے پہلو میں بنایا جائے۔ اور اب خطوط کے موقعے بالکل بدل جائینگے +



(۴) نقطۂ ا خط ب ج کے دونو سروں میں سے کسی ایک سرے ب یا ج پر واقع ہو۔ اب نہ نقطۂ ا اور ب ج کے کسی سرے میں خط ملانے کی ضرورت ہوگی۔ کیونکہ دونو ایک دوسرے پر منطبق ہیں۔ نہ مثلث بنانے کی ضرورت۔ کیونکہ دونو میں کچھ بھی فاصلہ نہیں ہے۔ اور نہ دائرے بنانے کی۔ کیونکہ دونو میں سے ایک دائرہ ضرور (۸) مثلث کے نقطۂ راس پر بنایا جاتا تھا۔ اور یہاں سرے سے مثلث نہیں بنایا گیا۔ بلکہ اس صورت میں ب ج کے ایک سرے کو جس پر نقطۂ ا منطبق ہے۔ مرکز مان کر دوسرے سرے کے فاصلے سے ایک دائرہ بنائینگے۔ اور پھر مرکز سے محیط تک ایک خط کھینچ دینگے جو محدود خط ب ج کے برابر ہوگا۔ محرر

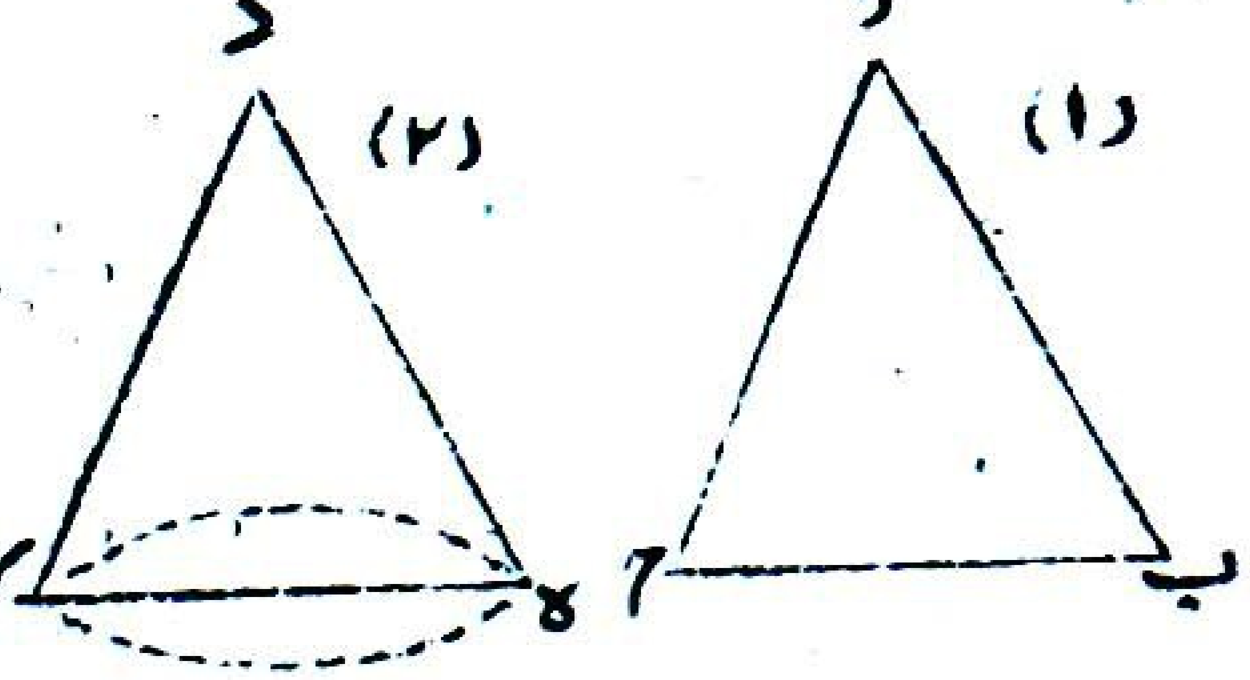


ثبوت - ا س اد کے اور ا د ج کے برابر ہے۔ (حؔ و علؔ)۔
تو ا س بھی ج کے برابر ہوگا (غ) +

(۴) شکل نظری

دعویٰ - جب کسی مثلث کے دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ بہ ترتیب کسی اور مثلث کے دو ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویئے کے برابر ہوں - تو دونو مثلث - ان کے باقی ضلعے اور زاویئے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے۔

تصویر - ا ب ج د ہ س دو مثلثوں ہیں ا ب د ہ کے اور ا ج د س کے - اور زاویۂ ا زاویۂ د کے برابر ہیں۔ تو باقی ضلع ب ج ضلع ہ س کے برابر ہوگا - اور زوایائے ب ج بہ ترتیب زوایائے ہ س کے برابر ہونگے - اور پورا مثلث ا ب ج پورے مثلث د ہ س کے +



ثبوت - ضلع ا ب کو ضلع د ہ پر منطبق کرنے سے نقطۂ ب نقطۂ ہ پر اور ا ب ضلع د ہ پر اور نقطۂ ا نقطۂ د پر منطبق ہو جائیںگے - کیونکہ ضلع ا ب اور د ہ مستقیم اور برابر مانے گیئے ہیں +

اسی طرح درمیانی زاویۂ ا اپنی نظیر زاویۂ د کے برابر ہے - اور دونو ضلع ج ا د س مستقیم ہیں - تو ضرور یہ دونو زاویئے

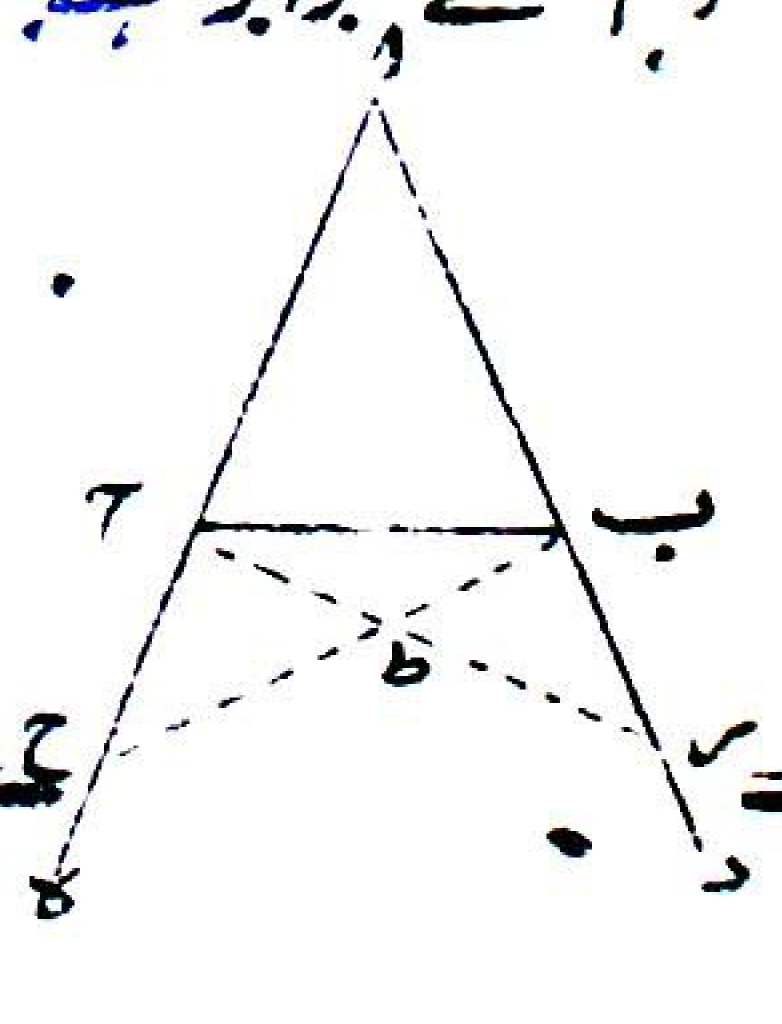
11/2/87

اور دونو ضلعے بھی اپنی اپنی نظیر پر منطبق ہو جائینگے - اور چونکہ ا ج د س کے برابر ہے - اسلئے نقطۂ ج نقطۂ س پر منطبق ہو جائیگا - پھر جبکہ دونو ضلعے ب ج اور ھ س بھی مستقیم ہیں - اسلئے وہ بھی باہم منطبق ہو جائینگے - کیونکہ اگر ایسا نہ ہو - تو ماننا پڑیگا کہ ایک سطح دو مستقیم خطوں سے محصور ہو جائے جو ناممکن ہے (ص) - اور جب مثلث ا ب ج - اُس کے سب ضلعے اور زاویئے بہ ترتیب مثلث د ھ س - اُس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر پر بالکل ٹھیک آ گئے - تو صاف بات ہے - کہ دونو مثلث - ان کے ضلعے اور زاویئے اپنی اپنی نظیر کے برابر بھی ہونگے ٭

(۵) شکل نظری

دعوےٰ - مثلث متساوی الساقین کے قاعدے کے اوپر کے زاویئے اور نیز اس کے نیچے کے زاویئے جو ساقین کو بڑھانے سے پیدا ہوں - اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوتے ہیں ٭

تصویر - مثلث ا ب ج میں ا ب ا ج کے برابر ہے - تو زاویۂ ا ج ب زاویۂ ا ب ج کے برابر ہوگا - اور اگر ا ب ا ج کو بہ ترتیب ب اور ج کی طرف د اور ھ تک بڑھائیں تو نیچے پیدا ہونے والے دونو زاویئے



ب ج ہ اور ج ب د بھی برابر ہونگے۔ ب د پر ایک نقطہ ر مانا۔ اور ج ہ میں سے ج ح، ب ر کے برابر کاٹا (ش ۳)۔ اور ب ح، ج ر میں ب ح، ج ر خط ملائے (ص ۱)۔ تو دعوے ثابت ہو جائیگا +

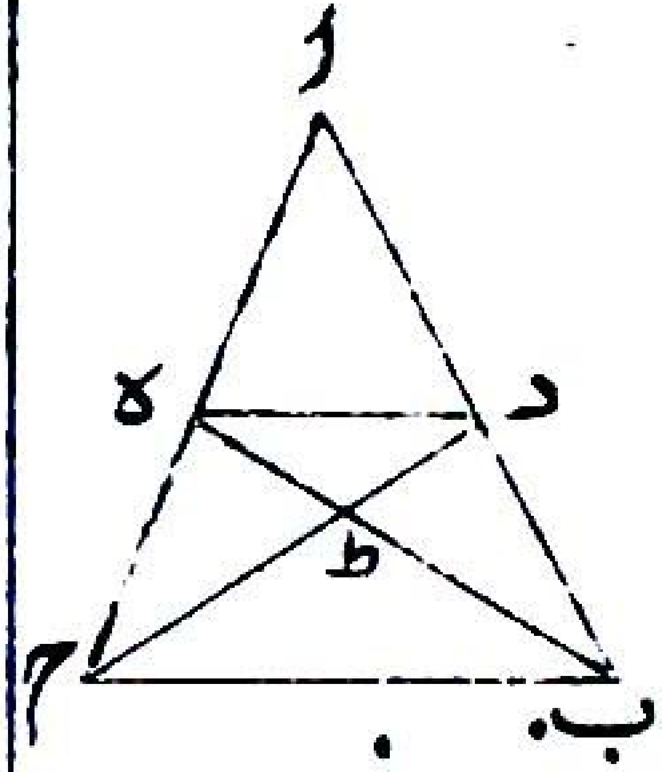
ثبوت۔ چونکہ مثلث ا ج ر کے ضلعے ج ا، ا ر اور اُن کا درمیانی زاویۂ ا بہ ترتیب مثلث ا ب ح کے ضلعوں ب ا، ا ح اور اُن کے درمیانی زاویۂ ا کے برابر ہیں (فرض و عمل)۔ اسلئے مثلث ا ج ر کا باقی ضلع ج ر اور اُس کے زوایا[۵] ا ج ر، ا ر ج بہ ترتیب مثلث ا ب ح کے باقی ضلع ب ح اور زوایا ا ب ح، ا ح ب کے برابر ہونگے (ش ۴)۔ پھر مثلث ج ب ر کے ضلعے ب ر، ر ج اور اُن کا درمیانی زاویۂ ر بہ ترتیب مثلث ب ج ح کے ضلعوں ج ح، ح ب اور درمیانی زاویۂ ح کے برابر ہیں۔ تو مثلث ج ب ر کے باقی زاویے ج ب ر، ر ج ب بہ ترتیب مثلث ب ج ح کے باقی زاویوں ب ج ح، ح ب ج کے برابر ہونگے (ش ۴)۔ اور جب یہ دونو زاویے ر ج ب، ح ب ج بہ ترتیب برابر کے زاویوں ا ج ر، ا ب ح سے گھٹا دئے جائیں۔ تو باقی زاویے ا ج ب اور ا ب ج بھی برابر رہ جائینگے (ع ۳)۔ جو قاعدہ ب ج کے اوپر کے زاویے تھے۔ اور اسی قاعدے کے نیچے کے زاویوں ج ب ر، ب ج ح کا برابر ہونا ابھی بیان ہو چکا ہے۔ تو دعوے کے دونو جزو

---

۵ زوایا زاویہ کی جمع ہے + مترجم

ثابت ہو گئے[۱] ٭

[۱] اس شکل کا لقب ماموئی ہے۔ اس کے دعوے کے پہلے حصے کو بغیر ساقین
کے بڑھائے ہوئے بھی اس طرح ثابت کر سکتے ہیں۔ کہ مثلث ا ب ج کی ساق

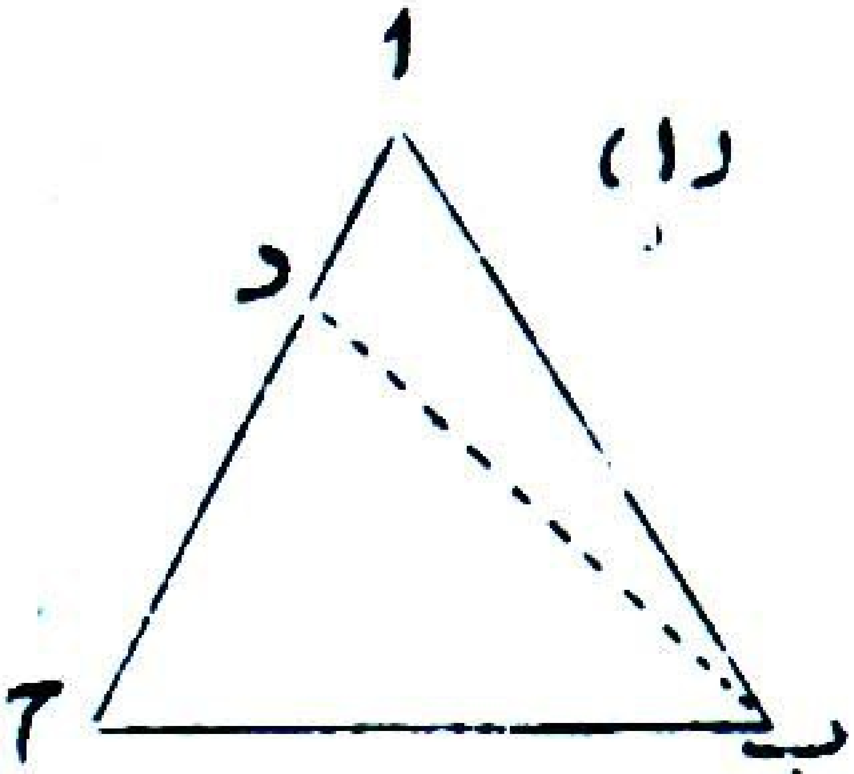


ا ب پر ایک نقطہ د مانا۔ اور دوسری ساق ا ج میں سے
ا د کے برابر ا ہ کاٹا (ش۳)۔ اور ب ہ ہ د اور د ج
میں خط ملائے۔ اب مثلث ا ب ہ کے ضلعے ا ب
ا ہ اور درمیانی زاویہ ا بہ ترتیب مثلث ا د ج کے
ضلعوں ا ج ا د اور درمیانی زاویہ ا کے برابر ہیں۔
(فرض وعمل)۔ اس لئے مثلث ا ب ہ کا ضلع ب ہ
اور زاویۂ ا ب ہ بہ ترتیب مثلث ا ج د کے ضلعے ج د اور زاویۂ
ا ج د کے برابر ہونگے (ش۴)۔ پھر مثلث ب ہ د کے ضلعے ب د ب ہ
اور درمیانی زاویۂ د ب ہ بہ ترتیب مثلث د ج ہ کے ضلعے ج ہ
ج د۔ اور درمیانی زاویۂ د ج ہ کے برابر ہیں۔ اس لئے زاویۂ ب د ہ
اپنی نظیر زاویۂ ج ہ د کے۔ اور زاویۂ ب ہ د اپنی نظیر زاویۂ ج د ہ
کے برابر ہوگا (ش۴)۔ اور جب یہ دونو زاویے ب ہ د ج د ہ
بہ ترتیب بڑے زاویوں ب د ہ اور ج ہ د سے گھٹا دئے جائیں۔
تو باقی زاویۂ ب د ج اور ب ہ ج بھی برابر رہ جائینگے (ع۳)۔ پھر مثلث
ب د ج کے ضلعے د ب د ج اور درمیانی زاویۂ ب د ج بہ ترتیب مثلث
ج ہ ب کے ضلعوں ج ہ ہ ب اور درمیانی زاویۂ ج ہ ب کے برابر ہیں۔
اس لئے مثلث ب د ج کا باقی زاویۂ د ب ج مثلث ج ہ ب کے زاویۂ
ہ ج ب اپنی نظیر کے برابر ہوگا۔ یعنی زاویۂ ا ب ج اور زاویۂ ا ج ب برابر
ہونگے۔ جو قاعدے کے اوپر کے زاویے ہیں ٭ محرر

(۶) شکل نظری

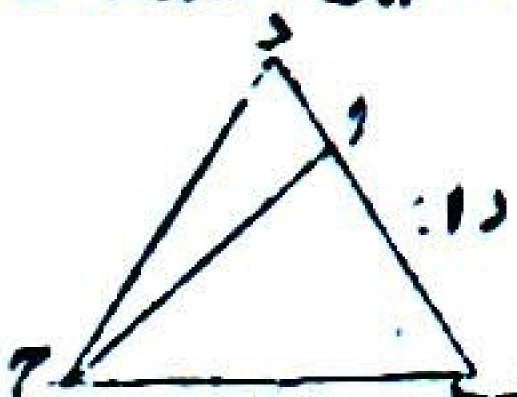
دعوےٰ۔ جب کسی مثلث کے دو زاویئے برابر ہوں۔ تو اُن کے مقابل کے ضلعے بھی برابر ہوتے ہیں۔

تصویر۔ مثلث ا ب ج کے دو زاویئے ب اور ج برابر ہیں۔ تو اُن کے مقابل کے ضلعے ا ج اور ا ب بھی برابر ہونگے۔

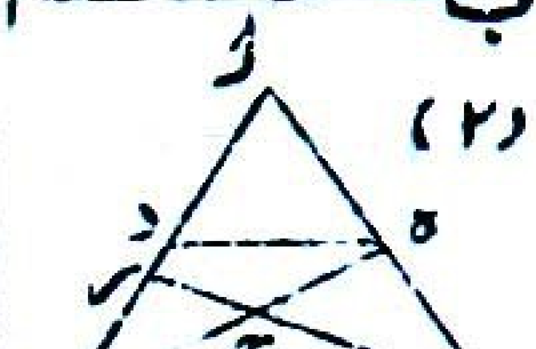


(۱)

ثبوت۔ اگر برابر نہ ہوں۔ تو چھوٹے بڑے ہونگے۔ مان لیا۔ کہ ا ج بڑا اور ا ب چھوٹا ہے۔ ا ج میں سے ا ب کے برابر د ج کاٹا (ش۳) اور ب د میں خط ملایا۔ اب مثلث ا ب ج کے ضلعے ا ب ب ج اور درمیانی زاویۂ ا ب ج بہ ترتیب مثلث د ب ج کے ضلعوں د ج ج ب اور درمیانی زاویۂ د ج ب کے برابر ہیں (عمل و فرض)۔ اس لئے مثلث ا ب ج کل مثلث د ب ج جزو کے برابر ہؤا جو ناممکن ہے[۱]+



(۱)



(۲)

[۱] اگر ا ب کو جو ا ج سے چھوٹا مانا گیا ہے ا کی سیدھ میں بڑھائیں اور بڑھائے ہوئے میں سے ا ج کے برابر ب د کاٹ لیں اور ج د میں خط ملا دیں۔ تب بھی مثلث د ب ج اور ا ب ج یعنی کل اور جزو کا برابر ہونا لازم آئیگا جو ناممکن ہے۔
ثبوت کا ایک تیسرا طریق ا ج بڑے خط میں سے ا ب کے برابر ج د کاٹا اور ا ب پر ایک نقطہ ہ مان لیا۔ پھر ج د میں سے ج ر ب ہ کے برابر کاٹا۔ اور د ہ ر ب ہ ج میں خط ملائے۔ اب مثلث ہ ب ج کے ضلعے ہ ب ب ج

(۷) شکل نظری

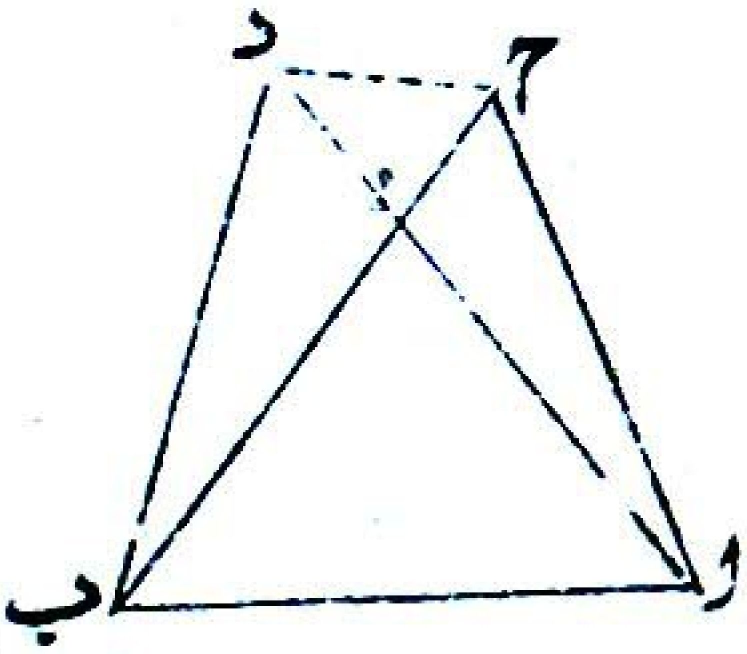
دعوےٰ - جب کسی خط کے انجام کے نقطوں سے ایک جانب بیں دو خط نکل کر کسی نقطے پر جا ملیں - تو اُسی خط کے اُنہی انجام کے نقطوں سے اُسی جانب میں اَور ایسے دو خط نہیں نکل سکتے جو کسی دوسرے نقطے پر ملیں - اور بہ ترتیب پہلے خطوں کے برابر بھی ہوں +

(متعلق شکل ۶ صفحہ ۲۰) اور درمیانی زاویۂ ہ ب ج بہ ترتیب مثلث ر ج ب کے ضلعوں ر ج ج ب اور درمیانی زاویۂ ر ج ب کے برابر ہیں (فرض و عمل) - تو مثلث ہ ب ر کا ضلع ہ ج اور زاویۂ ب ج ہ بہ ترتیب مثلث ر ج ب کے ضلعے ر ب اور زاویۂ ج ب ر کے برابر ہونگے - اور خود مثلث ہ ب ج مثلث ر ج ب کے برابر ہوگا (ش ۱) - اور ان میں سے حصۂ مشترک مثلث ب ج ح کو گھٹا دینے سے باقی مثلث ب ہ ح باقی مثلث ج ر ح کے برابر رہیگا (ع ۲) : پھر مثلث ا ر ب کے ضلعے ا ب ب ر اور درمیانی زاویۂ ا ب ر[1] بہ ترتیب مثلث د ہ ج کے ضلعوں د ج ج ہ اور درمیانی زاویۂ د ج ہ کے برابر ہیں - تو ظاہر ہے - کہ دونو مثلث ا ر ب اور د ہ ج بھی برابر ہونگے (ش ۱) - اور ان میں سے حصۂ مشترک سطح منحرف ہ د ر ح کو گھٹا دینے سے باقی (مثلث ا د ہ + مثلث ہ ح ب) مثلث ج ر ح کے برابر ہوگا - اور ابھی بیان ہو چکا ہے - کہ اکیلا مثلث ہ ح ب مثلث ج ر ح کے برابر ہے - تو لازم آیا - کہ دونو مثلثوں ا د ہ اور ہ ح ب کا مجموعہ کُل اکیلے مثلث ہ ح ب جزو کے برابر ہو جو نا ممکن ہے +

ثبوت کی چوتھی صورت - اگر یہ شکل اٹھارھویں شکل کے بعد بیان کی جائے - جس کا یہ دعوےٰ ہے - کہ "بڑے ضلع کے مقابل کا زاویہ بھی بڑا ہوتا ہے"۔ تو بے تکلف اس کا ثبوت ہو جاتا ہے - اور اٹھارھویں شکل کے ثبوت میں اس شکل کی کچھ ضرورت نہیں پڑتی - کہ دَور کا خیال پیدا ہو + محرر

[1] جب زاویۂ ہ ب ج زاویۂ ر ج ب کے برابر تھا (فرض) - اور زاویۂ ب ج ہ کا زاویۂ ج ب ر کے برابر ہونا ابھی ثابت ہوا - تو ظاہر ہے - کہ زاویۂ ا ب ر زاویۂ د ج ہ کے برابر ہوگا (ع ۳) - مترجم

تصویر - اب ایک خط کے انجام کے نقطوں ا اور ب سے دو خط ا ج اور ب ج نکل کر نقطۂ ج پر جا ملے ہیں - تو اب یہ نا ممکن ہے - کہ اُسی جانب میں ا د اور ب د دو خط نکل کر نقطۂ د پر جو نقطۂ ج سے علیحدہ ہے - جا ملیں - اور بہ ترتیب ا ج ب ج کے برابر بھی ہوں +



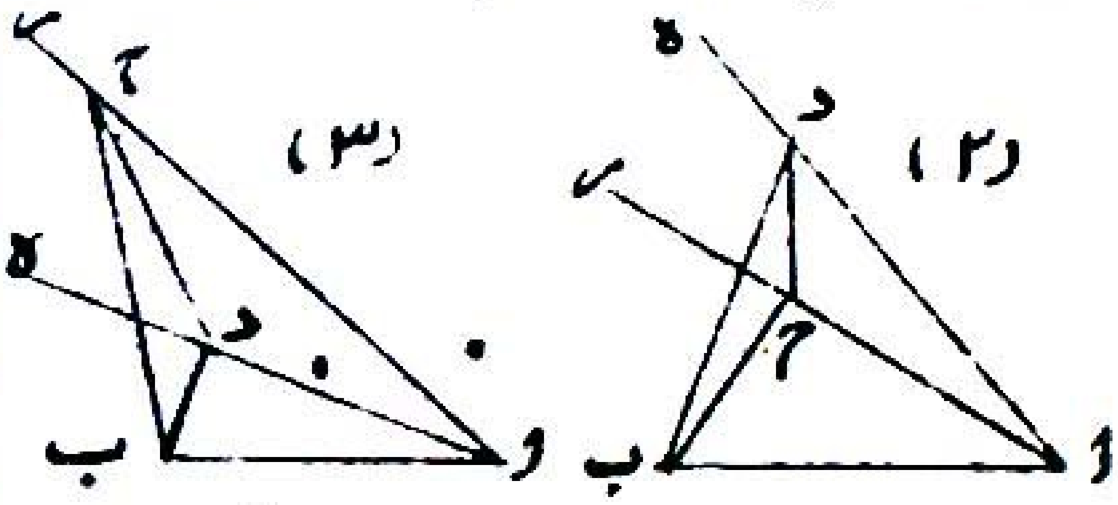
ثبوت - اگر ایسا ہونا ممکن ہو - تو ہم نے ج د میں خط ملایا - اب چونکہ ا ج ا د کے برابر ہے (فرض) - اسلئے زاویۂ ا ج د زاویۂ ا د ج کے برابر ہوگا (ش ۵) - اور زاویۂ ب ج د زاویۂ ا ج د سے چھوٹا ہے - تو ظاہر ہے - کہ زاویۂ ا د ج سے بھی (جو زاویۂ ا ج د کے برابر ہے) چھوٹا ہوگا - لیکن زاویۂ ا د ج زاویۂ ب د ج سے چھوٹا ہے - تو زاویۂ ب ج د زاویۂ ب د ج سے بہت ہی چھوٹا ہوگا - اور جب ضلع ب ج کو ضلع ب د کے برابر مانا ہے - تو زاویۂ ب ج د زاویۂ ب د ج کے برابر ہوگا (ش ۵) - اور یہ ناممکن ہے - کہ ایک زاویہ دوسرے زاوئے سے چھوٹا بھی ہو اور برابر بھی - تو ثابت ہو گیا - کہ ا د ب د بہ ترتیب ا ج ب ج کے ساتھ برابر نہیں ہو سکتے[1] +

[1] اس شکل کے دعوے کی تصویر کئی صورتوں سے ہو سکتی ہے - (۱) نقطۂ د مثلث ا ب ج سے باہر ہو - اور ا د ب د خطوں کے نقطۂ د پر ملنے سے پہلے اُن چار خطوں میں سے جو ا ب کے دونو انجاموں سے نکلے ہیں - دو خط باہم تقاطع کریں - یہی صورت کتاب میں بیان ہوئی ہے -

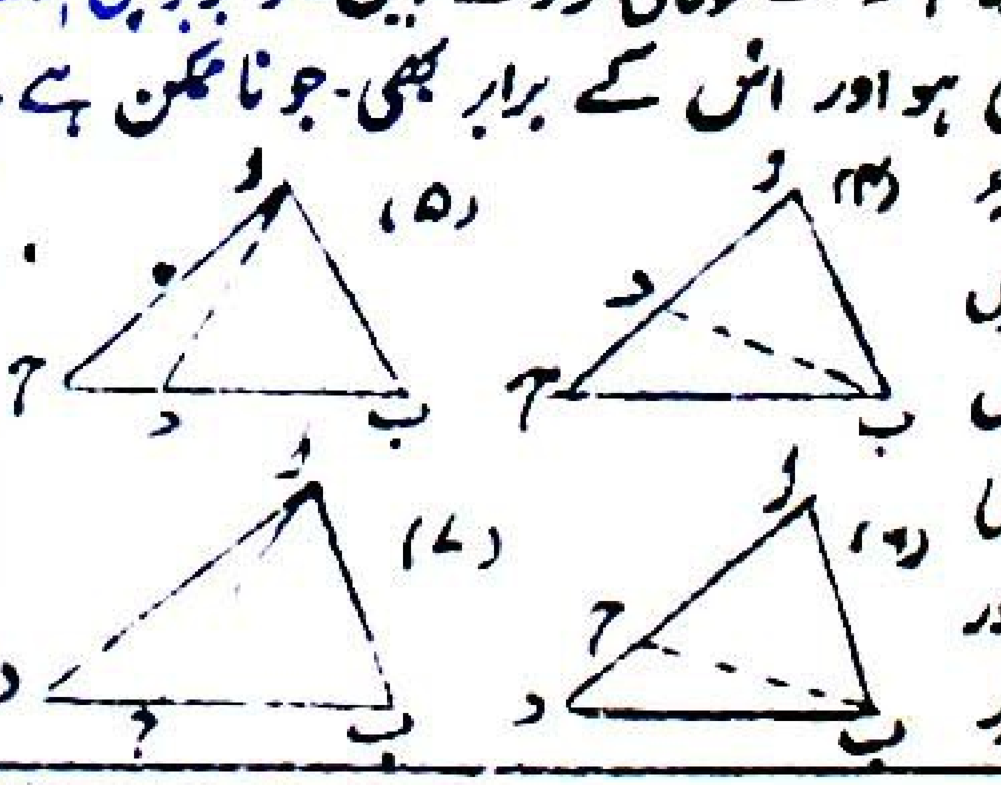
(۸) شکل نظری

دعوے۔ جب کسی مثلث کے تینوں ضلعے بہ ترتیب دوسرے مثلث کے تینوں ضلعوں کے برابر ہوں۔ تو دونو مثلثوں کے زاوئے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے۔ اور مثلث برابر ہوگا مثلث کے۔

(متعلق شکل، صفحہ (۲۸) (۲) نقطۂ د تو مثلث ا ب ج سے باہر ہی ہو۔ لیکن

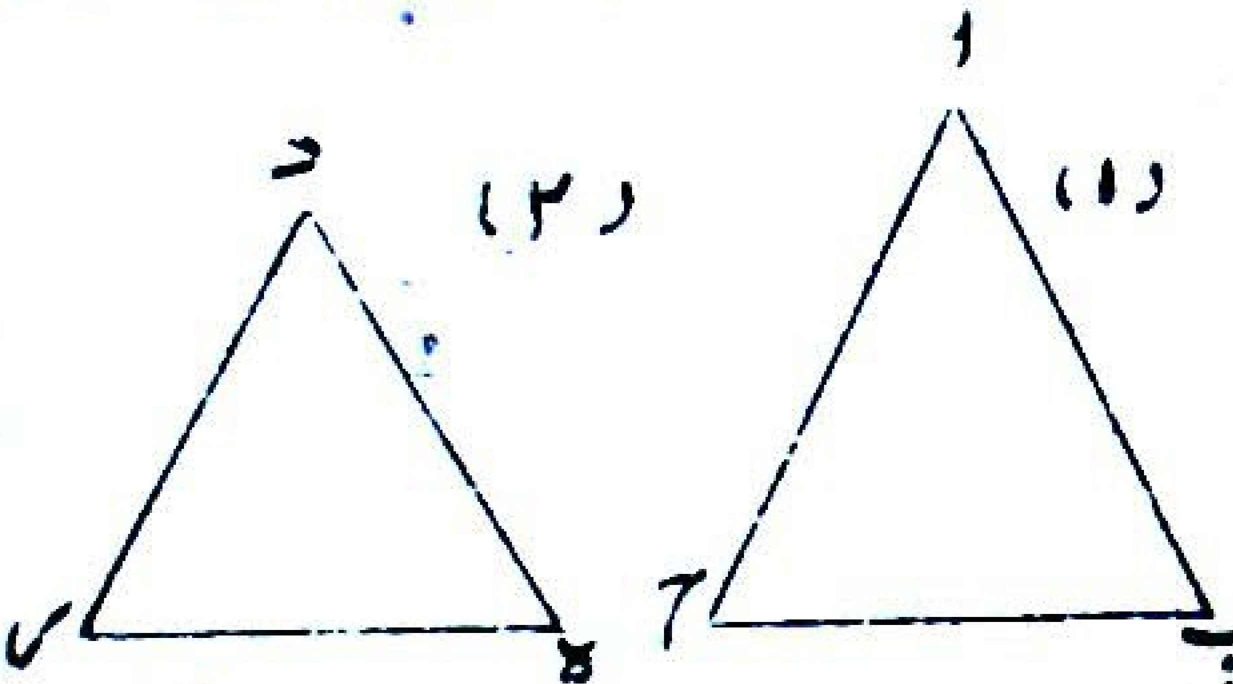


مذکورۂ بالا چار خطوں میں سے کوئی باہم تقاطع نہ کرے۔ (۳) نقطۂ د مثلث ا ب ج کے اندر ہی ہو۔ ان دونو صورتوں میں جب د ج میں خط ملاکر ا د ا ج کو بہ ترتیب ہ اور ر تک بڑھایا۔ تو ا د ا ج کے برابر ہوگا (فرض)۔ اس لئے زوایائے ہ د ج اور ر ج د جو قاعدے کے تحتانی زاوئے ہیں۔ برابر ہونگے (ش ۵)۔ پھر پہلی صورت میں زاویۂ ب د ج جزو زاویہ ہ د ج کل سے چھوٹا ہے۔ اور اسلئے زاویۂ ر ج د سے بھی چھوٹا ہوگا۔ مگر زاویۂ ر ج د جزو زاویہ ب ج د کل سے چھوٹا ہے۔ تو چاہئے۔ کہ زاویۂ ب د ج ب ج د سے بہت چھوٹا ہو۔ حالانکہ وہ دونو متساوی الساقین ب د ج کے قاعدۂ کے فوقانی زاوئے ہیں۔ جن کا برابر ہونا ضروری ہے۔ تو لازم آیا۔ کہ زاویۂ ب د ج زاویۂ ب ج د سے بہت چھوٹا بھی ہوا اور ٹھیک اُس کے برابر بھی۔ جو ناممکن ہے۔ اور دوسری صورت میں زاویۂ ب ج د جزو زاویۂ ر ج د کل سے چھوٹا ہے۔ اسلئے ہ د ج سے بھی (جو ر ج د کے برابر تھا) چھوٹا ہوگا۔ اور ہ د ج جزو ب د ج کل سے چھوٹا ہے۔ تو زاویۂ ب ج د ب د ج سے بہت چھوٹا ہوگا۔ اور جبکہ وہ دونو متساوی الساقین ب ج د کے قاعدہ ج د کے فوقانی زاوئے ہیں۔ تو برابر بھی ہونگے تو لازم آیا۔ کہ ایک زاویہ دوسرے زاوئے سے بہت چھوٹا بھی ہو اور اُس کے برابر بھی۔ جو ناممکن ہے۔

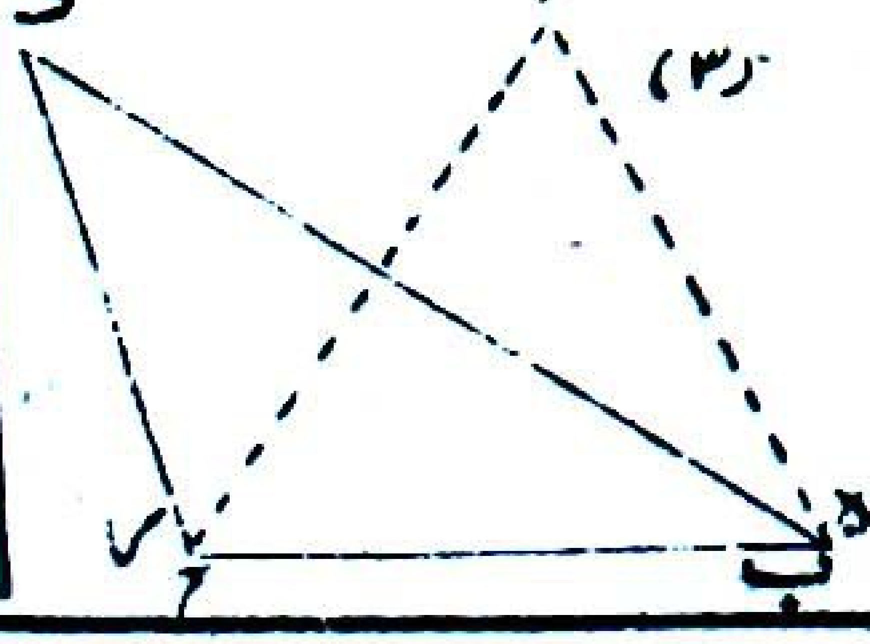


(۴ و ۵) نقطہ د ا ج یا ب ج کے کسی نقطے پر واقع ہو۔ (۶و۷) نقطۂ د ا ج یا ب ج کے باہر مگر سیدھ میں واقع ہو۔ ان دونو صورتوں میں ضرور ایک خط دوسرے پر منطبق ہوگا۔ اور پہلی صورت میں ا د ا ج سے چھوٹا ہوگا۔ ب د۔ ب ج سے۔ جس طرح دوسری صورت میں ا ج ا د سے چھوٹا ہوگا اور ب ج ب د سے اور ظاہر ہے۔ کہ چھوٹے بڑے ہوتے ہوئے برابر ہونا ناممکن ہے۔ مکرر

تصویر - مثلث ا ب ج کے ضلعے ا ب ا ج ب ج بہ ترتیب مثلث د ہ ر کے ضلعوں د ہ د ر ہ ر کے برابر ہیں - تو پہلے مثلث کے زوایائے ا ب ج بہ ترتیب دوسرے مثلث کے زوایائے د ہ ر کے برابر ہونگے - اور پہلا مثلث برابر ہوگا دوسرے مثلث کے *



ثبوت - جبکہ مثلث ا ب ج کا ضلع ب ج مثلث د ہ ر کے ضلع ہ ر کے برابر ہے - تو ب ج ہ ر پر پورا منطبق ہو سکتا ہے (ص ۴ محرر) - اب ہم نے ب ج کو ہ ر پر اور مثلث ا ب ج کو مثلث د ہ ر پر منطبق کیا - تو پہلے مثلث کے باقی ضلعے ا ب ا ج بہ ترتیب دوسرے مثلث کے باقی ضلعوں د ہ د ر پر منطبق ہو جائینگے - اور جب ایک مثلث کے سارے ضلعے دوسرے مثلث کے سارے ضلعوں پر ٹھیک منطبق ہو گئے - تو ضرور ایک مثلث کے سارے زاوئے بھی دوسرے مثلث کے سب زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے - اور پورا مثلث پورے مثلث کے - لیکن اگر ضلعے ا ب ا ج ضلعوں د ہ د ر پر منطبق نہ ہوں - بلکہ شکل نمبری ۳ کی طرح علحدہ علحدہ واقع ہو جائیں - تو لازم آئیگا - کہ ایک خط ہ ر کے انجام کے نقطوں سے بہ ترتیب ہ د ر د اور ہ ا ر ا ایک

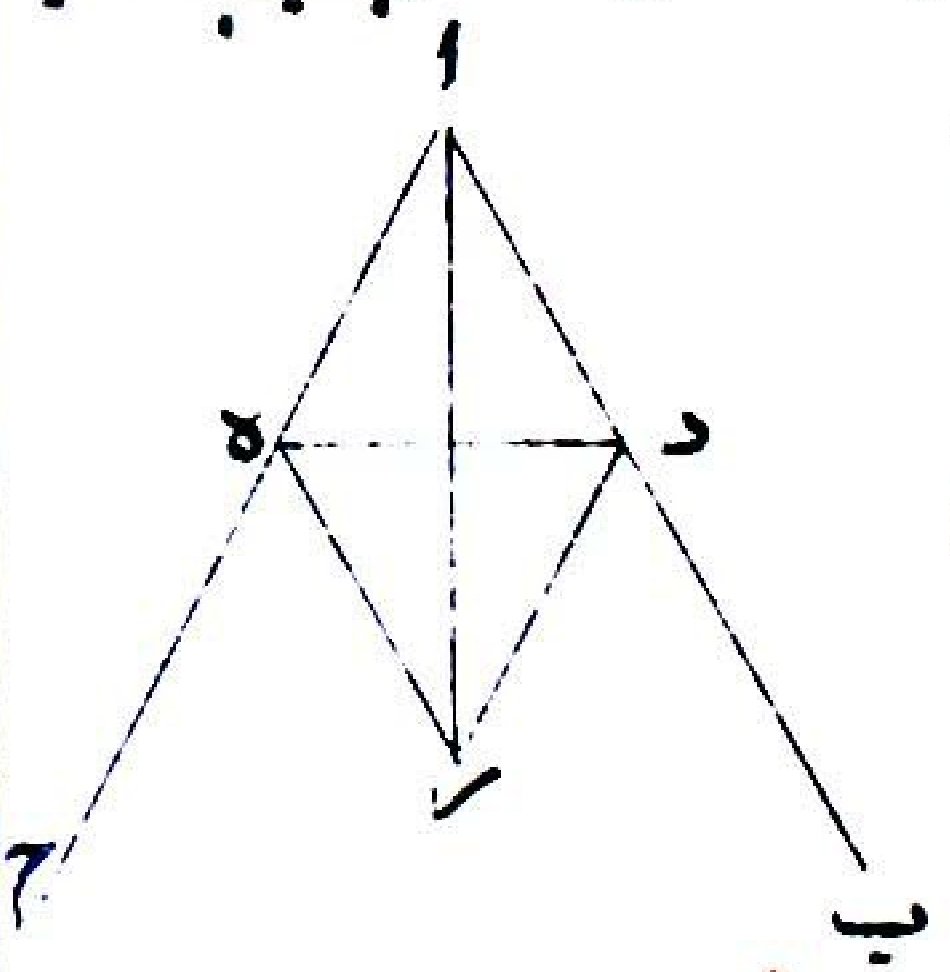


ہی جانب میں نکل کر مختلف نقطوں د اور ا پر ملے ہوں۔ اور اپنی اپنی نظیر کے ساتھ برابر بھی ہوں۔ لیکن ایسا ہونا ناممکن ہے (ش ۷) +

شکل عملی (۹)

دعوے۔ ایک زاویے کو تنصیف یعنی برابر
کے دو حصّوں میں تقسیم کرنا ہے۔

تصویر۔ ب ا ج ایک زاویہ ہے۔ جسے تنصیف کرنا ہے۔ ا ب پر ایک نقطہ د مانا (حل محرر)۔ پھر ا ج میں سے ا د کے برابر اہ کاٹا (ش ۳)۔ اور د ہ میں خط ملایا۔ اور د ہ پر د ہ ر ایک مثلث متساوی الاضلاع بنایا (ش ۱)۔ پھر ا ر میں خط ملایا۔ جس سے زاویۂ ا برابر کے دو حصّوں میں تقسیم ہو گیا +



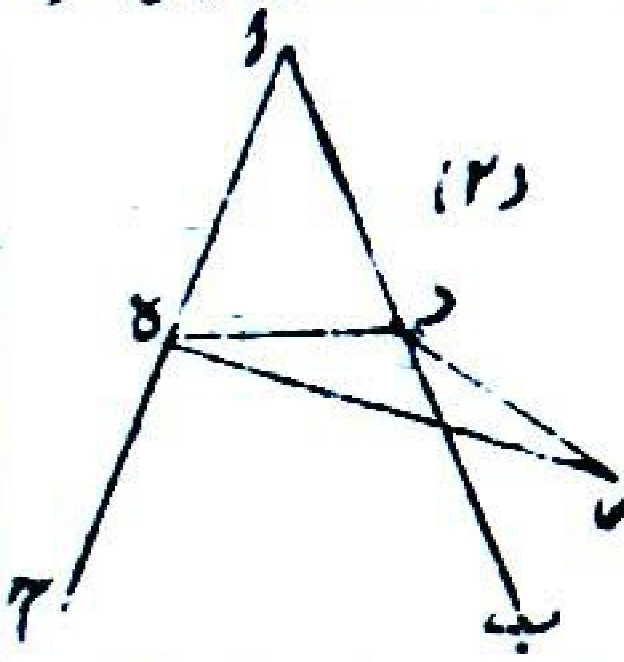
ثبوت۔ دونو مثلثوں د ا ر اور ہ ا ر کے سارے ضلع اپنی اپنی نظیروں کے برابر ہیں (عمل)۔ اس لئے زاویۂ ر ا د اپنی نظیر زاویۂ ر ا ہ کے برابر ہو گا (ش ۸ [۱]) +

---

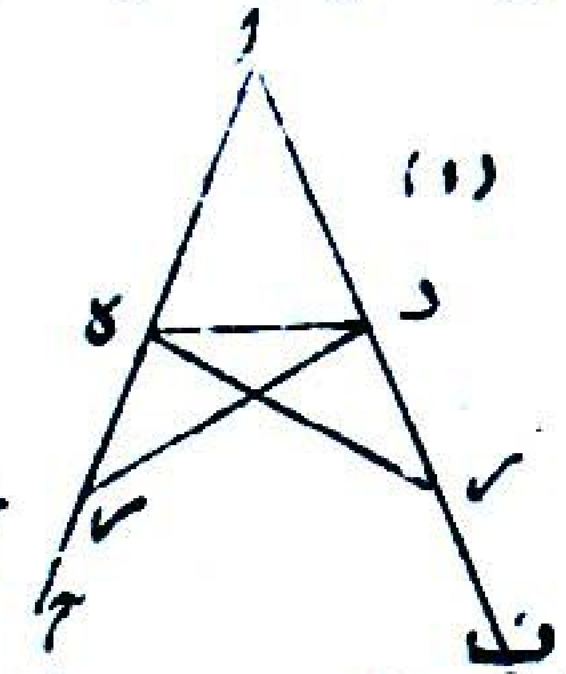
[۱] اس ثبوت کے پورے ہونے کے لئے یہ ثابت کر دینا ضروری ہے۔ کہ نقطۂ ر ضرور خطوط ب ا ج ا کے مابین ہی واقع ہو گا۔ کیونکہ خیال ہو سکتا ہے۔ کہ شاید نقطۂ مذکور ب ا ج ا ہی کے کسی نقطے

(بقیہ نوٹ متعلق شکل ۹ صفحہ ۳۱) پر منطبق ہو جاوے یا دونو سے علیحدہ باہر کی طرف جا پڑے۔ لیکن ہم کہتے ہیں کہ ایسا نہیں ہو سکتا۔ اگر ممکن ہو۔ تو فرض کیا کہ نقطۂ س ب ا پر یا اس سے علیحدہ واقع ہؤا ہے۔ چونکہ مثلث س د ہ متساوی الاضلاع بنایا گیا ہے۔ اسلئے اس کے قاعدے پر کے دونو زاویئے س د ہ

(۲)

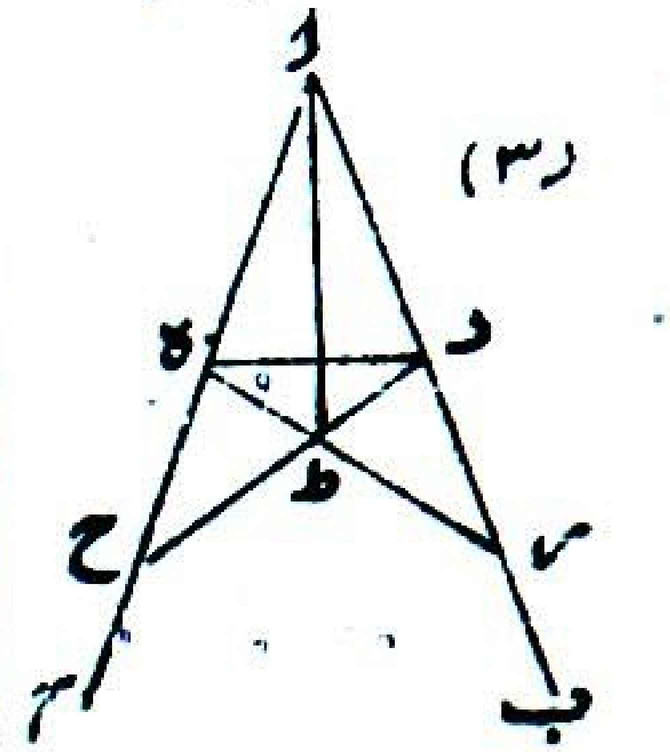


(۱)



اور س ہ د برابر ہونگے اور مثلث متساوی الساقین ا د ہ کے قاعدہ د ہ کے نیچے کی طرف کے دونو زاویئے ب د ہ اور ج ہ د بھی برابر ہونگے۔ جس سے لازم آیا کہ زاویۂ س ہ د جزو زاویۂ ج ہ د کل کے برابر ہو جائے (ع)۔ جو نا ممکن ہے۔ یا زاویۂ س ہ د جزو زاویۂ س د ہ کے برابر ہو جائے جو اس کے کل یعنی زاویۂ ج ہ د کے مساوی ب د ہ سے بھی بڑا ہے۔ اور یہ بھی نا ممکن ہے۔ اصل دعوے کے ثبوت کا دوسرا طریق ا ب پر نقطۂ د مان لینے اور ا ج میں سے ا د کے برابر ا ہ کاٹ لینے کے بعد د ب پر نقطۂ س مان لیا۔ اور ہ ج میں سے ہ ح د س کے برابر کاٹا (ش ۳)۔ اور د ح ہ س میں خط ملائے جو نقطۂ ط پر تقاطع کرتے ہوئے گزرے۔ پھر ا ط میں خط ملایا۔ تو خط ا ط زاویۂ ا کے برابر کے دو حصے کر دیگا کیونکہ مثلث ہ ا س کے ضلعے ہ ا ا س اور اُن کا درمیانی زاویۂ ا بہ ترتیب مثلث د ا ح کے ضلعوں د ا

(۳)

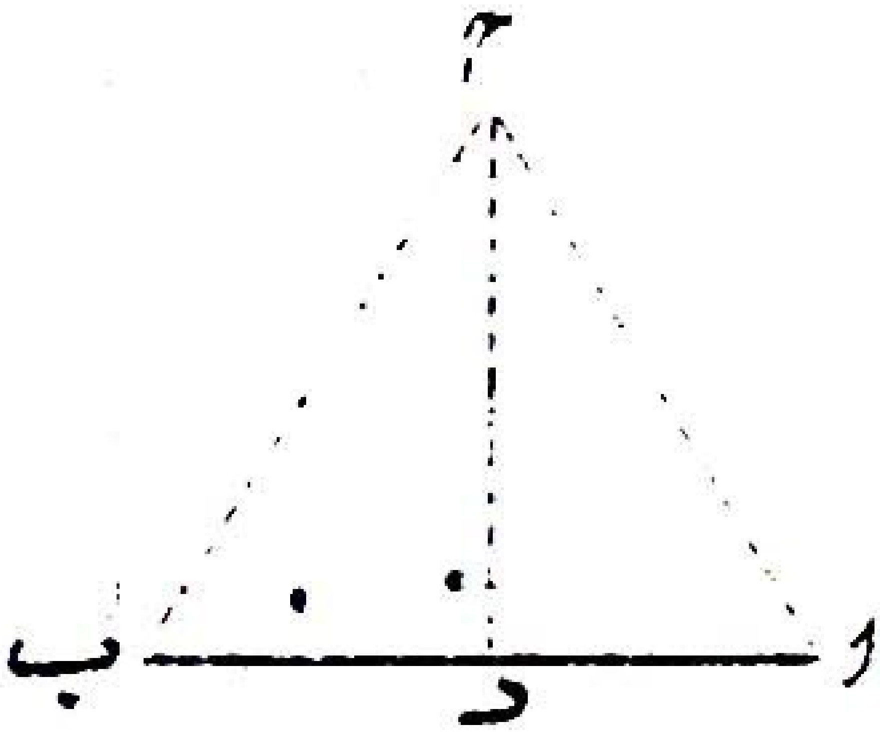


ا ح اور درمیانی زاویۂ ا کے برابر ہیں (عل)۔ تو مثلث ہ ا س کا ضلع ہ س اور دونو زاویئے ا ہ س ا س ہ بہ ترتیب مثلث ا د ح کے ضلع د ح اور زوایاے ا د ح ا ح د کے برابر ہونگے (ش ۴)۔ پھر مثلث د س ہ کے ضلعے د س اور س ہ اور درمیانی زاویۂ س بہ ترتیب مثلث ہ ح د کے ضلعوں ہ ح ح د اور درمیانی زاویۂ ح کے برابر ہیں۔ اسلئے مثلث د س ہ کا زاویۂ س ہ د مثلث ہ ح د کے زاویۂ ہ د ح کے برابر ہوگا (ش ۴)۔ پھر جب کہ مثلث د ط ہ کے دونو زاویئے ط د ہ اور ط ہ د برابر ہیں۔ اسلئے اس کے دونو ضلعے د ط ط ہ بھی برابر ہونگے (ش ۶)۔ ان برابر کے ضلعوں د ط ط ہ کو برابر کے ضلعوں د ح س ط میں سے گھٹا دیں تو باقی ط ح ط س بھی برابر رہینگے (ع)۔ اب مثلث ا ط س کے تینوں ضلعے ا ط ا س ط س بہ ترتیب مثلث ا ح ط کے ضلعوں ا ح ا ط اور ط ح کے برابر ہیں۔ تو زاویۂ س ا ط اپنی نظیر زاویۂ ح ا ط کے برابر ہوگا (ش ۸)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + محرر

(۱۰) شکل عملی

دعوےٰ - ایک محدود خط کی تنصیف کرنی ہے۔

تصویر - اب ایک محدود خط ہے جس کو برابر کے دو حصوں میں تقسیم کرنا ہے اب پر اب ج ایک مثلث متساوی الاضلاع بنایا (ش ۱) - اور زاویہ ج کے ج د خط سے برابر کے دو حصے کر دیئے (ش ۹) - جس سے اب کے بھی برابر کے دو حصے اد اور دب ہو گئے +

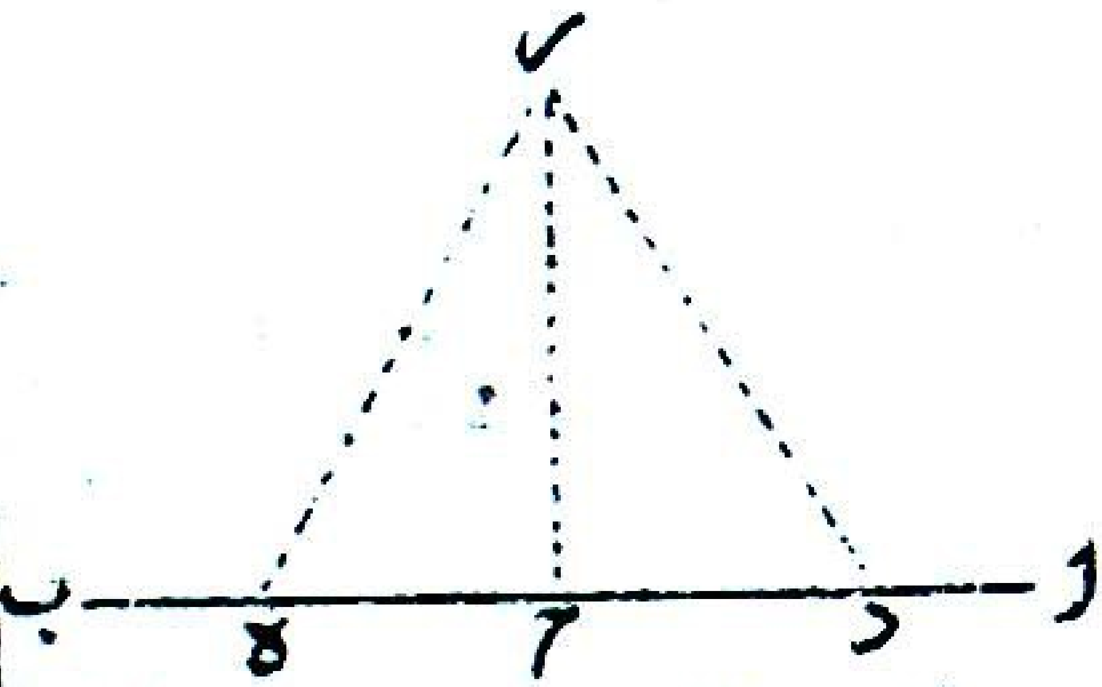


ثبوت - چونکہ مثلث ا ج د کے ضلعے ا ج ج د اور اُن کا درمیانی زاویہ ا ج د بہ ترتیب مثلث ب ج د کے ضلعوں ب ج ج د اور درمیانی زاویۂ ب ج د کے برابر ہیں (عمل) - اس لئے مثلث ا ج د کا باقی ضلع اد مثلث ب ج د میں سے اپنی نظیر ضلع دب کے برابر ہوگا (ش ۴) - اور یہی مطلوب تھا +

(۱۱) شکل عملی

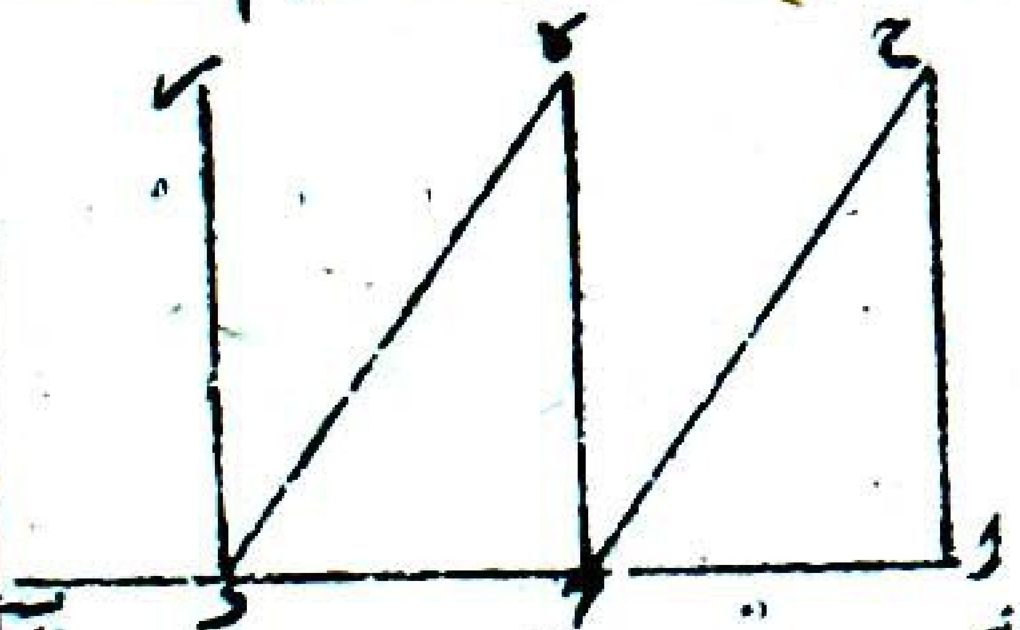
دعوےٰ - ایک غیر محدود خط کے کسی خاص نقطے سے اُسی پر عمود کھینچنا ہے۔

تصویر - اب ایک غیر محدود خط ہے جس کے نقطۂ ج سے اسی پر ایک عمود کھینچنا ہے - اب کے کسی موقع پر نقطۂ د مانا - اور ج ب میں سے ج د کے برابر ج ہ کاٹا (ش ۳)۔



اور دہ پر دہ ر مثلث متساوی الاضلاع بنایا (ش ا)۔ اور پھر ر ج میں خط ملایا۔ تو یہی ر ج اب کے نقطۂ ج پر عمود ہوگا +

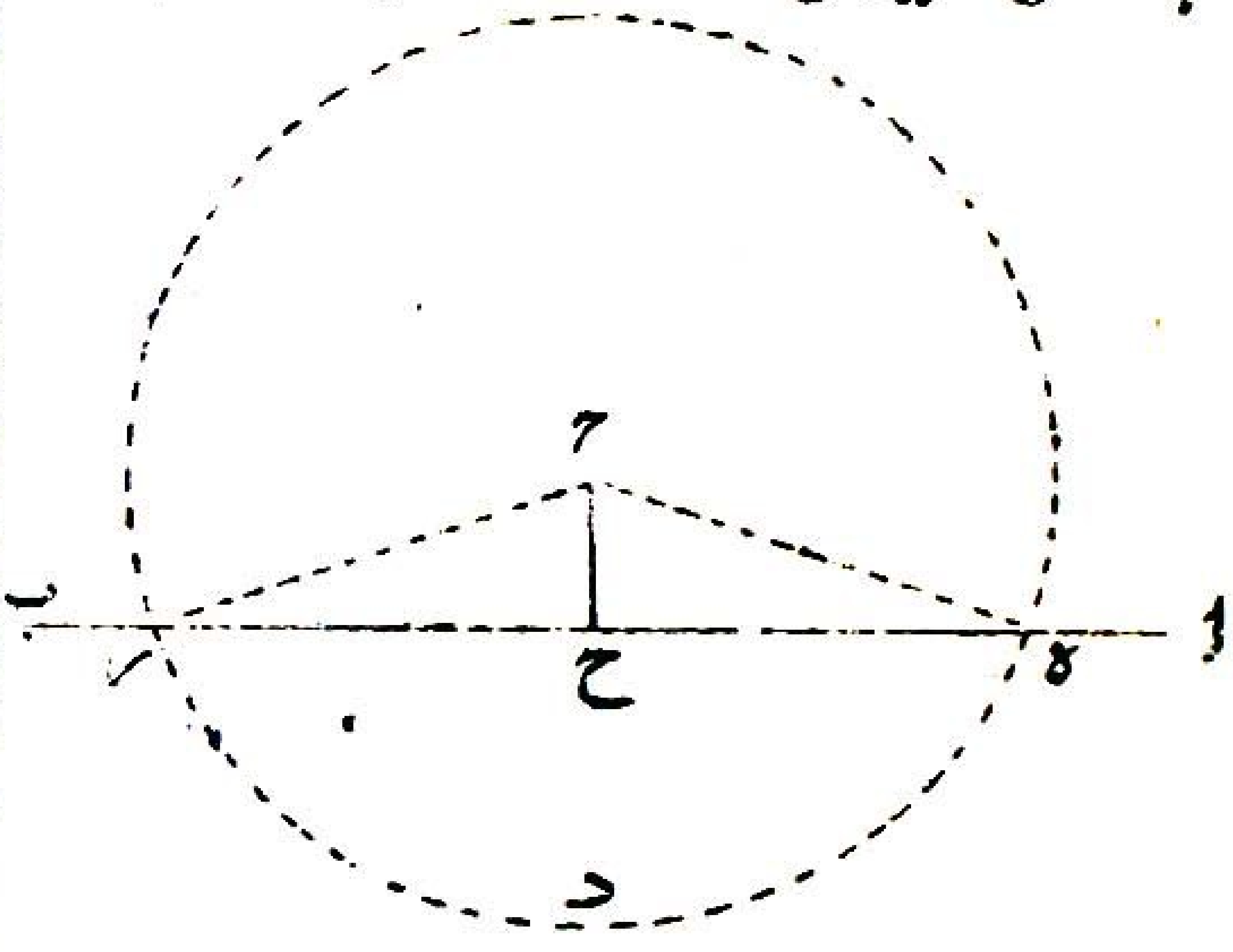
ثبوت - مثلث د ر ج کے تینوں ضلعے مثلث ہ ر ج کے تینوں ضلعوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں (عمل)۔ اسلئے زاویۂ ر ج د بھی اپنی نظیر زاویۂ ر ج ہ کے برابر ہوگا۔ اور جب خط اب پر خط ر ج کے واقع ہونے سے اُس کے دونو پہلوؤں میں ر ج د اور ر ج ہ برابر کے دو زاوئے پیدا ہوئے۔ تو وہ دونو قائمے ہونگے۔ اور خط ر ج اب پر عمود ہوگا (ع ۱۰) +



۱ اگر اب محدود خط ہو یا بدون بڑھانے اب کے اُس کے انجام کے نقطے ا ہی سے عمود کھینچنا منظور ہو جس کی عملی کارروائیوں میں اکثر ضرورت بھی پڑتی ہے۔ تو ہم کو چاہیئے۔ کہ اب پر ایک نقطہ ج مقرر کریں اور ج ب میں سے ج ا کے برابر ج د کاٹیں (ش ۳)۔ پھر نقطہائے ج اور د سے بترتیب دو عمود ج ہ د ر مذکورۂ بالا طریق کے مطابق کھینچیں۔ اور زوایائے ا ج ہ ج د ر کی بترتیب ج ح اور د ہ سے تنصیف کریں (ش ۹)۔ اب دو خط ج ہ د ہ خط ج د پر واقع ہوئے ہیں اور ان کے ایک طرف کے دو زاوئے ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ اسلئے وہ دونو نقطہ ہ پر مل جائینگے (ص مخر)۔ اب ج ح کو بھی د ہ کے برابر کاٹ لیا (ش ۳)۔ اور ح ا کو ملا دیا۔ تو یہی خط ح ا نقطۂ ا پر عمود ہوگا۔ **ثبوت** مثلث ج ا ح کے ضلعے

شکل عملی (۱۲)

دعوےٰ۔ ایک غیر محدود خط پر کسی بیرونی نقطے سے عمود ڈالنا ہے۔



تصویر۔ ا ب ایک غیر محدود خط ہے جس پر نقطۂ ج سے عمود ڈالنا چاہتے ہیں۔ نقطۂ ج کے مخالف جانب ہیں ا ب سے علیحدہ ایک نقطۂ د مقرر کیا۔ پھر ج کو مرکز مان کر ج د کے فاصلے

(بقیہ نوٹ متعلق شکل ۱۱ صفحہ ۳۴) ا ج ج ح اور اُن کا درمیانی زاویہ ا ج ح بہ ترتیب مثلث ج د ہ کے ضلعوں ج د د ہ اور درمیانی زاویہ ج د ہ کے برابر ہیں (عمل دع)۔ اسلئے زاویہ ج ا ح اپنی نظیر زاویہ د ج ہ کے برابر ہوگا (ش ۴)۔ لیکن زاویہ د ج ہ قائمہ بنایا گیا تھا۔ اسلئے زاویہ ج ا ح بھی جو اس کے برابر ہے۔ زاویۂ قائمہ ہوگا (ص ۹ محرر)۔ اور جب ج ا ح زاویۂ قائمہ ہوا۔ تو خط ا ج ا ب کے نقطۂ ا پر عمود ہوا (ح ۱)۔ اور یہی مطلوب تھا + محرر

+ فٹ نوٹ۔ یعنی اس ایسی صورت میں پہلے طریق سے مطلوب نہیں ثابت ہو سکتا کیونکہ پہلے طریق میں جس نقطے سے عمود نکالنا ہوتا ہے اس کی دونو طرف میں نقطے معین کرنے پڑتے ہیں اور اس شرط کی رو سے دونو طرف میں نقطے معین نہیں ہو سکتے + مترجم

+ فٹ نوٹ یعنی ا د پر مثلث متساوی الاضلاع بنا کر اس کے راس اور نقطۂ ج میں خط ملا دینگے۔ تو یہ خط عمود ہوگا۔ پھر ج د اگر د ب کے برابر ہے۔ تو اسی طرح ج ب پر مثلث متساوی الاضلاع بنا کر عمل پورا کرینگے اور اگر ج د د ب سے چھوٹا ہے۔ تو د ب میں سے ج د کے برابر د س کاٹنے اور ج س پر متساوی الاضلاع بنانے سے عمل پورا ہو جائیگا۔ لیکن اگر ج د د ب سے بڑا ہو۔ تو پھر ج د میں سے د ب کے برابر د ط کاٹنے اور ط ب پر مثلث متساوی الاضلاع بنانے سے عمل پورا ہوگا + مترجم

+ فٹ نوٹ۔ اگرچہ محقق محرر نے اس اصول موضوعہ کا ثبوت آگے چل کر دیا ہے۔ لیکن چونکہ اس کے ثبوت میں اس شکل کا کچھ دخل نہیں ہے۔ تو دور لازم آنے کا خیال نہیں ہو سکتا + مترجم

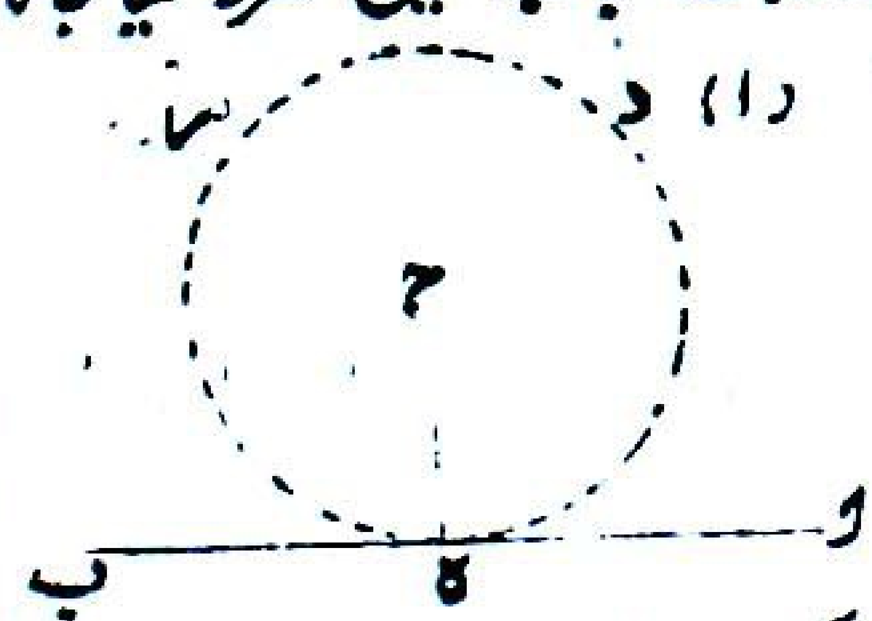
سے ایک دائرہ ہ د ز کھینچا (ص۳)۔ چونکہ اب دونو جانبوں سے غیر محدود مانا ہوٗا ہے۔ اسلیئے دائرۂ مذکور اب کو نقاط ہ ز پر قطع کریگا۔ اب ہ ز کو نقطۂ ح پر تنصیف کیا (ش۱۰)۔ اور ج ح کو ملایا۔ تو یہی ج ح اب پر عمود ہوگا +

ثبوت۔ ج ہ ج ز کو ملائیں۔ تو مثلث ج ہ ح کے ضلعے ج ح ج ہ اور ہ ح بہ ترتیب مثلث ج ح ز کے ضلعوں ج ح ج ز اور ز ح کے برابر ہونگے (عل و ح۱۵)۔ اسلیئے زاویۂ ج ح ہ بھی ج ح ز کے برابر ہوگا (ش۸)۔ اور جب خط اب پر ج ح واقع ہوٗا۔ اور اس کے دونو پہلوؤں کے دونو زاویئے برابر ہوئے۔ تو ج ح اب پر عمود ہوٗا (ح۹)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا[1] +

---

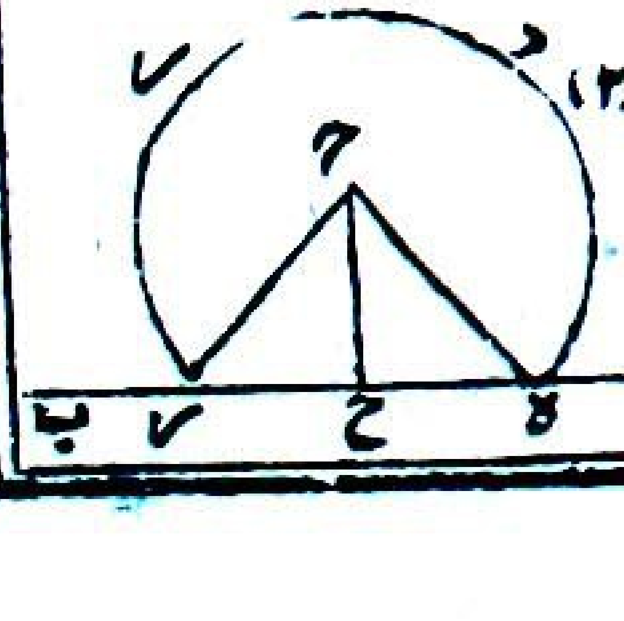
[1] اگر یہ شرط مان لیں کہ نقطۂ د جو ج کے برخلاف جانب میں مقرر کیا جاتا ہے۔ خط اب سے آگے بڑھنے نہ پائے۔ تو اس طرح ثبوت دینگے۔ اب پر نقطۂ ہ مان کر ج اور ہ میں خط ملا دیا۔ اور ج کو مرکز مان کر ج ہ کے فاصلے سے ایک دائرۂ ہ د ز کھینچا۔

(۱)



اور چونکہ اب غیر محدود مانا ہوٗا ہے۔ اسلیئے دائرۂ مذکور اپنے دور میں دوبارہ اب سے ملیگا۔ پھر اگر دوسری بار بھی نقطۂ ہ پر ہی ملے۔ تو بھی خط ج ہ اب پر عمود ہو جائیگا۔ جیسا کہ تیسری مقالے کی سترھویں شکل سے ثابت ہوتا ہے جس کے ثبوت میں شکل زیر بحث کو کچھ دخل نہیں ہے۔ لیکن اگر دائرۂ مذکور بجائے نقطۂ ہ کے کسی اور نقطے مثلاً ز پر ملے۔ تو خط ہ ز کو نقطۂ ح پر تنصیف کرینگے (ش۱۰)۔ اور ج ح ج ہ اور ج ز میں خطوط ملا دینگے اب اُسی تقریر سے جو اصل کتاب میں گزری ہے اب پر ج ح کا عمود ہونا ثابت ہو جائیگا + محرر

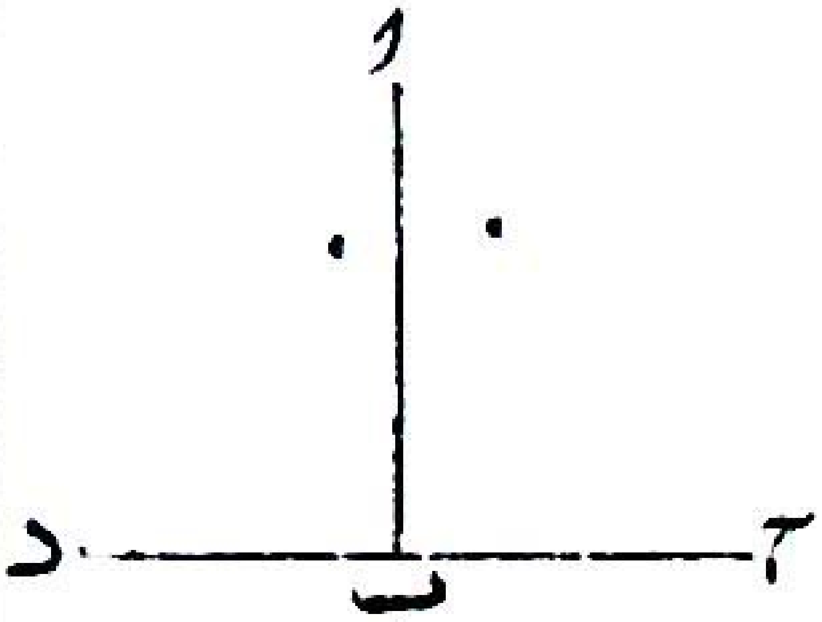
(۲)

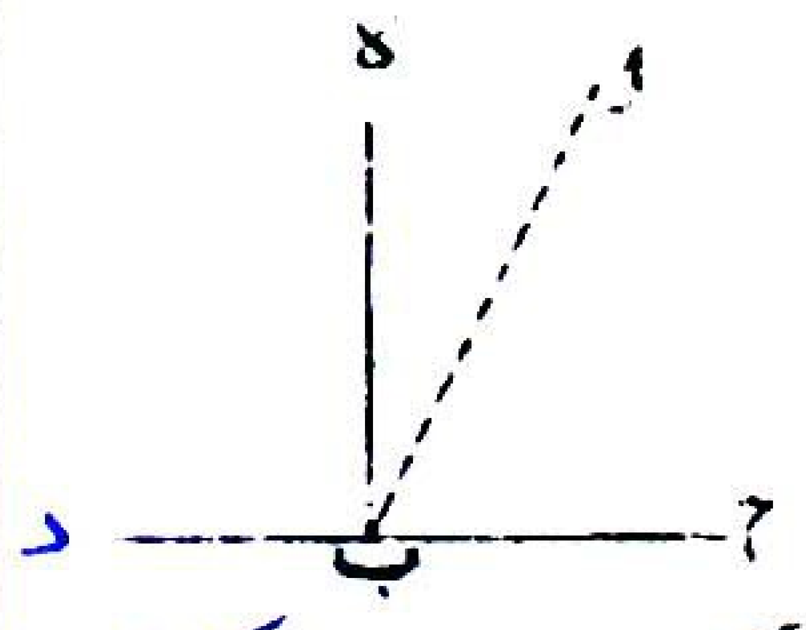


(۱۳) شکل نظری

دعوےٰ - جب ایک خط پر دوسرا خط واقع ہو - تو جو زاوئے اُس کے دونو پہلوؤں میں پیدا ہونگے - وہ دونو دو قائمے یا مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے -

تصویر - ج د پر اب واقع ہوا - جس سے اب ج اب د دو زاوئے پیدا ہوئے - تو یہ دونو زاوئے دو قائمے یا ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے *



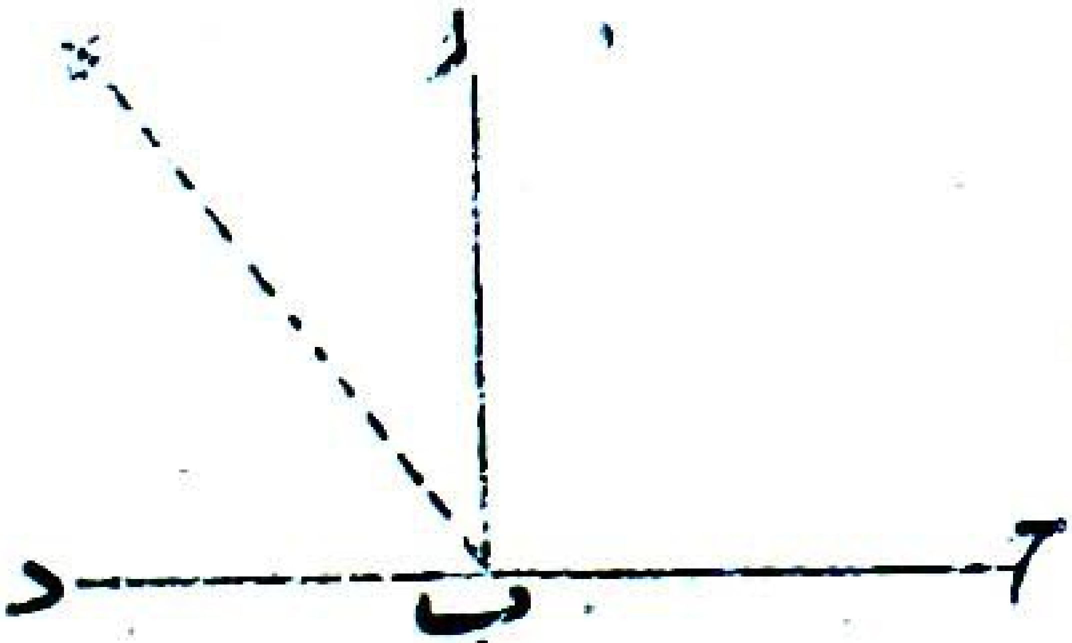


ثبوت - اگر اب ج د پر عمود ہو - تو ظاہر ہے - کہ مذکورۂ بالا دونو زاوئے دو قائمے ہونگے - لیکن اگر وہ عمود نہ ہو - تو ج د پر اُسی کے نقطۂ ب سے ب ہ عمود کھینچا (ش ۱۱) - جس سے دو زاوئے ہ ب د ہ ب ج دو قائمے پیدا ہوئے - اور جن کا مجموعہ تینوں زاویوں ہ ب د ہ ب ا اور اب ج کے مجموعے کے برابر ہے - جبکہ یہی تینوں زاوئے مل کر پہلے پیدا ہونے والے زاویوں اب ج اب د کے مجموعے کے بھی برابر تھے - تو دونو زاوئے اب ج اب د مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے (ع) - اور یہی مطلوب تھا *

(۱۴) شکل نظری

دعوےٰ - جب کسی خط کے کسی نقطے پر اُس کے دو پہلوؤں سے دو خط ملیں - اور اس سے مل کر دو زاویے قائمے یا دو قائموں کے برابر پیدا کریں - تو یہ دونو ملنے والے خط سیدھے ایک خط ہونگے -

تصویر - ا ب کے نقطۂ ب پر ج ب اور د ب دو خط ملے - جن کے ملنے سے پیدا ہونے والے دو زاویے ج ب ا د ب ا دو قائمے یا دو قائموں کے برابر ہیں - تو ج ب د ب مل کر سیدھے ایک خط ہونگے ۔

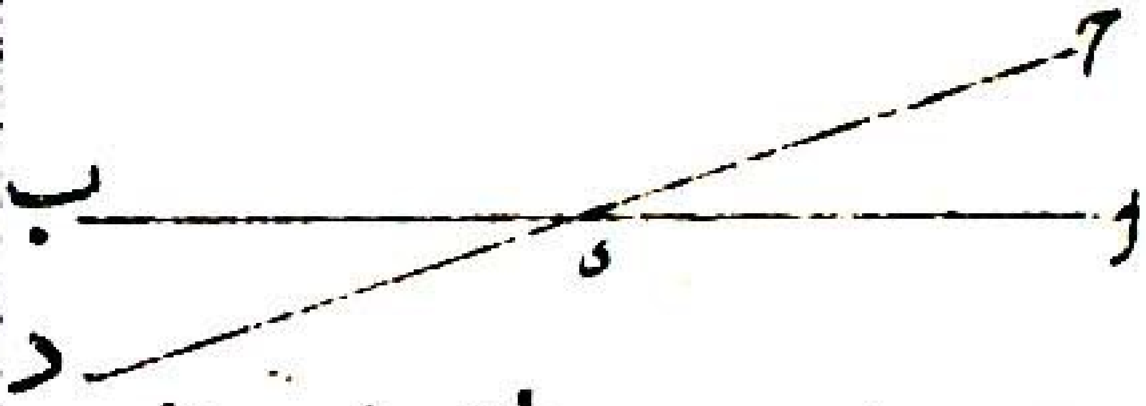


ثبوت - اگر یہ دونو مل کر سیدھے ایک خط نہ ہوں - تو ج ب کو اُس کی سیدھ میں ہ تک بڑھا لیا - اب ج ہ پر ا ب واقع ہوا - اسلئے اس کے پہلوؤں میں پیدا ہونے والے زاویے ج ب ا اور ہ ب ا دو قائمے یا دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۱۳) - اور دونو زاویے ج ب ا د ب ا بھی دو قائمے یا دو قائموں کے برابر تھے - تو (ج ب ا + ہ ب ا) (ج ب ا + د ب ا) کے برابر ہوئے - اب مشترک زاویۂ ج ب ا کو دونو میں سے گھٹا دیں - تو زاویۂ ہ ب ا جزو برابر ہوگا د ب ا کل کے جو ناممکن ہے (خ) ۔

(۱۵) شکل نظری

دعوےٰ - دو خطوں کے تقاطع سے مقابل میں پیدا ہونے والے زاوئے برابر ہوتے ہیں -

تصویر - اب ج د کے تقاطع سے جو زاوئے پیدا ہوئے ہیں ان میں سے مقابل کے زاوئے



ج ہ ب ا ہ د اور اسی طرح ج ہ ا ب ہ د برابر ہونگے +

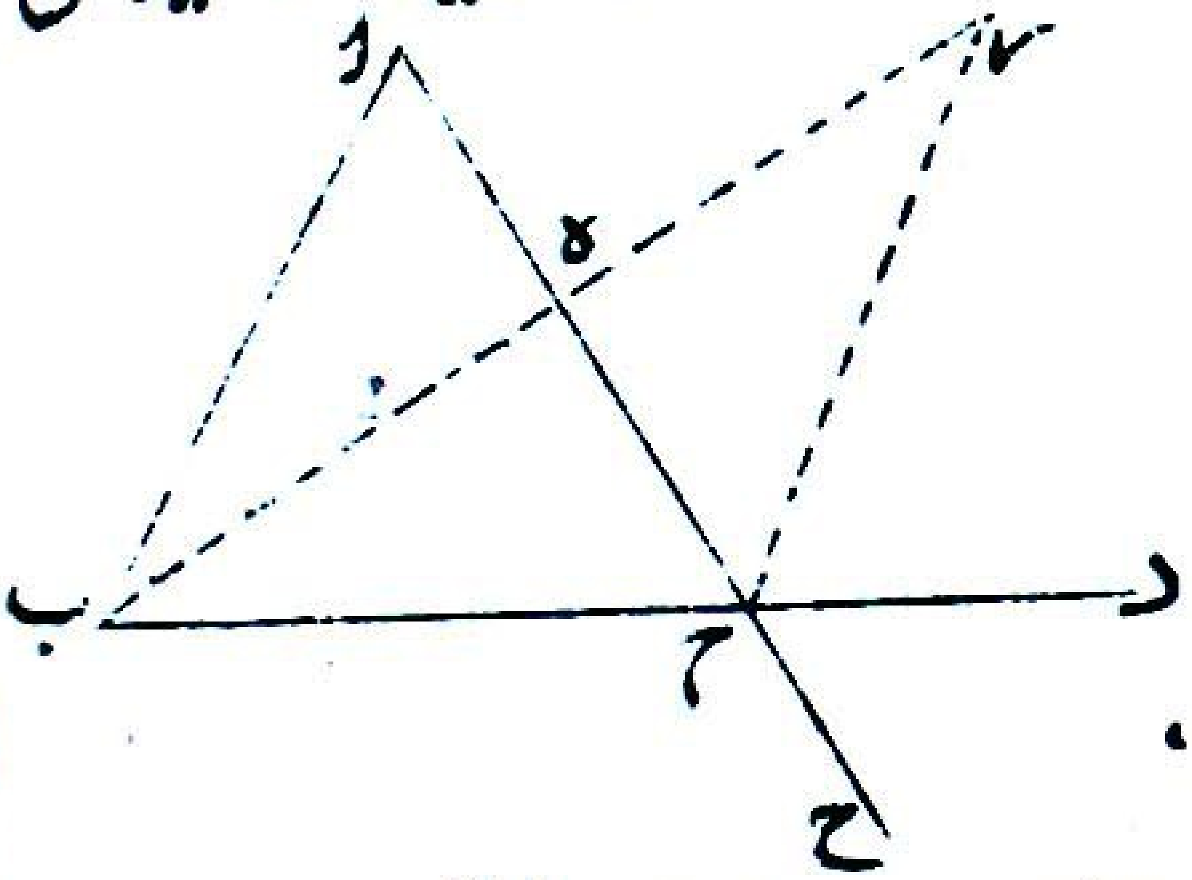
ثبوت - چونکہ دونو زاوئے ب ہ ج اور ج ہ ا مل کر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۱۳) - اور اسی طرح ا ہ د اور ج ہ ا بھی ملکر دو قائموں کے برابر ہیں - اسلئے (ب ہ ج + ج ہ ا) (ا ہ د + ج ہ ا) کے برابر ہونگے (ع ۱) - ان میں سے مشترک زاویہ ج ہ ا کو گھٹا دیں - تو باقی دونو زاوئے ج ہ ب اور ا ہ د بھی برابر ہونگے (ع ۲) - اور یہی مطلب تھا[ف] +

(۱۶) شکل نظری

دعوےٰ - جب کسی مثلث کے کسی ضلع کو اُس کی سیدھ میں بڑھانے سے کوئی زاویہ بیرونی جانب میں پیدا ہو - تو وہ اپنے مقابل کے ہر ایک اندرونی زاوئے سے بڑا ہوتا ہے -

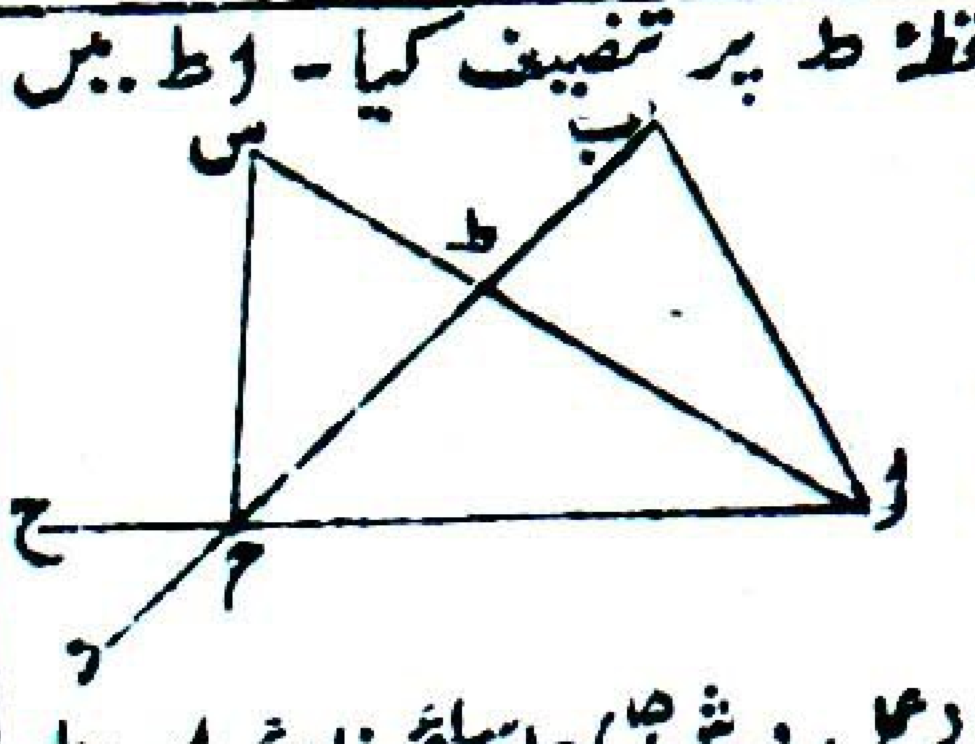
ف اس تقریر سے یہ بھی ثابت ہو گیا کہ دو خطوں کے تقاطع سے جو چار زاوئے پیدا ہوتے ہیں - ان کا مجموعہ چار زاوئے قائموں کے برابر ہوتا ہے - نیز یہ کہ ایک نقطے پر گھیرنے والے زاوئے خواہ وہ نقطہ کہیں ہو اور زاوئے کتنے ہی ہوں - چار زاوئے قائموں کے برابر ہوتے ہیں + محرر

تصویر ۔ اب ج کے ضلع ب ج کو د تک بڑھایا ۔ تو بیرونی زاویۂ ا ج د اپنے مقابل کے ہر ایک اندرونی زاویۂ ا اور ب سے بڑا ہوگا +



ثبوت ۔ ضلع ا ج کو ہ پر تنصیف کیا (ش ۱۰) اور ب ہ میں خط ملایا ۔ اور اُسے اُس کی سیدھ میں بڑھا کر ب ہ کے برابر ہ س کاٹا (ش ۳) ۔ اور س ج میں خط ملایا ۔ اب مثلث ا ب ہ کے ضلعے ب ہ اور ہ ا اور درمیانی زاویۂ ب ہ ا بہ ترتیب مثلث س ہ ج کے ضلعوں س ہ ہ ج اور درمیانی زاویۂ ج ہ س کے برابر ہیں (عمل و ش ۱۵) ۔ تو زاویۂ ب ا ہ زاویۂ ہ ج س کے برابر ہوا (ش ۴) ۔ لیکن زاویۂ ا ج د کل زاویۂ ہ ج س یعنی ا ج س جزو سے بڑا ہے ۔ تو وہ زاویۂ ب ا ج سے بھی بڑا ہوگا ۔ جو ا ج س کے برابر تھا ۔ اسی طرح ا ج کو ح تک بڑھائیں ۔ تو ثابت ہو سکتا ہے ۔ کہ ب ج ح یعنی ا ج د اب ج سے بھی بڑا ہے[1] ۔ اور یہی مطلوب تھا +

[1] یعنی ا ج کو ح تک بڑھایا ۔ ب ج کو نقطۂ ط پر تنصیف کیا ۔ ا ط میں خط ملایا ۔ پھر ا ط کو اُس کی سیدھ میں بڑھا کر ا ط کے برابر اس میں سے ط س کاٹ لیا ۔

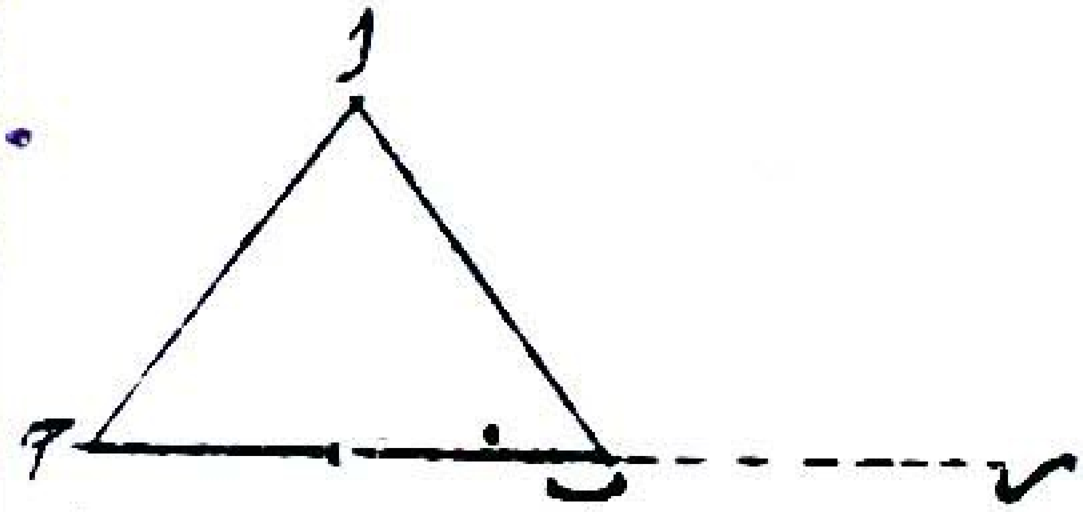


اور ج س میں خط ملا دیا ۔ اب مثلث ب ا ط کے ضلعے ا ط ط ب اور درمیانی زاویۂ ا ط ب بہ ترتیب مثلث ط س ج کے ضلعوں ط س ط ج اور درمیانی زاویۂ ج ط س کے برابر ہیں (عمل و ش ۱۵) ۔ اسلئے زاویۂ ا ب ط

(۱۷) شکل نظری

دعوےٰ - مثلث کے کوئی سے دو زاویوں
کا مجموعہ دو قائموں سے چھوٹا ہوتا ہے -

تصویر - مثلث ا ب ج کے دو زاویوں ب اور ج کا مجموعہ ہیں -
تو وہ دو قائموں سے چھوٹا ہوگا +



ثبوت - ب ج کو د تک بڑھایا -
تو دو زاوئے ا ج د اور ا ج ب
مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے
(ش ۱۳) - اور زاویۂ ا ج د اپنے مقابل کے زاویۂ ا ب ج سے بڑا ہے (ش ۱۶)
تو زاویۂ ا ب ج اور ا ج ب مل کر دو قائموں سے چھوٹے
ہونگے - اسی طرح دوسرے دو زاویوں میں بھی تقریر ہو سکتی
ہے +

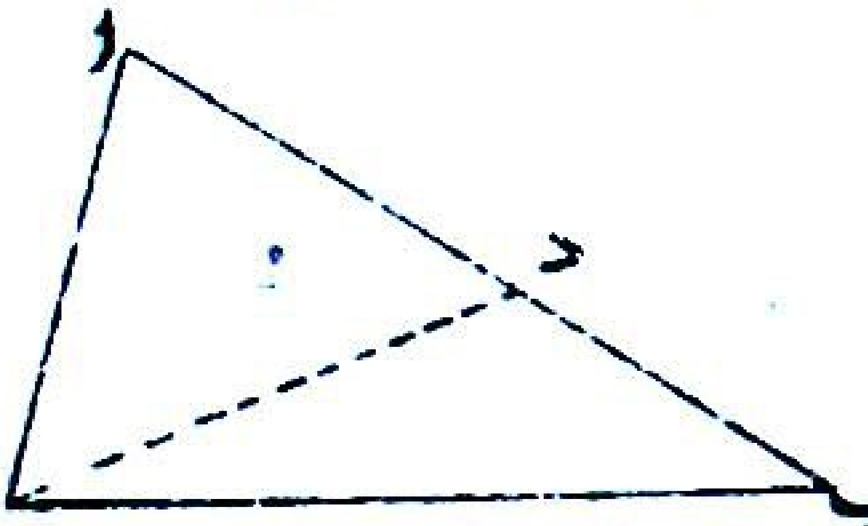
(۱۸) شکل نظری

دعوےٰ - مثلث کے بڑے ضلع کے مقابل کا زاویہ چھوٹے
ضلع کے مقابل کے زاوئے سے بڑا ہوتا ہے -

(بقیۂ نوٹ متعلق شکل ۱۶ صفحہ ۴۰) اپنی نظیر زاویۂ ط ج س کے برابر ہوگا (ش ۴) لیکن زاویۂ ب ج ح
کل زاویۂ ط ج س جزو سے بڑا ہے - اسلئے زاویۂ ا ج د بھی جو ب ج ح کے برابر ہے (ش ۱۵)
ط ج س یعنی ا ب ج اپنے مقابل سے بڑا ہوگا - اور یہی مطلوب تھا + مترجم

نوٹ اس شکل سے ثابت ہوتا ہے کہ کسی نقطے سے کسی خط تک ایسے دو خط نہیں
نکل سکتے جو اس خط سے مل کر اپنے ایک ہی پہلو میں برابر کے دو زاوئے پیدا کریں -
کیونکہ ان میں سے ایک زاویۂ بیرونی اور دوسرا اس کے مقابل کا اندرونی زاویہ ہوگا + مترجم

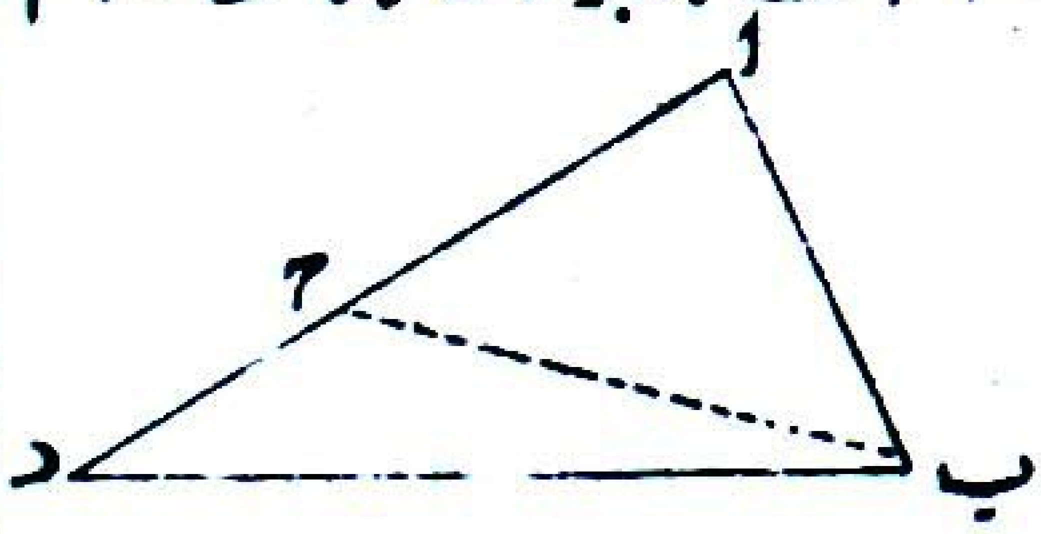
تصویر - مثلث اب ج کا ضلع اب ضلع اج سے بڑا ہے - تو زاویۂ اج ب بھی زاویۂ اب ج سے بڑا ہوگا +



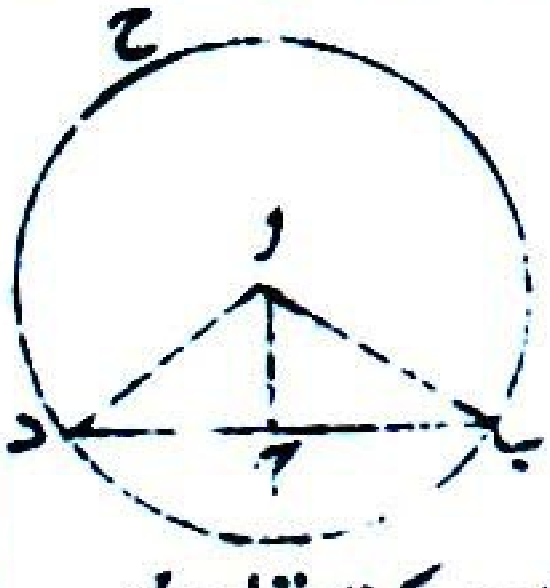
ثبوت - اب میں سے اج کے برابر اد کاٹا (ش ۳) - اور ج د میں خط ملایا - اب مثلث د ج ب کا بیرونی زاویہ ا د ج اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ د ب ج سے بڑا ہے (ش ۱۶) - اور زاویۂ ا ج د کے برابر (ش ۵) - لیکن زاویۂ ا ج ب کل زاویۂ ا ج د جزو سے بڑا ہے - تو اس کے برابر کے زاویۂ ا د ج سے بھی بڑا ہوگا - اور زاویۂ ا د ج اب ج سے بڑا تھا - تو زاویۂ ا ج ب زاویۂ اب ج سے بہت بڑا ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا[1] +

---

[1] اگر بجائے اس کے کہ اب میں سے اج کے برابر اد کاٹا تھا - اج کو بڑھا کر اس میں سے اد کو اب کے برابر کاٹ لیں - اور د ب میں خط ملا دیں - تب بھی اسی طرح دعوے ثابت ہو سکتا ہے +



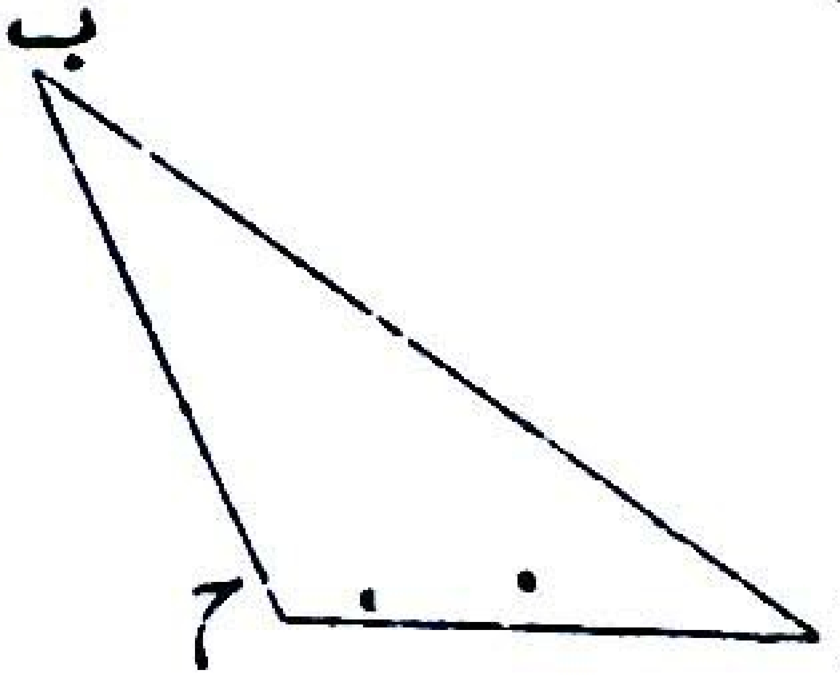
ثبوت کا دوسرا طریق - مثلث اب ج میں سے ا کو مرکز مان کر اب کے فاصلے سے ب د ح ایک دائرہ بنایا (ص ۳) - اور ب ج کو د تک بڑھا کر اد میں خط ملایا - تو بیرونی زاویۂ اج ب اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ا د ب سے بڑا ہوگا (ش ۱۶) - لیکن ادب اب د کے برابر ہے (ص ۲ و ش ۵) - تو زاویۂ اج ب زاویۂ اب د یعنی اب ج سے بھی بڑا ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا + تمت



(۱۹) شکل نظری

دعویٰ - بڑے زاویئے کے مقابل کا ضلع چھوٹے زاویئے کے مقابل کے ضلع سے بڑا ہوتا ہے -

تصویر - مثلث اب ح کا زاویۂ ا ح ب زاویۂ اب ح سے بڑا ہے - تو ضلع اب بھی ضلع ا ح سے بڑا ہوگا +

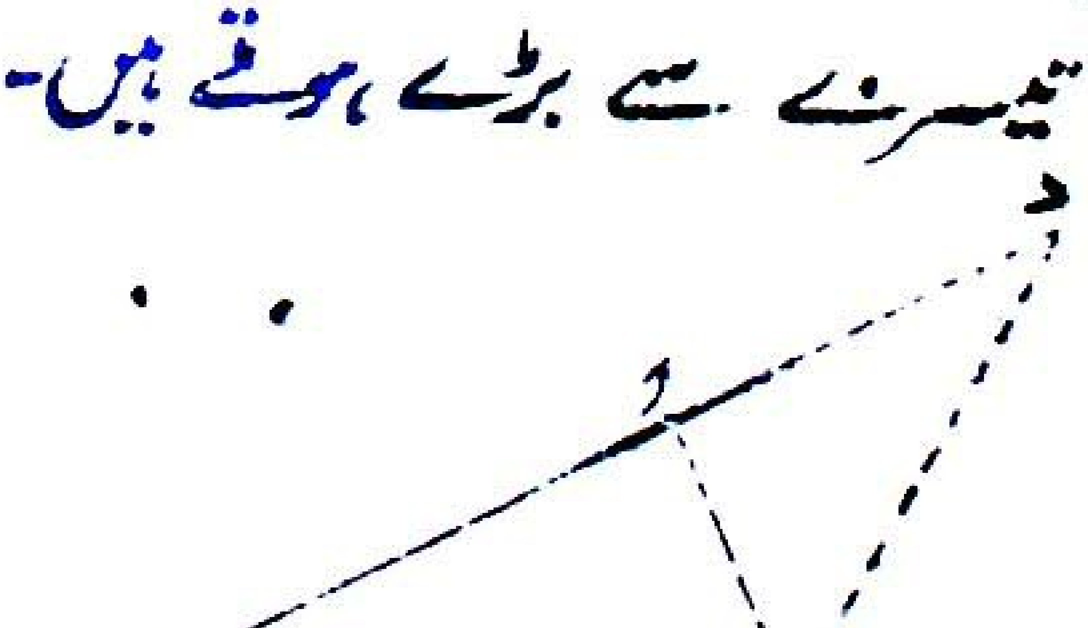


ثبوت - اب ا ح سے بڑا نہ ہو - تو اس کے برابر ہوگا یا چھوٹا - برابر ہو - تو دونو زاویئے اب ح اور ا ح ب بھی برابر ہونگے (ش ۵) - اور اب ا ح سے چھوٹا ہو - تو زاویۂ اب ح ا ح ب سے بڑا ہو جائیگا (ش ۱۸) - اور یہ ناممکن ہے - کیونکہ زاویۂ ا ح ب زاویۂ اب ح سے بڑا مانا ہوا ہے - اور جب ضلع اب ا ح سے چھوٹا یا اس کے برابر نہ ہوگا - تو ضرور اِس سے بڑا ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا +

(۲۰) شکل نظری

دعویٰ - مثلث کے دو ضلعے مل کر تیسرے سے بڑے ہوتے ہیں -

تصویر - مثلث اب ح کے ضلعے اب اور ا ح مل کر تیسرے ضلع ب ح سے بڑے ہونگے +

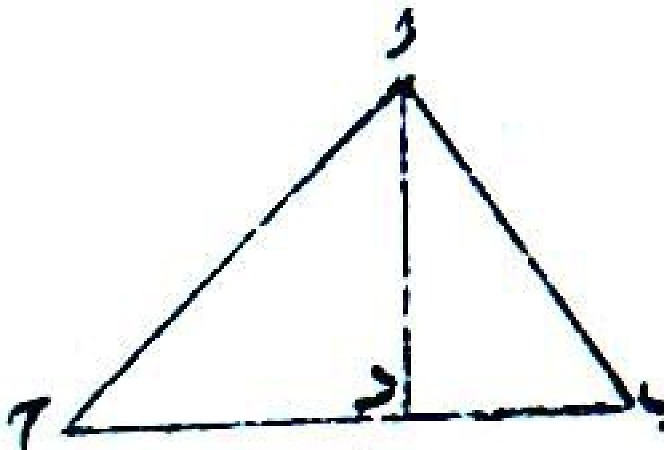


ب ا کو د تک بڑھاکر ب د

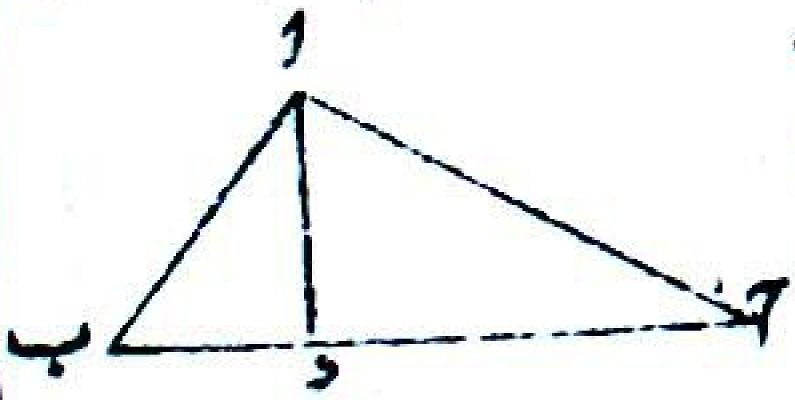
میں سے ا ج کے برابر ا د کاٹا (ش ۳)۔ اور ج د میں خط ملایا۔
ثبوت۔ اب زاویۂ ب ج د کل زاویۂ ا ج د جزو سے بڑا ہے۔ لیکن ا ج د ا د ج کے برابر ہے (ش ۵)۔ اسلئے زاویۂ ب ج د زاویۂ ا د ج سے بھی بڑا ہوگا۔ اور جب ب ج د ا د ج سے بڑا ہوا۔ تو بڑے زاویۂ ب ج د کے مقابل کا ضلع ب د بھی چھوٹے زاویۂ ا د ج کے مقابل کے ضلع ب ج سے بڑا ہوگا۔ یعنی دونو ضلعے ب ا ا ج ملکر اکیلے ضلع ب ج سے بڑے ہونگے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا[1]+

---

[1] اِس شکل کو شکل حماری کہتے ہیں۔ اور مذکورۂ بالا ثبوت کے علاوہ اس کے ثبوت کے اور بھی دو طریقے ہیں۔ (۱) زاویۂ ب ا ج کی ا د سے تنصیف کی (ش ۹)۔ تو مثلث ا ب د کا بیرونی زاویۂ ا د ج اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ب ا د سے بڑا ہوگا (ش ۱۶)۔ اور ب ا د د ا ج کے برابر ہے (عمل)۔ تو ا د ج د ا ج سے بھی بڑا ہوگا۔ اور جب ا د ج ج ا د سے بڑا ہوا۔ تو ضرور ضلع ا ج بھی ضلع ج د سے بڑا ہوگا (ش ۱۹)۔ اور اسی طرح ثابت ہوسکتا ہے کہ ضلع ا ب ب د سے بڑا ہے۔ یعنی (ا ب + ا ج)۔ (ب د + ج د) سے بڑا ہے جو کہ مثلث ا ب ج کا تیسرا ضلع تھا + (۲) اگر (ا ب + ا ج) ب ج سے بڑا نہ ہو۔ تو یا اس کے برابر ہوگا یا اُس سے چھوٹا۔



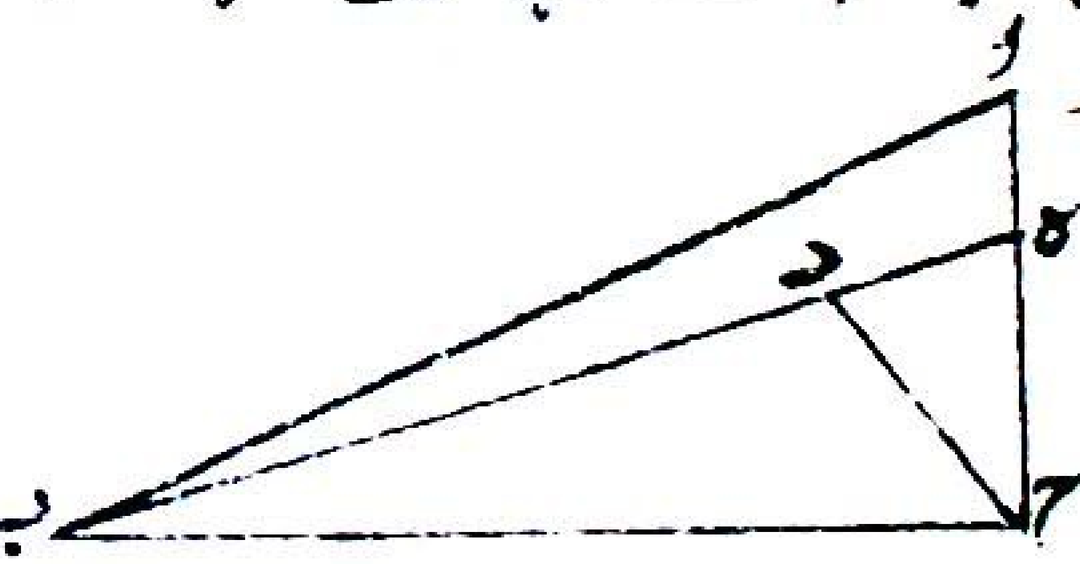
دونو صورتوں میں ب ج میں سے ب ا کے برابر ب د کاٹ لیا (ش ۳)۔ اب باقی ج د ج ا کے برابر ہوگا یا اس سے بڑا۔ اگر ج د ج ا کے برابر ہو۔ تو دونو زاویے ج ا د اور ب ا د بہ ترتیب دونو زاویوں ج د ا اور ب د ا کے برابر ہوگئے (ش ۵)۔ لیکن (ج د ا + ب د ا) دو قائموں کے برابر ہے (ش ۱۳) اسلئے (ج ا د + ب ا د) بھی دو قائموں کے برابر ہوگا (ع)۔ اور یہ ناممکن ہے (ش ۱۴)۔ نیز جب (ج ا د + ب ا د) دو قائموں کے برابر ہوا۔ تو دونو ضلعے ب ا اور ا ج مل کر ایک سیدھے خط ہوگئے (ش ۱۴)۔ اور یہ صریح ناممکن ہے (ش ۵)



شکل نظری (۲۱)

دعوےٰ۔ مثلث کے کسی ایک ضلع کے دو انجاموں سے نکلے ہوئے اور اندرون مثلث ہی ہیں کسی نقطے پر مل جانے والے دو خطوں کا مجموعہ مثلث کے دو باقی ضلعوں کے مجموعے سے چھوٹا ہوتا ہے۔ اور اُن کا درمیانی زاویہ مثلث کے دو ضلعوں کے درمیانی زاویے سے بڑا۔

تصویر۔ ا ب ج مثلث کے ضلع ب ج کے انجاموں ب اور ج سے خطوط ب د اور ج د نکل کر اندرون مثلث میں نقطۂ د پر مل گئے ہیں۔ تو (ب د + ج د)۔ (ب ا + ج ا) سے چھوٹا ہوگا۔ اور زاویۂ ب د ج زاویۂ ب ا ج سے بڑا +

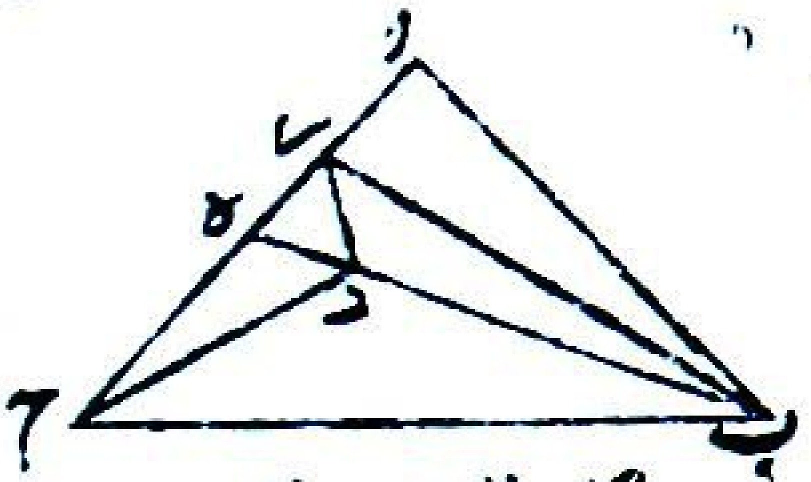


ثبوت۔ ب د کو ہ تک بڑھایا۔ تو (ب ا + ا ہ) ضلع ب ہ سے بڑا ہے (ش ۲۰)۔ اب ہ ج کو دونوں میں ملا دیں۔ تو (ب ا + ا ج) (ب ہ + ہ ج) سے بڑا ہوگا (ع ۴)۔ پھر (د ہ + ہ ج)۔ د ج سے بڑا ہے (ش ۲۰)۔ لہٰذا د ب کو دونوں میں ملا دیں۔ تو (ب ہ + ہ ج)

بقیۂ نوٹ متعلق شکل ۲۰ صفحہ ۴۴) اور اگر ج د ج ا سے بڑا ہو۔ تو زاویۂ ج ا د یعنی زاویۂ ج د ا سے بڑا ہوگا (ش ۱۸)۔ اور اب سارا زاویہ ب ا ج دونوں زاویوں (ب د ا + ج د ا) یعنی دو قائموں سے بڑا ہوگا۔ اور یہ صریح ناممکن ہے۔ کیونکہ مثلث کے دو زاویے مل کر بھی ہمیشہ دو قائموں سے چھوٹے ہوتے ہیں (ش ۱۷) + تحریر

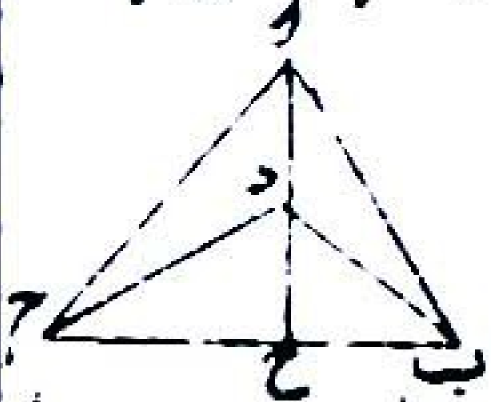
-(ب د + د ج) سے بڑا ہوگا - اور اسلئے (ب ا + ا ج) - (ب د + د ج) سے بہت بڑا ہوگا - جو دعوے کا پہلا حصّہ تھا - اور جب مثلث ج د ہ کا بیرونی زاویہ ب د ج اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ج ہ د سے بڑا ہے - اور مثلث ب ا ہ کا بیرونی زاویۂ ج ہ د اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ب ا ہ سے بڑا ہے (ش ۱۶) - تو زاویۂ ب د ج زاویۂ ب ا ہ سے بہت بڑا ہوگا - جو دعوے کا دوسرا حصّہ تھا[۱] +

[۱] اگر (ب د + د ج) - (ب ا + ا ج) سے چھوٹا نہ ہو - تو اس کے برابر ہوگا - یا اس سے بڑا - اور ہر صورت میں علاحدہ علاحدہ بھی ب د اور د ج میں سے کوئی اپنی نظیر سے چھوٹا ہے - یا نہیں - اگر کوئی بھی اپنی نظیر سے چھوٹا ہو - تو ہم مانتے ہیں - کہ مثلاً ج د اپنی نظیر ج ا سے چھوٹا ہے



اور ظاہر ہے - کہ اس صورت میں ب د ب ا سے بڑا ہوگا - تو جس قدر ب د ب ا سے بڑا ہے - اسی قدر ا ج میں سے ا س کاٹ لیا (ش ۳) - اب ہم کہتے ہیں - نقطۂ س نہ تو نقطۂ ہ پر منطبق ہوگا - اور نہ ہ ج کے درمیان میں بلکہ ضرور ا ہ کے درمیان میں واقع ہوگا - کیونکہ اگر وہ نقطۂ ہ پر منطبق ہو جائے - تو ماننا پڑیگا - کہ (ب ا + ا ہ) - ب د کے برابر ہو - اور ب د کے برابر ہو - تو ب ہ سے ضرور چھوٹا ہوگا - حالانکہ ب ہ (ب ا + ا ہ) سے چھوٹا ہے (ش ۲۰) - تو نقطۂ س کا نقطۂ ہ پر منطبق ہونا ناممکن ہؤا - اور نقطۂ ہ سے آگے بڑھکر واقع ہونا تو اور بھی ناممکن ہوگا - اس لئے نقطۂ س ا اور ہ کے درمیان ہی کسی موقع پر واقع ہوگا - اب س د اور س ب کو ملا دیا - تو (ب ا + ا س) یعنی ب د ب س سے بڑا ہے (ش ۲۰ و فرض) - تو زاویۂ ب س د بھی زاویہ ب د س سے بڑا ہوگا (ش ۱۸) - اور جب اکیلا ب د (ب ا + ا س) کے برابر ہے - تو اکیلا ج د - ج س کے برابر یا اُس سے بڑا ہوگا - اور اب زاویۂ ج س د بھی زاویۂ ج د س کے برابر یا اُس سے بڑا ہوگا - تو سارا زاویۂ ب س ج بھی زاویہ (ب د س + ج د س) سے بڑا ہوگا - حالانکہ زاویۂ (ب د س + س د ہ) بھی دو قائموں کے برابر ہے (ش ۱۳) - تو زاویۂ (ب د س + س د ہ + ہ د ج) دو قائموں سے بڑا ہوگا -

(بقیہ) نوٹ متعلق شکل ۲۰ صفحہ ۴۶) مگر جیسا کہ ابھی بیان ہوا ہے۔ اکیلا زاویۂ ب ہ ج مذکورۂ بالا تینوں زاویوں کے مجموعے سے بڑا ہے۔ تو اکیلا زاویۂ ب ہ ج دو قائموں سے بہت بڑا ہوگا جو نا ممکن ہے (ش)



اور اگر ب د ج د ضلعوں میں سے کوئی بھی اپنی نظیر سے چھوٹا نہیں ہے۔ بلکہ ہر ایک اپنی اپنی نظیر کے برابر یا اس سے بڑا ہے۔ تو ا د کو ملا کر اسی پہلی جیسی تقریر سے ثابت ہو جائیگا۔ کہ سارا زاویہ ب ا ج زاویۂ (ب د ا + ج د ا) سے + بڑا یا اس کے برابر ہے جو نا ممکن ہے (ش ۱۳ و ۱۴) تو ثابت ہو گیا۔ کہ ضلع (ب د + د ج) ضلع (ب ا + ا ج) سے ضرور چھوٹا ہے۔ اور دعوے کا پہلا حصہ یہی تھا۔* پھر ا د کو ح تک بڑھا لیا۔ تو مثلث ا ب د کا بیرونی زاویۂ ب د ح اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ب ا د سے بڑا ہوگا (ش ۱۶)۔ اور اسی طرح مثلث ج ا د کا بیرونی زاویۂ ج د ح اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ج ا د سے بڑا ہوگا۔ تو سارا زاویۂ ب د ج سارے زاویۂ ب ا ج سے بڑا ہوگا۔ اور یہ دعوے کا دوسرا حصہ تھا + محرر

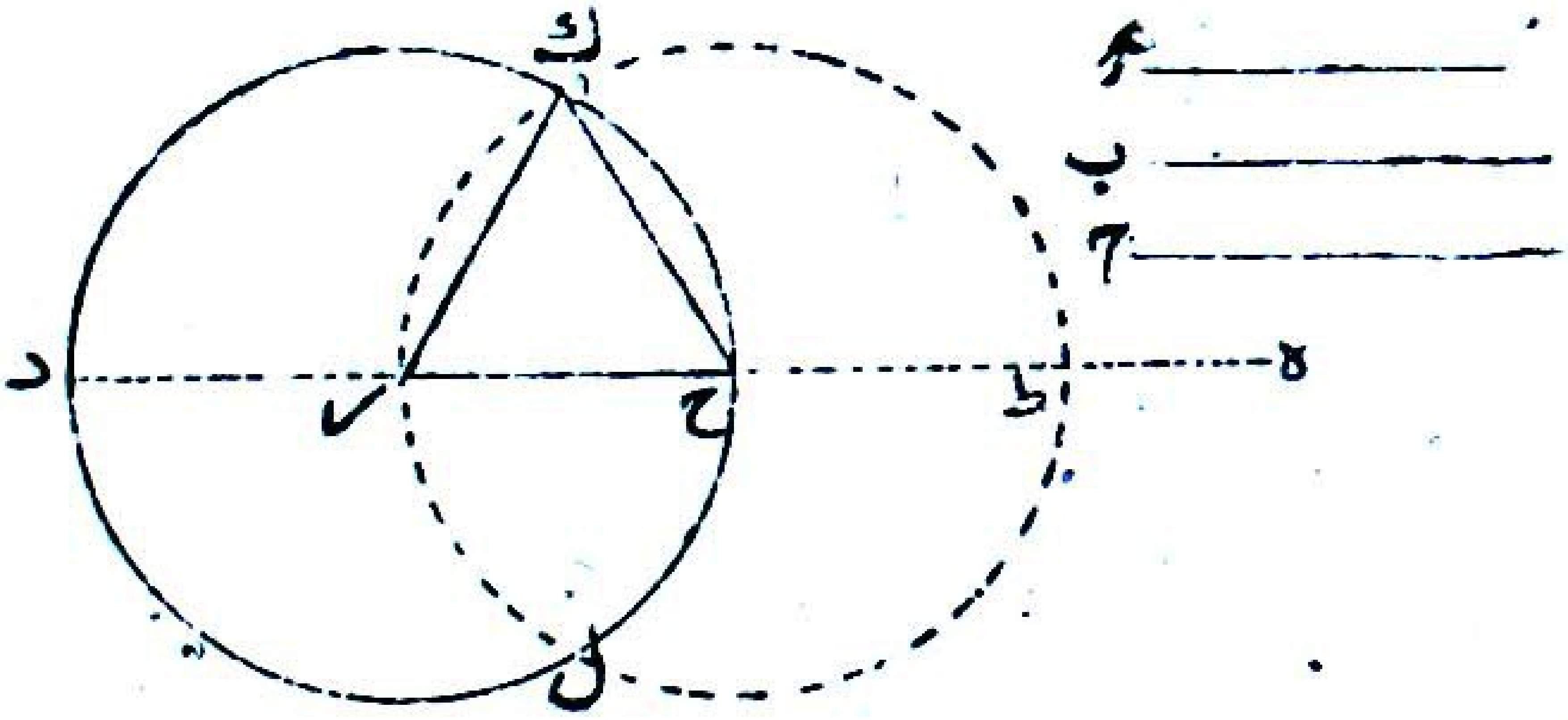
+ فٹ نوٹ۔ اگر دونو ضلعے ب د ج د اپنی اپنی نظیروں ب ا ا ج سے بڑے ہوں تو ہم کہینگے۔ مثلث ب ا د میں ضلع ب د ضلع ب ا سے بڑا ہے۔ اسلئے زاویۂ ب ا د زاویۂ ب د ا سے بڑا ہوگا (ش ۱۸)۔ اور اسی طرح مثلث ا د ج میں ضلع د ج ضلع ا ج سے بڑا ہے۔ تو زاویۂ ج ا د زاویۂ ج د ا سے بڑا ہوگا۔ تو اب پورا زاویہ ب ا ج زاویۂ (ب د ا + ج د ا) سے بڑا ہوگا۔ اور اگر ایک ضلع مثلاً ب د اپنی نظیر ب ا سے بڑا اور دوسرا مثلاً ج د اپنی نظیر ج ا کے برابر ہی ہو۔ تو بھی زاویۂ ب ا ج زاویۂ (ب د ا + ج د ا) سے بڑا ہوگا۔ یعنی مثلث کا ایک زاویہ دو قائموں سے بہت بڑا ہوگا۔ اور اگر دونو ضلعے ب د ج د اپنی اپنی نظیر کے برابر ہی ہوں۔ کوئی بڑا نہ ہو۔ تو بھی مثلث کے ایک زاویئے کا دو قائموں سے بڑا ہونا تو ضروری ہے۔ کیونکہ زاویہ (ب د ا + ج د ا) دو قائموں سے بڑا ہے + مترجم

*۔ فٹ نوٹ۔ اس تقریر سے بہ صورت دوم (یعنی جب ب د ج د ضلعوں میں سے کوئی بھی اپنی نظیر سے چھوٹا نہ ہو) زاویۂ ب د ج کا ب ا ج سے بڑا ہونا ثابت ہوتا ہے۔ اور پہلی صورت میں (یعنی جب ب د ج د ضلعوں میں سے کوئی بھی اپنی نظیر سے چھوٹا ہو) اس کا یہ ثبوت ہے۔ کہ مثلث ب ا ہ کا بیرونی زاویۂ د ہ ج اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ب ا ہ سے بڑا ہے (ش ۱۶)۔ اور مثلث د ہ ج کا بیرونی زاویۂ ب د ج اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ د ہ ج سے بڑا ہے (ش ۱۶)۔ تو زاویۂ ب د ج زاویۂ ب ا ج سے بہت بڑا ہوگا۔ اور یہ دعوے کا دوسرا حصہ تھا + مترجم

شکل (۲۲) عملی

دعوےٰ - ایک ایسا مثلث بنانا ہے جس کا ایک ایک ضلع ایسے تین خطوں میں سے ایک ایک کے برابر ہو - جن میں کوئی سے دو مل کر تیسرے سے بڑے ہوں -

تصویر - ا - ب - ج تین خط ہیں - جن میں سے ایک ایک کے برابر مثلث مطلوب کا ایک ایک ضلع بنانا ہے - د ہ ایک خط ہیں سے جو د کی طرف

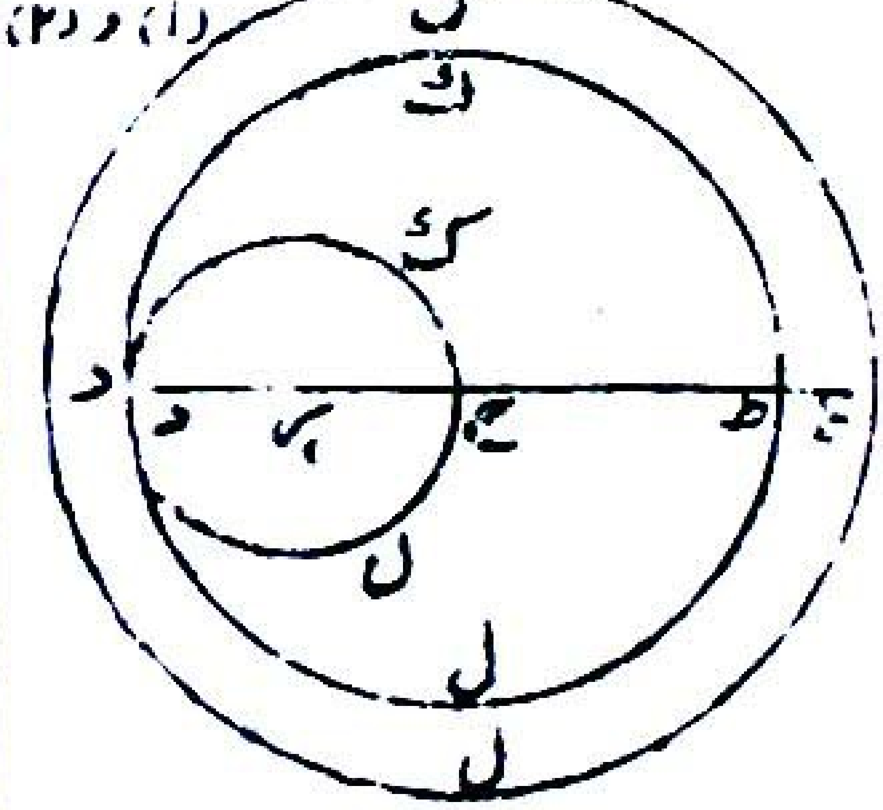


محدود اور ہ کی طرف غیر محدود ہے - د ر . ر ح اور ح ط بہ ترتیب ا ب اور ج کے برابر تین خط کاٹ لیئے (ش ۳) - پھر نقطۂ ر اور ح کو علحدہ علحدہ مرکز مان کر بہ ترتیب ر د اور ح ط کے فاصلے سے دو دائرے د ك ل اور ط ك ل بنائے (س ۳) - ان دو دائروں کے نقطہائے تقاطع ك یا ل میں سے مثلاً ك ر اور ك ح خط کھینچے - تو یہی مثلث ك ر ح مطلوب مثلث ہوگا +

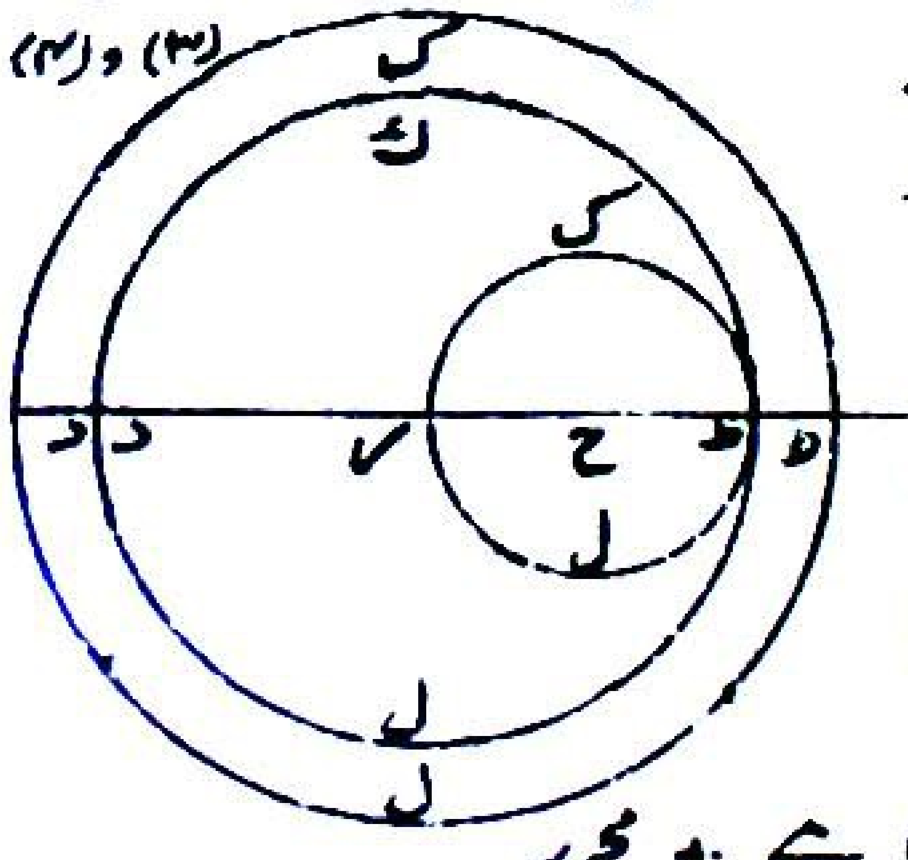
ثبوت - مثلث ك ر ح میں ضلع ك ر اور ح ك جو بہ ترتیب ر د اور ح ط کے برابر ہیں (ح ۱۵) - بہ ترتیب خطوط مفروضہ ا اور ج کے برابر ہیں (عمل و ع ۱) اور تیسرا ضلع ر ح خود خط مفروض

ب کے برابر ہے (عمل)۔ تو مثلث مذکور کے تینوں ضلعے تین خطوط مفروضہ ا ب اور ج کے برابر ہوئے۔ اور یہی ہمارا مطلب تھا[۱] +

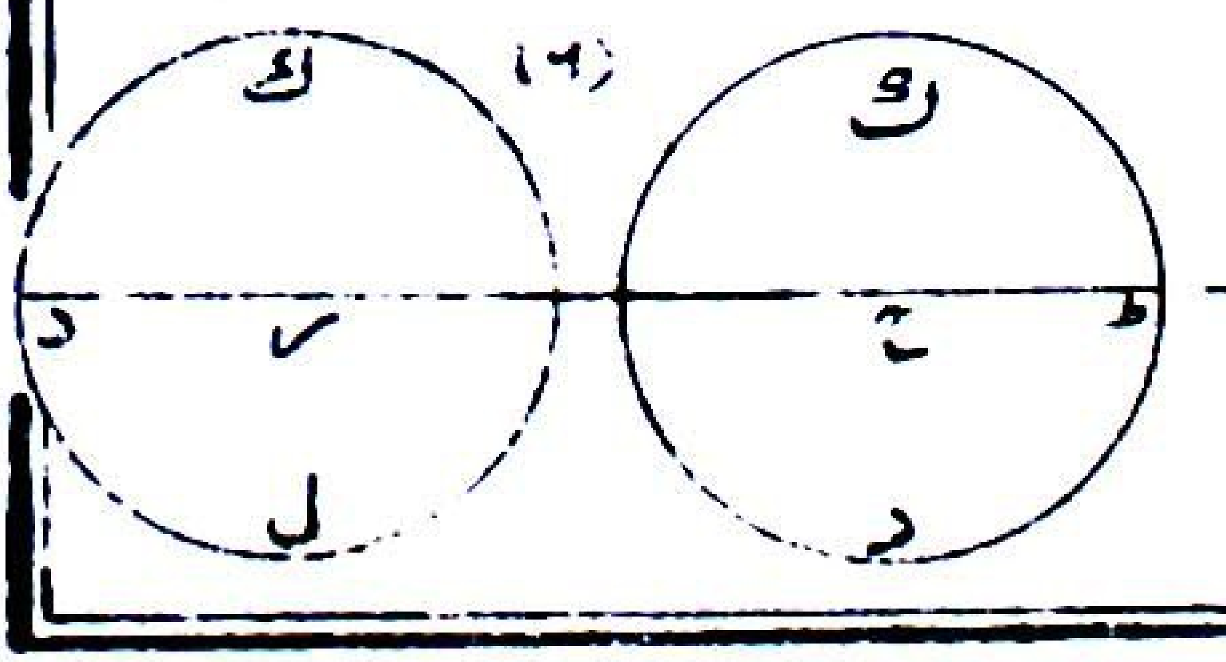
[۱] مفروضہ خطوں میں سے دو خطوں کا ملکر تیسرے سے بڑا ہونا اسلیئے ضرور ہے۔ کہ مثلث کے دو ضلعے ملکر تیسرے ضلع سے ہمیشہ بڑے ہوتے ہیں (شکل ۲)۔ اور اسی شرط کے سبب سے دونو دائروں کا تقاطع بھی ضرور ہؤا جس سے مثلث مطلوب بن جاتا ہے۔

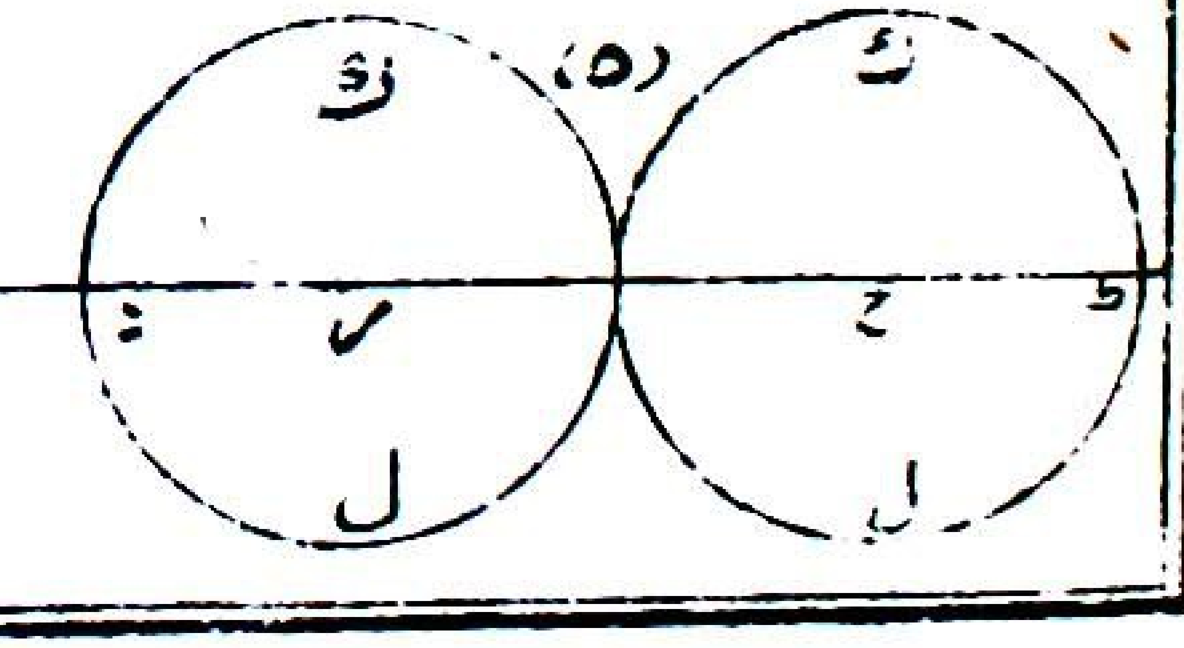


کیونکہ اگر (ا + ب) یعنی (د ہ + ہ ح) ج سے بڑا نہ ہو۔ تو ضرور ح ط ۔ ح د کے برابر ہوگا یا اس سے بڑا۔ اگر برابر ہو۔ تو دائرۂ لك ط ل دائرۂ لك د ل کو گھیرتے ہوئے مس کرتا ہؤا گزریگا۔ اور جو بڑا ہو۔ تو لك ط ل لك د ل کو گھیرتے ہوئے بچا ہؤا گزر جائیگا۔ اور اسی طرح اگر (ب + ج) یعنی (ہ ح + ح ط) ا سے بڑا نہ ہو بلکہ برابر یا چھوٹا ہو۔ تو اب دائرہ لك د ل، لك ط ل کو گھیرتے ہوئے پہلی صورت میں مس کرتا ہؤا اور دوسری صورت میں بچا ہؤا گزر جائیگا۔ علی ہذا القیاس اگر (ا + ج) یعنی (د ہ + ح ط)۔ ہ ح سے بڑا نہ ہو۔ تو ہ ح اس کے برابر یا اس سے بڑا ہوگا۔ اور اب دونو دائروں میں سے نہ کوئی دوسرے کو گھیریگا۔ اور نہ اس سے تقاطع کریگا۔ بلکہ پہلی صورت میں بیرونی جانب سے دونو میں مماست ہوگی اور دوسری صورت میں مماست بھی نہ ہوگی۔ بلکہ دونو علیحدہ علیحدہ رہینگے۔



جیساکہ نیچے کی بنی ہوئی شکلوں سے واضح ہوتا ہے ۔ محرر

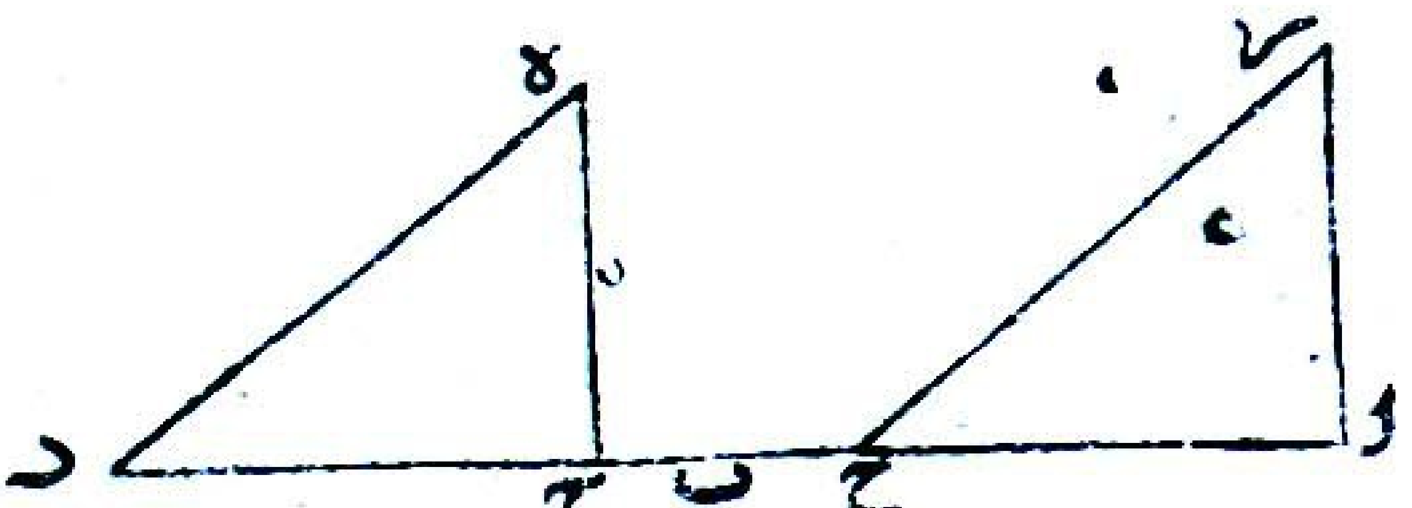




(۲۳) شکل عملی

دعوے - کسی غیر محدود خط کے کسی نقطے پر ایک زاویہ بنانا ہے جو ایک مفروض زاوئے کے برابر ہو۔

تصویر - ج ایک مفروض زاویۂ ہے - اور ا ب ایک غیر محدود خط جس کے نقطۂ ا پر ج کے برابر ایک زاویہ بنانا ہے۔ ج کے دونو ضلعوں پر دو

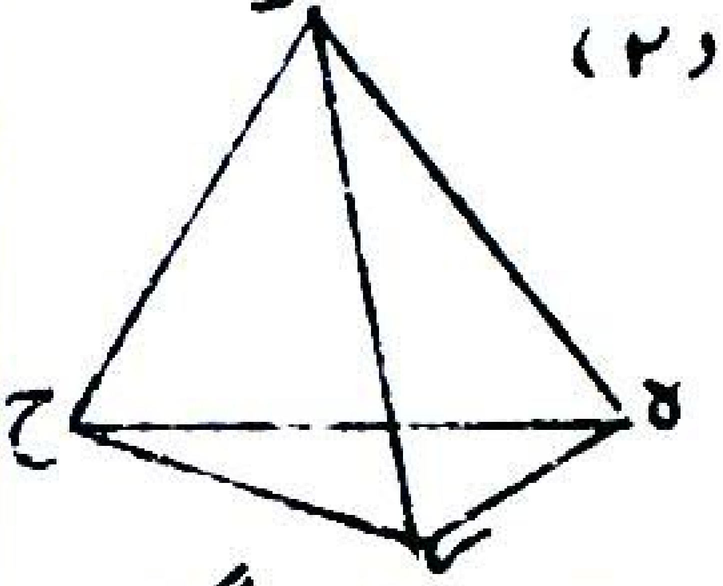


نقطے د ہ مان کر د ہ کو ملا دیا - اور ا ب غیر محدود خط پر ایک مثلث ا ر ح بنایا جس کے تینوں ضلعے ا ح ا ر ح ر بہ ترتیب مثلث ج د ہ کے تینوں ضلعوں ج د ج ہ د ہ کے برابر ہیں (ش ۲۲) - تو زاویۂ ح ا ر جو نقطۂ ا پر بنایا گیا ہے - مطلوب زاویہ ہے (ش ۸) - اور یہی مطلوب تھا ۔

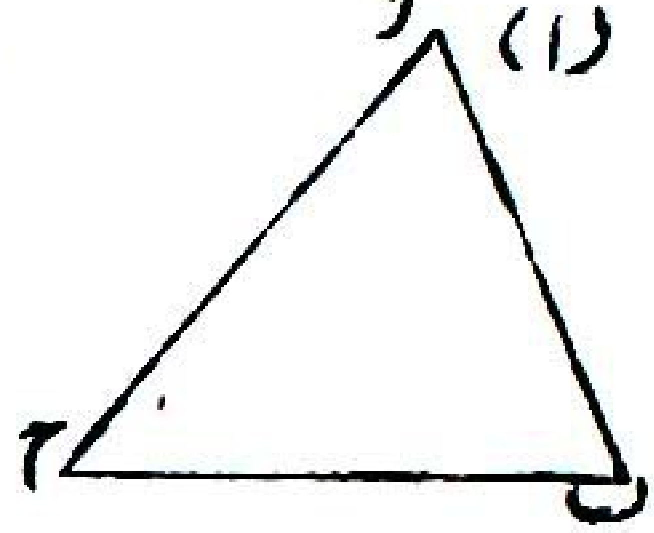
(۲۴) شکل نظری

دعوے - جب کسی مثلث کے دو ضلع دوسرے مثلث میں سے اپنی اپنی نظیر دو ضلعوں کے برابر ہوں اور پہلے ضلعوں کا درمیانی زاویہ دوسرے ضلعوں کے درمیانی زاوئے سے بڑا ہو - تو پہلے ضلعوں کا قاعدہ بھی پچھلے ضلعوں کے قاعدے سے بڑا ہوگا ۔

تصویر - مثلث ا ب ج کے ضلعے ا ب اور ا ج بہ ترتیب



(۲)



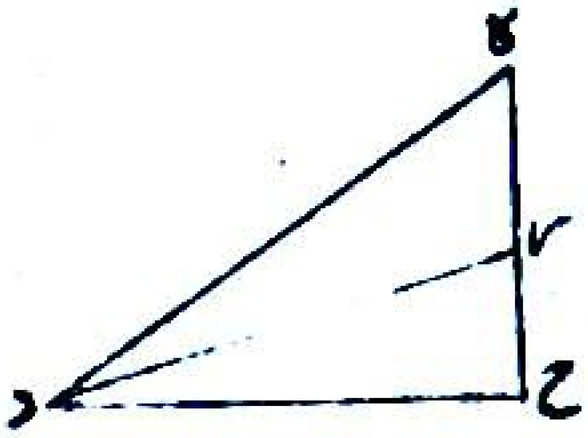
(۱)

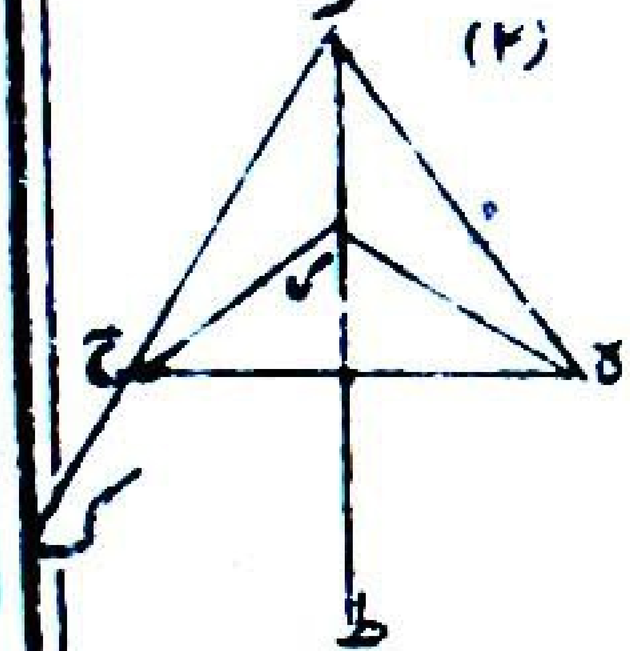
مثلث د ھ ر کے ضلعوں
د ھ اور د ر کے برابر
ہیں ۔ لیکن درمیانی زاویۂ
ب ج ا درمیانی زاویۂ ھ د ر
سے بڑا ہے ۔ تو قاعدۂ ب ج بھی قاعدۂ ھ ر سے بڑا ہوگا +

ثبوت ۔ د ھ کے نقطۂ د پر ایک زاویۂ ھ د ح زاویۂ ب ا ج کے برابر بنایا (ش۲۳) ۔ اور د ح غیر محدود خط میں سے ا ج کے برابر د ح کاٹا (ش۳) ۔ اور ھ ح میں خط ملا دیا ۔ اب مثلث ا ب ج کے ضلعے ا ب ا ج اور درمیانی زاویۂ ب ا ج بہ ترتیب مثلث د ح ھ کے ضلع د ھ د ح اور درمیانی زاویۂ ھ د ح کے برابر ہیں (فرض و عمل) ۔ اسلئے تیسرا ضلع ب ج بھی اپنی نظیر ضلع ھ ح کے برابر ہوگا (ش۴) ۔ پھر ح ر میں خط ملایا ۔ اب مثلث د ر ح کے ضلعوں د ر اور د ح میں سے ہر ایک مثلث ا ب ج کے ضلع ا ج کے برابر ہے (فرض و عمل) ۔ اس لئے وہ باہم برابر ہونگے (ع۱) ۔ اور دونو زاوئے د ر ح اور د ح ر برابر ہونگے (ش۵) ۔ اور زاویۂ ھ ر ح کل زاویۂ د ر ح جزو یعنی د ح ر سے بڑا ہے جو د ر ح کے برابر تھا ۔ لیکن زاویۂ د ح ر کل زاویۂ ھ ح ر جزو سے بڑا ہے ۔ تو زاویۂ ھ ر ح زاویۂ ھ ح ر سے بہت بڑا ہوگا ۔ پھر بڑے زاوئے ھ ر ح کے مقابل کا ضلع ھ ح چھوٹے زاوئے ھ ح ر کے مقابل کے ضلعے ھ ر سے بڑا ہوگا (ش۱۹) ۔ لیکن ھ ح ب ج کے برابر تھا ۔ تو ب ج بھی ھ ر سے بڑا ہوگا ۔ اور یہی مطلوب[1] تھا +

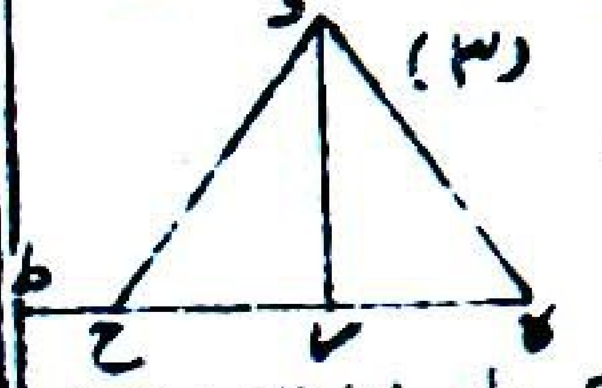
[1] مذکورۂ بالا تصویر کے علاوہ اس شکل کی اور بھی کئی تصویریں ہوسکتی ہیں ۔

(بقیہ نوٹ متعلق شکل ۲۴ صفحہ ۵۱)۔ (۱) یہ کہ ح ہ ہ ر پر منطبق ہو جائے۔
اس صورت میں ظاہر ہے۔ کہ ح ہ کل ہ ر جزو سے بڑا ہے۔ اور ح ہ ب ج
کے برابر تھا۔ تو ب ج بھی ہ ر سے





بڑا ہوگا۔ اور یہی مطلوب تھا۔ (۱)
(۲) یہ کہ ح ہ ہ ر کے نیچے نیچے
بچا ہوا گزر جائے۔ اس صورت میں
د ر اور د ح کو بہ ترتیب ط اور
ک تک بڑھایا۔ اب دونو تحتانی
زاویے ط ر ح اور ک ح ر برابر† ہیں (فرض وعمل وش ۵)۔ لیکن زاویۂ ہ ح ر
جزو زاویۂ ک ح ر کل سے چھوٹا ہے۔ تو زاویۂ ط ر ح سے بھی جو زاویۂ ک ح ر
کے برابر تھا۔ ضرور چھوٹا ہوگا۔ پھر زاویۂ ط ر ح جزو زاویۂ ہ ر ح کل سے چھوٹا
ہے۔ تو زاویۂ ہ ح ر زاویۂ ہ ر ح سے بہت چھوٹا ہوگا۔ اسلئے زاویۂ ہ ح ر
کے مقابل کا ضلع ہ ر بھی زاویۂ ہ ر ح کے مقابل کے ضلع ہ ح سے بہت چھوٹا
ہوگا (ش ۱۹)۔ لیکن ہ ح ب ج کے برابر ہے۔ تو ماننا پڑیگا۔ کہ ب ج ضلع ہ ر
سے بہت بڑا ہے۔ اور یہی ہمارا دعوےٰ تھا۔ اور اگر ہم یہ شرط کریں کہ دونو
ضلعوں د ہ د ر میں سے نیا زاویۂ اُس ضلع پر بنانا چاہیئے جو کسی زاویۂ منفرجہ
کا وتر نہ ہو۔ تو پھر تصویروں کا اختلاف نہ ہوگا۔ بلکہ ہ ح ضرور د ر کو قطع ہی
کرتا ہوا گزریگا۔ کیونکہ جس ضلع پر زاویہ بنانا ہے۔ اگر فرض کیا جائے کہ وہ ضلع د ہ
ہے۔ تو بحکم شرط مذکور زاویۂ د ر ہ کو غیر منفرجہ یعنی قائمہ
یا حادہ ماننا پڑیگا۔ اب د ر کو اس کی سیدھ میں ط تک بڑھایا۔



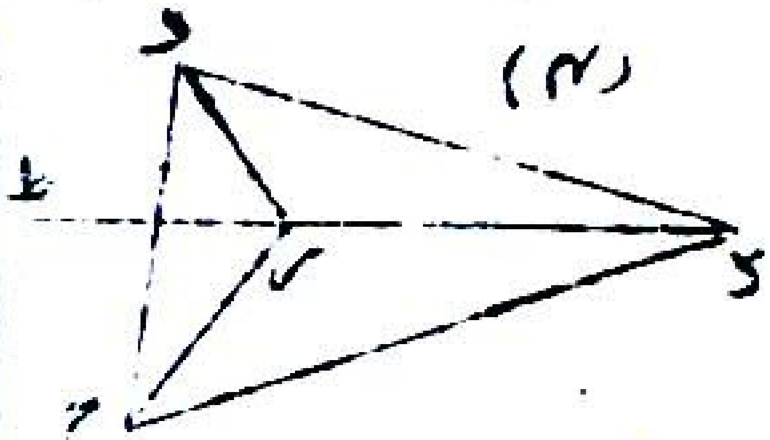
تو اب زاویۂ د ر ط حادہ نہیں ہو* سکتا۔ لیکن زاویہ د ر ح

† فٹ نوٹ۔ کیونکہ د ر کو ا ج کے برابر مانا گیا تھا اور د ح کو ا ج کے برابر بنایا تھا + مترجم

* فٹ نوٹ۔ کیونکہ دونو زاویے د ر ہ اور د ر ط جو ہ ط پر د ر خط کے واقع
ہونے سے پیدا ہوئے ہیں۔ مل کر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۱۳)۔ اور زاویۂ د ر ہ
بحکم شرط مذکور قائمہ ہوگا یا حادہ۔ اب اگر زاویہ د ر ط حادہ ہو۔ تو ظاہر ہے۔ کہ دونو
مل کر دو قائموں کے برابر نہیں ہونگے + مترجم

(بقیۂ نوٹ متعلق شکل ۲۴ صفحہ ۵۱)۔ یعنی د س ط کا حادہ ہونا ضرور ہے۔ کیونکہ وہ مثلث متساوی الساقین د س ح کے قاعدۂ ح س کے فوقانی زاویوں میں کا ایک زاویہ ہے۔ اور کسی مثلث کے دو زاویے دو قائموں کے برابر نہیں ہو سکتے (ش ۱۷)۔ اب اگر ہ ح ہ س پر منطبق ہو جائے۔ تو ماننا پڑیگا۔ کہ ایک ہی زاویہ د س ح یا د س ط حادہ بھی ہو اور غیر حادہ بھی۔ اور یہ ناممکن ہے۔ اور اسی طرح اگر ہ ح ہ س کے نیچے

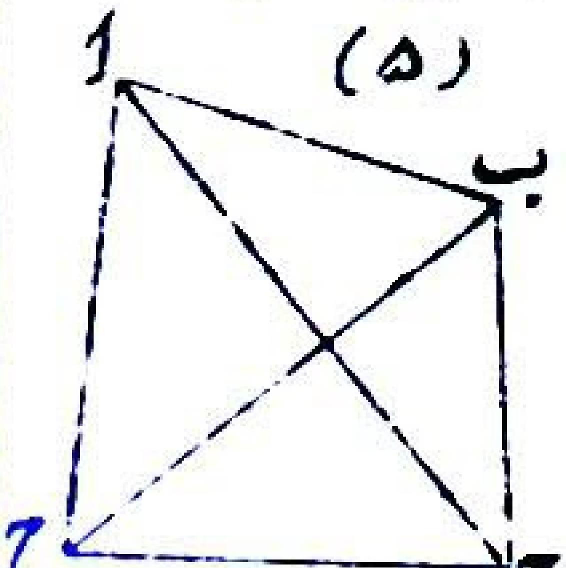
(۴)



سے بچا ہوا گزر جائے۔ تو ماننا پڑیگا۔ کہ زاویۂ د س ط جزو جو بحکم شرط مذکور قائمہ ہے یا منفرجہ زاویۂ د س ح کل سے جو حادہ ہے (فرض و عمل و ش ۵ و ش ۱۱) چھوٹا ہو۔ اور یہ ناممکن ہے۔ تو ضرور ہوا۔ کہ مذکورۂ بالا شرط ماننے کی صورت میں ہ ح د س کو کاٹتا ہوا ہی گزریگا۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ اور اگر ہم بجائے اس کے کہ د ہ کے نقطۂ د پر ب ا ح کے برابر زاویہ بناتے ہیں۔ ا ب کے نقطۂ ا پر ہ د س کے برابر زاویہ بنائیں۔ تب بھی مذکورۂ بالا تقریر سے مطلوب ثابت ہو سکتا ہے * محرر

* فٹ نوٹ۔ یعنی نقطۂ ا پر ہ د س کے برابر ایک زاویۂ ب ا ح بنایا (ش ۲۳)

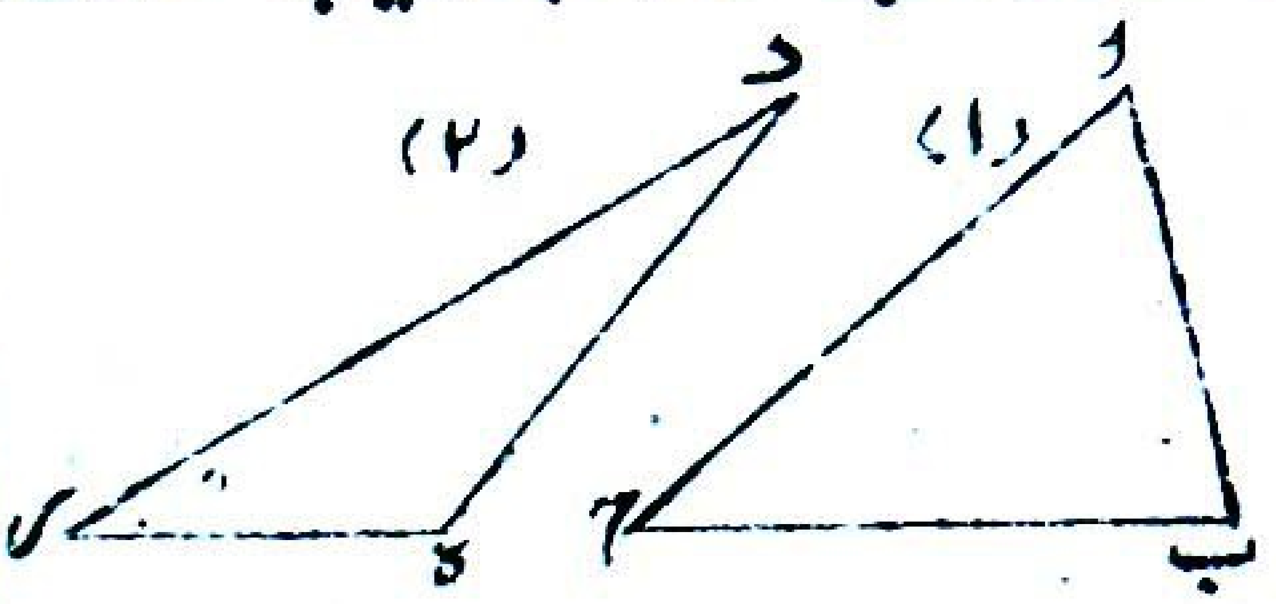
(۵)



پھر د س کے برابر ا ح کاٹ کر ب ح میں خط ملا دیا۔ تو یہ ب ح ہ س کے برابر ہوگا۔ کیونکہ مثلث ا ب ح کے ضلعے ا ب (فرض)۔ اور ا ح (عمل)۔ اور درمیانی زاویۂ ب ا ح (عمل) بہ ترتیب مثلث د ہ س کے ضلعوں د ہ د س اور زاویۂ ہ د س کے برابر ہیں۔ تو ضلع ب ح اپنی نظیر ضلع ہ س کے برابر ہوگا (ش ۴)۔ پھر چونکہ ا ح جو د س کے برابر ہے (عمل)۔ اور ا خ جو د س کے برابر ہے (فرض)۔ باہم برابر ہیں (ع ۱)۔ اسلئے زاویۂ ا ح 7 زاویۂ ا 7 ح کے برابر ہوگا (ش ۵)۔ اور زاویۂ ب ح 7 کل جو ا ح 7 جزو سے بڑا ہے ب 7 ح جزو سے بھی بڑا ہوگا۔ جو ا 7 ح کل سے چھوٹا ہے۔ اس لئے ضلع ب 7 ب ح یعنی ہ س سے بہت بڑا ہوگا۔ کیونکہ ب ح اور ہ س برابر ثابت ہو چکے ہیں۔ یہ تقریر جب ہے۔ کہ ب ح ب 7 کے نیچے واقع ہو۔ اور اگر ب ح۔ ب 7

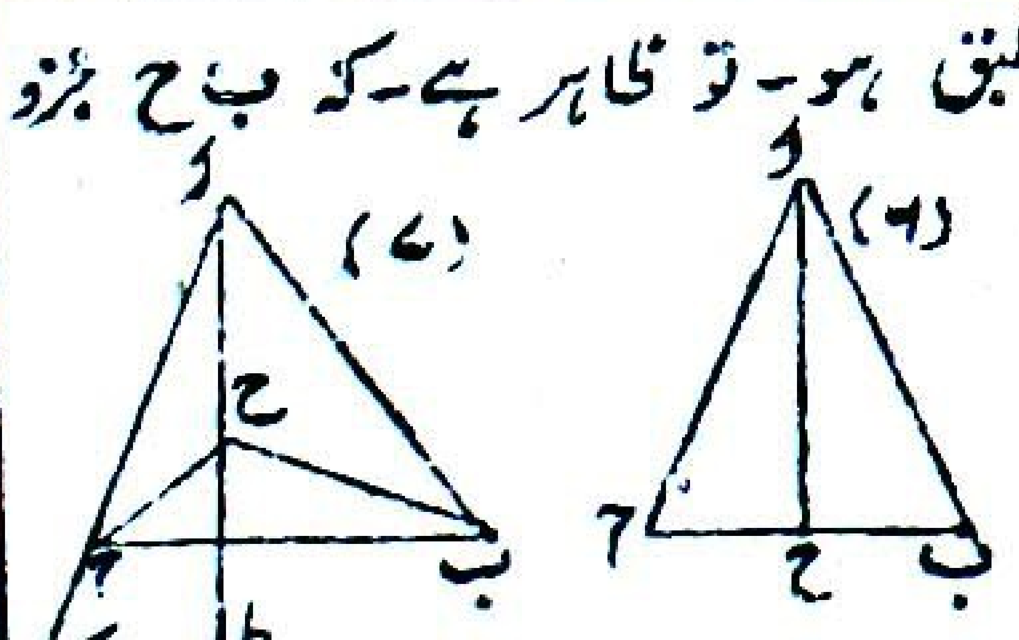
شکل نظری (۲۵)

دعوےٰ۔ جب کسی مثلث کے دو ضلعے دوسرے مثلث میں سے اپنی اپنی نظیر دو ضلعوں کے برابر ہوں اور پہلے دو ضلعوں کا قاعدہ پچھلے دو ضلعوں کے قاعدے سے بڑا ہو۔ تو بڑے قاعدے کے مقابل کا زاویہ بھی چھوٹے قاعدے کے مقابل کے زاویے سے بڑا ہوگا۔



تصویر۔ ا ب ج مثلث کے ضلعے اب اج بہ ترتیب مثلث د ہ س کے ضلعوں د ہ اور د س کے برابر ہیں لیکن قاعدہ ب ج قاعدہ ہ س سے بڑا ہے۔ تو زاویہ ب ا ج بھی

(بقیہ فٹ نوٹ متعلق نوٹ صفحہ ۵۲)۔ پر منطبق ہو۔ تو ظاہر ہے۔ کہ ب ح جزو یعنی ہ س ب ج کل سے چھوٹا ہے۔ اور اگر ب ح ب ج کے اوپر واقع ہو۔ تو ہم اح اج کو بہ ترتیب ط اور ل تک بڑھائینگے۔ اور دونو زاویے طح ج اور ل ج ح برابر ہونگے۔ جو متساوی الساقین اح ج کے (کیونکہ دونو ضلعے اح اج د س کے برابر ہیں بحکم (فرض و عمل) "قاعدے کے تحتانی زاویے ہیں۔ اور زاویہ ب ح ج کل جو زاویہ طح ج جزو سے بڑا ہے۔ زاویہ ب ج ح جزو سے بھی بڑا ہوگا۔ جو زاویہ ل ج ح کل سے چھوٹا ہے۔ اسلئے ج ح ب کا ضلع ب ج جو اسی کے بڑے زاویہ ب ح ج کا وتر ہے۔ ضلع ب ح سے بڑا ہوگا۔ جو اسی کے چھوٹے زاویہ ب ج ح کا وتر ہے (ش ۱۹) + مترجم

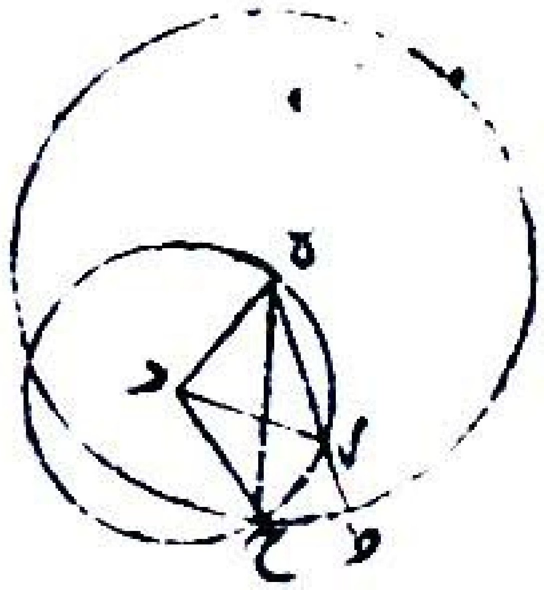


زاویۂ ه د ر سے بڑا ہوگا +

ثبوت - اگر زاویۂ ا زاویۂ د سے بڑا نہ ہو - تو یا اُس کے برابر ہوگا - تب تو لازم آئیگا - کہ قاعدۂ ب ج بھی قاعدۂ ه ر کے برابر ہو (ش ۴) - اور یا اس سے چھوٹا ہوگا - تب لازم آئیگا - کہ ب ج ه ر سے چھوٹا ہو (ش ۱) - اور یہ دونو باتیں اس فرض کے برخلاف ہیں - کہ قاعدۂ ب ج قاعدۂ ه ر سے بڑا ہے - تو ماننا پڑیگا - کہ زاویۂ ا زاویۂ د سے بڑا ہے - اور یہی دعوےٰ تھا [۱] +

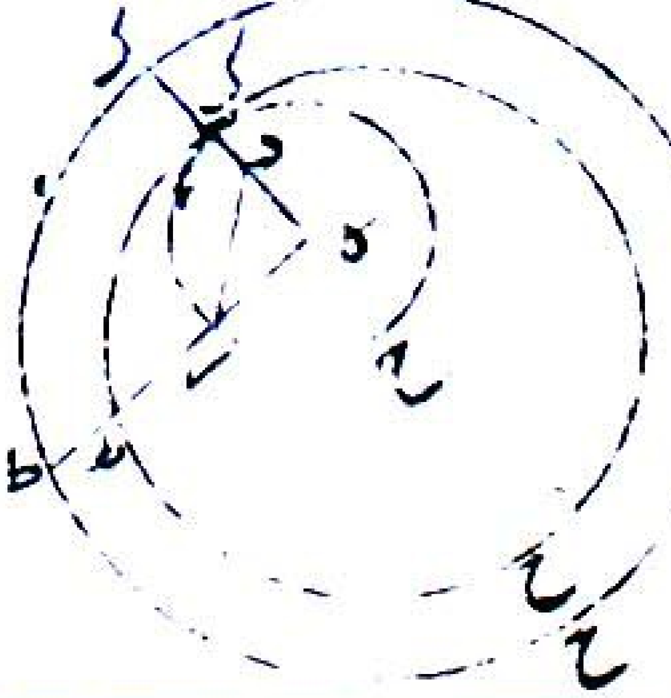
---

[۱] اس دعوے کے ثبوت کا دوسرا طریق د کو مرکز مان کر د ر کے فاصلے سے ایک دائرۂ ر ح بنایا (ص ۳) - اور ه ر کو اس کی سیدھ میں بڑھاکر اس میں سے ب ج کے برابر ه ط کاٹ لیا (ش ۱) - پھر ه کو مرکز مان کر ه ط کے فاصلے سے ایک اور دائرہ ط ح بنایا (ص ۳) - اب یہ دونو دائرے نقطۂ ح پر تقاطع [۲] کرینگے - پھر د ح اور ه ح کو ملایا - اب مثلث ه د ح کے تینوں ضلعے



ه د د ح اور ه ح بترتیب مثلث ا ب ج کے ضلعوں ا ب ا ج اور ب ج کے برابر ہیں - اور جب ان دو مثلثوں کے سب ضلعے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے - تو زاویۂ ه د ح بھی اپنی نظیر زاویۂ ج ا ب کے برابر ہوگا (ش ۸) - لیکن زاویۂ ه د ح کل زاویۂ ه د ر جزو سے بڑا ہے - اسلئے زاویۂ ج ا ب بھی زاویۂ ه د ر سے بڑا ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا + محرر

[۲] نوٹ (۱) اگر دونو دائرے ر ح اور ح ط تقاطع نہ کریں - تو یا تو دائرۂ ط ح دائرۂ ر ح کو گھیرتے ہوئے مس کرتا ہوا گزریگا - یا مس بھی نہ کریگا - اور دونو صورتوں میں ه د کو دائرۂ ط ح کے محیط پر کے نقطۂ ک تک بڑھایا - اب مس کرتے ہوئے گزرنے کی صورت میں یہ خط ه ک دونو ضلعوں (ا ب + ا ج) کے برابر ہوگا - اور بیچ ہوتے گزر جانے کی صورت میں دونو ضلعوں کے مجموعے سے

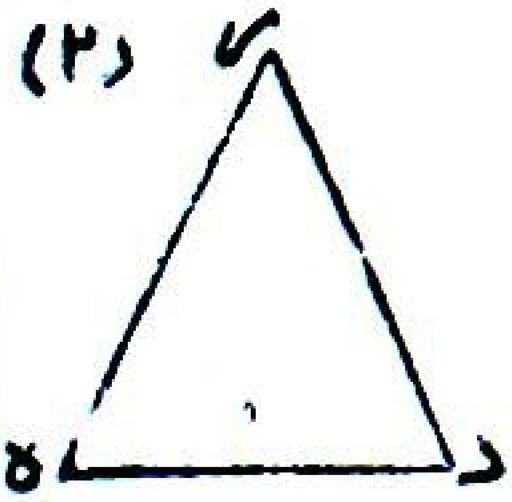


(۲۶) شکل نظری

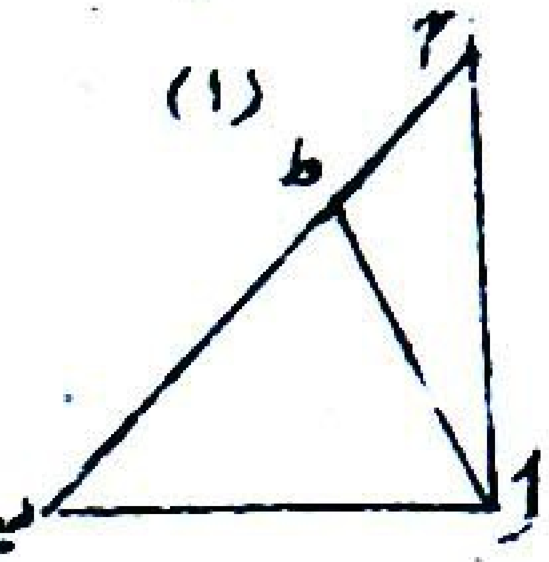
دعوےٰ - جب کسی مثلث کے دو زاویئے اور ایک ضلع دوسرے مثلث میں سے اپنی اپنی نظیر دو زاویوں اور ایک ضلع کے برابر ہوں - تو دونو مثلثوں کے باقی زاویئے اور ضلعے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے - اور مثلث مثلث کے برابر ہوگا ۔

تصویر - مثلث ا ب ج کے دو زاویئے ا اور ب بہ ترتیب مثلث د ہ ز کے دو زاویوں د اور ہ کے برابر ہیں - اور برابر ہونے والے دو ضلعے یا تو ا ب اور د ہ ہونگے جو دونو

(۲)



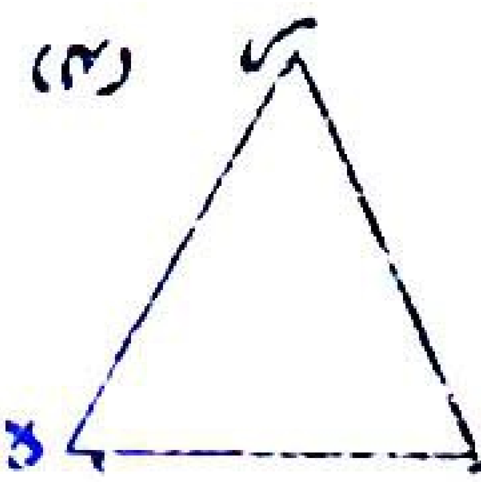
(۱)

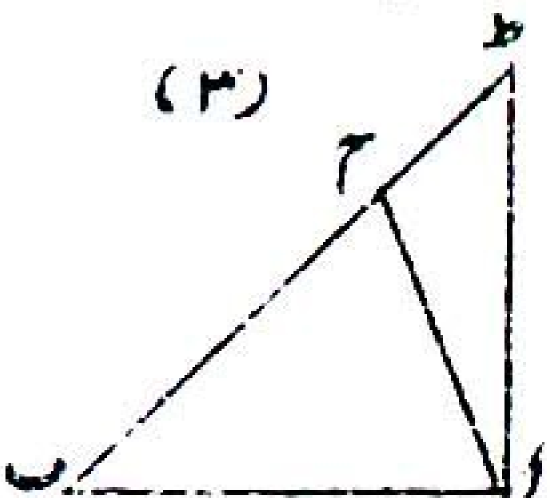


(بقیۂ فٹ نوٹ متعلق شکل ۲۵ صفحہ ۵۵) نہ بڑا ہوگا - کیونکہ خط ہ ک میں سے د ہ ا ب کے برابر ہے (فرض) - اور نقطۂ د سے محیط دائرۂ ز ا ح تک د ز کے برابر ہے (ح ۱۵) - اور د ز ج ا کے برابر ہے (فرض) - اس لئے مس کرتے ہوئے گزرنے کی صورت میں خط ہ ک (ا ب + ج ا) کے برابر ہوگا - اور نیچے ہوئے گزر جانے کی صورت میں ہ ک (ا ب + ج ا) سے بقدر اُس فاصلے کے بڑا ہوگا جو دونو دائروں میں ہو - لیکن خط ہ ک خط ہ ط کے برابر ہے (ح ۱۵) - اور ہ ط ب ج کے برابر ہے (عمل) - تو لازم آئیگا - کہ ب ج اکیلا (ا ب + ج ا) کے برابر ہو یا اس سے بڑا ہو - اور یہ صریح ناممکن ہے (ش ۲۰) - اس لئے ماننا پڑیگا - کہ دونو دائرے ز ا ح اور ح ط ضرور تقاطع کرینگے + مترجم

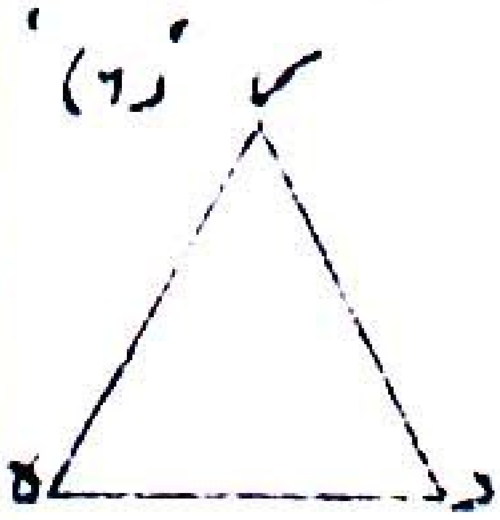
* فٹ نوٹ (۲) کیونکہ د ہ ا ب کے برابر مانا ہوا ہے - اور د ح جو د ز کے برابر ہے (ح ۱۵) - ا ج کے بھی برابر ہوگا - کیونکہ د ز ج ا کے برابر مانا ہوا ہے - اور ہ ح جو ہ ط کے برابر ہے (ح ۱۵) - ب ج کے بھی برابر ہوگا - کیونکہ ہ ط ب ج کے برابر بنایا تھا + مترجم

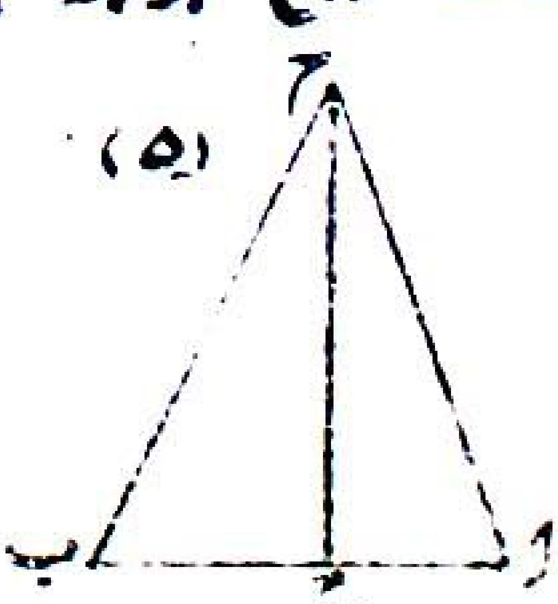
مساوی زاویوں کے درمیان میں واقع ہیں - اس صورت میں ضلع
ب ح اور ہ س بھی اگر برابر ہوں - تو ہر ایک مثلث کے
دو دو ضلع اور اُن کے درمیانی زاویئے برابر ہوئے اپنی اپنی نظیر
کے اور دعوے ثابت ہو گیا (ش ۴) - لیکن اگر ب ح اور ہ س
چھوٹے بڑے ہوں اور فرض کیا - کہ ب ح ہ س سے بڑا ہے -
تو ب ح میں سے ہ س کے برابر ب ط کاٹ کر (ش ۳) ا ط کو
ملا دیا - اب مثلث ا ب ط کے ضلعے ا ب ب ط اور اُن کا
درمیانی زاویۂ ب بہ ترتیب مثلث د ہ س کے ضلعوں د ہ
ہ س اور اُن کے درمیانی زاویۂ ہ کے برابر ہیں - تو پہلا مثلث
دوسرے مثلث کے اور زاویۂ ط ا ب زاویۂ س د ہ کے برابر ہوا
(ش ۴) - اور پہلے مانا ہوا ہے - کہ زاویۂ ح ا ب زاویۂ س د ہ کے
برابر ہے - تو لازم آیا - کہ زاویۂ ح ا ب کل زاویۂ ط ا ب جزو
کے برابر ہو - اور یہ صریح نا ممکن ہے - اور اگر ہ س کو بڑا اور
ب ح کو چھوٹا فرض کیا جائے -
تب بھی اسی طرح کل اور جزو
کا برابر ہونا لازم آتا ہے - اور
اگر برابر ہونے والے ضلعے ب ح





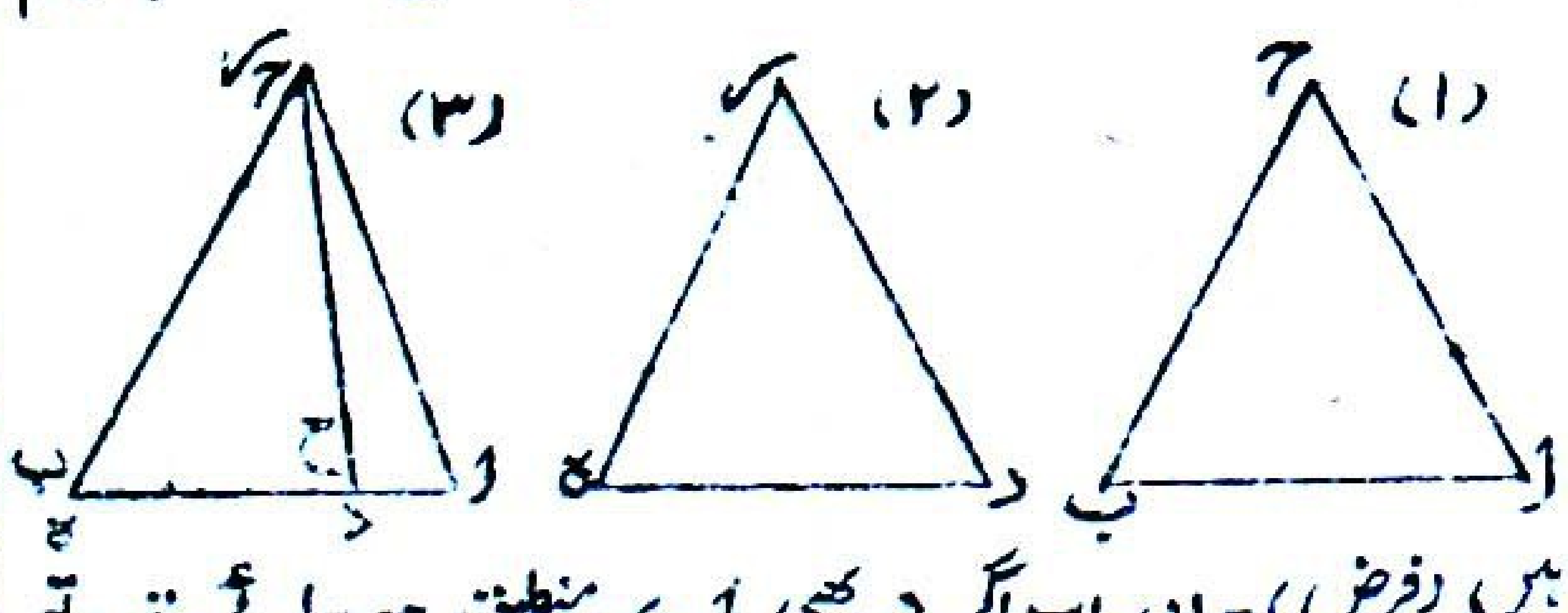
اور ہ س ہوں - تو اگر ب ا اور ہ د بھی برابر ہوں - جب تو
دعوے ثابت ہو ہی گیا (ش ۴) -
اور اگر وہ دونو چھوٹے بڑے ہوں
اور فرض کیا - کہ ب ا ہ د سے
بڑا ہے - تو ب ا میں سے ہ د





کے برابر ب ح کاٹ لیا - اور ج ح میں خط ملایا - اب مثلث ج ح ب کے ضلعے ب ج ب ح اور درمیانی زاویۂ ج ب ح بہ ترتیب مثلث ز د ہ کے ضلعوں ہ ز ہ د اور درمیانی زاویۂ ز ہ د کے برابر ہیں (فرض و عمل) - اس لئے مثلث ج ح ب مثلث ز د ہ کے برابر ہوگا - اور زاویۂ ج ح ب زاویۂ ز د ہ اپنی نظیر کے (ش ۴) اور پہلے مانا ہوا تھا - کہ زاویۂ ج ا ب زاویۂ ز د ہ کے برابر ہے - تو لازم آئیگا - کہ اندرونی زاویۂ ج ا ب بیرونی زاویۂ ج ح ب کے برابر ہو جائے (ع) - اور یہ ناممکن ہے (ش ۱۶) - اور اسی طرح اگر برابر ہونے والے ضلعے ج ا اور ز د ہوں - تو بھی بطریق مذکور یہی لازم آتا ہے - کہ اندرونی زاویۂ ا ب ح بیرونی زاویۂ ا ح ج کے برابر ہو جو ناممکن ہے (ش ۱۶) - تو اب ثابت ہوگیا - کہ ضرور باقی ضلعے اور زاویے اور خود مثلث برابر ہونگے اپنی اپنی نظیر کے[ط] +

ط اگر مثلث ا ب ج اور د ہ ز کے ضلعے ا ب اور د ہ برابر ہوں - اور بحکم اصول موضوعہ محرر نمبری ۴ ہم ا ب کو د ہ پر منطبق مان لیں - تو باقی ضلعے ا ج اور ب ج بھی اپنی اپنی نظیر د ز اور ہ ز پر منطبق ہو جائینگے - کیونکہ دونو زاویے ا اور ب اپنی اپنی نظیر د اور ہ کے برابر ہیں - اور جب یہ دونو ضلعے منطبق ہو گئے - تو دونو زاویے ج اور ز بھی باہم منطبق ہو جائینگے[۱] - اور مثلث منطبق ہو جائیگا مثلث پر - اور اگر برابر ہونے والے ضلعے ب ج اور ہ ز ہوں - تو جب ہم زاویۂ ب کو ہ پر اور

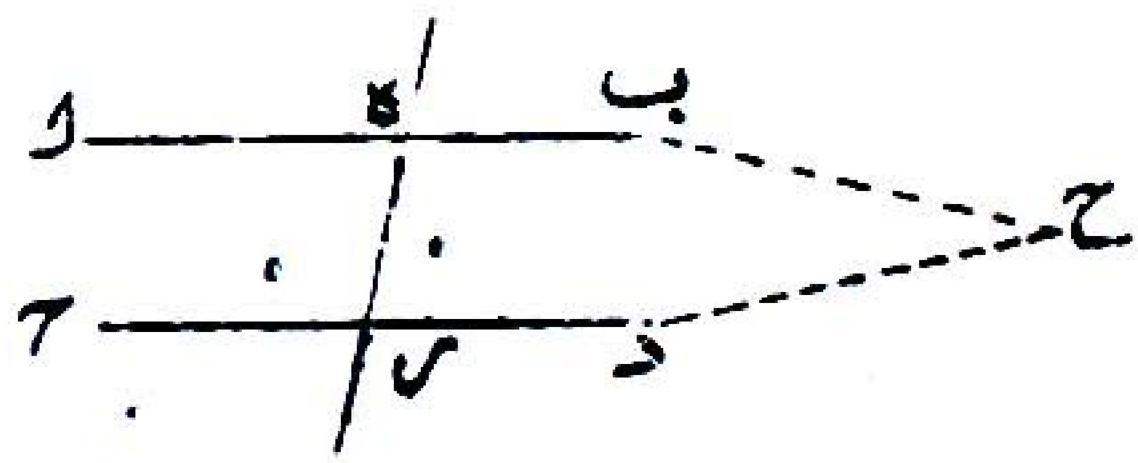


ضلع ب ا کو ہ د پر منطبق کرینگے - تو ضرور نقطۂ ج نقطۂ ز پر منطبق ہو جائیگا - کیونکہ ب ج اور ہ ز برابر ہیں (فرض) - اور اب اگر د بھی ا پر منطبق ہو جائے - تب تو

(۲۷) شکل نظری

دعوٰے - جب دو خطوں پر تیسرا خط واقع ہو - اور پیدا ہونے والے زاویوں میں سے متبادلے زاوئے برابر ہوں - تو پہلے دونو خط متوازی ہونگے -

تصویر - اب ج د دو خطوں پر تیسرا خط ہ ر واقع ہو - اور دونو متبادلے زاوئے ا ہ ر د ر ہ برابر ہیں - تو دونو خط اب ج د متوازی ہونگے ۔



ثبوت - اگر متوازی نہ ہوں - تو ضرور ایک جانب میں بڑھتے بڑھتے کسی نقطے مثلاً ح پر مل جائینگے -

---

(بقیۂ نوٹ متعلق شکل ۲۶ صفحہ ۵۸) - دونو مثلث - اُن کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر پر منطبق اور ٹھیک برابر ہو جائینگے - لیکن اگر د ا پر منطبق نہ ہو - اور فرض کیا - کہ نقطۂ ح پر منطبق ہو گیا - تو ح ج میں خط ملا دینے سے ماننا پڑیگا کہ بیرونی زاویۂ ج ح ب اندرونی زاویۂ ج ا ب کے برابر ہوا - (ش ۱۶) اور یہ صریح ناممکن ہے (ش ۱۶) - تو ماننا پڑیگا - کہ د ا پر منطبق ہو گیا اور شاث - ضلعے اور زاوئے ہر ایک اپنی اپنی نظیر کے برابر + محرر

فٹ نوٹ (۱) کیونکہ دو خط جو ایک نقطے پر ملے ہوئے ہوں - دوسرے دو خطوں پر کہ وہ بھی ایسے ہی ایک نقطے پر ملے ہوئے ہوں - اگر غیر ملاقات والی جانب سے منطبق کئے جائیں تو ضرور ہے - کہ دونو کا انفراج آغاز انطباق سے انجام انطباق تک یکساں اور برابر ہو - اور اب ضرور ہے - کہ پہلے دو خطوں کا نقطۂ ملاقات دوسرے دو خطوں کے نقطۂ ملاقات پر منطبق ہو - ورنہ کوئی نہ کوئی ان میں کا خط مستقیم نہ رہیگا + مترجم

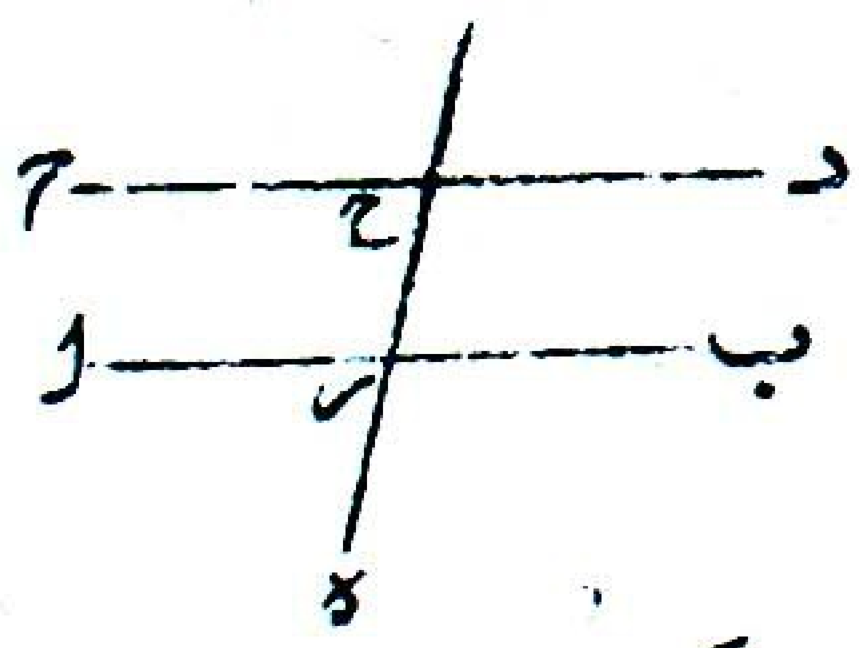
فٹ نوٹ (۲) اسلئے کہ زاویۂ ر د ہ زاویۂ ج ح ب کے برابر ہے (ش ۴) - کیونکہ مثلث ج ح ب کے ضلعے ح ب ب ح اور زاویۂ ب بترتیب مثلث ر ہ د کے ضلعوں ر ہ ہ د اور زاویۂ ہ کے برابر ہیں - اور زاویۂ ج ا ب زاویۂ ر د ہ کے برابر تھا (فرض) - اسلئے بیرونی زاویۂ ج ح ب اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ج ا ب کے برابر ہو گیا (ع) جو صریح ناممکن ہے + مترجم

اب ماننا پڑیگا۔ کہ مثلث ھ ح ر کا بیرونی زاویۂ ا ھ ر اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ھ ر ح کے برابر ہو (فرض)۔ اور یہ ناممکن ہے (ش ۱۶)۔ اسلئے ا ب ج د ضرور متوازی ہونگے۔ اور یہی دعوے تھا ⁂

(۲۸) شکل نظری

دعوے۔ جب دو خطوں پر کسی خط کے واقع ہونے سے پیدا ہونے والے زاویوں میں سے بیرونی زاویہ اپنے مقابل کے اندرونی زاویئے کے برابر ہو یا ایک ہی جانب کے دو اندرونی زاویئے دو قائموں کے برابر ہوں۔ تو وہ دونو خط متوازی ہونگے۔

تصویر۔ ا ب ج د دو خط ہیں۔ جن پر تیسرا خط ھ ر ح واقع ہوا۔ اور بیرونی زاویۂ ھ ر ب اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ر ح ذ کے برابر ہے۔ یا ایک جانب کے دو اندرونی زاویئے ب ر ح ر ح د دو قائموں کے برابر ہیں۔ تو دونو صورتوں میں ا ب ج د متوازی ہونگے ⁂



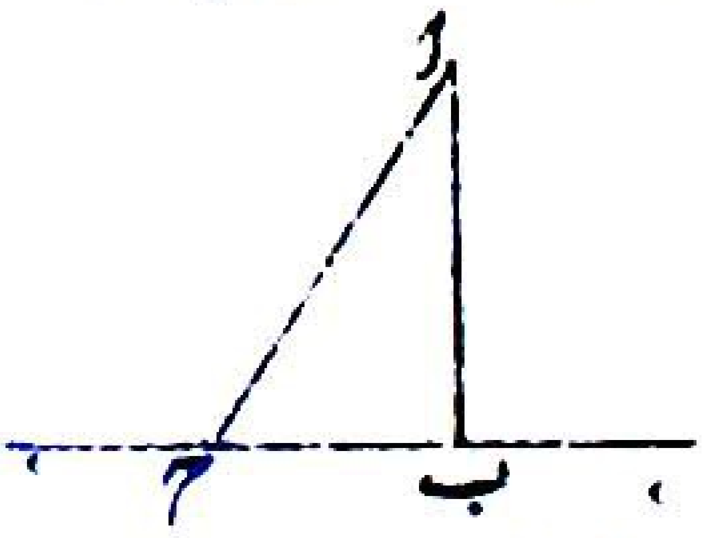
ثبوت۔ چونکہ زاویۂ ھ ر ب زاویۂ ا ر ح کے برابر ہے (ش ۱۵)۔ اور نیز ر ح د کے برابر ہے (فرض)۔ تو دونو متبادلے زاویئے (ا ر ح ر ح د) برابر ہونگے (ع ۱) اور جب متبادلے زاویئے برابر ہوئے۔ تو دونو خط ا ب ج د متوازی ہونگے (ش ۲۷)۔ اور

اسی طرح جب زاویہ (ب س ح + ا س ح) دو قائموں کے برابر ہے (ش [۱۳]) - اور نیز (ب س ح + س ح د) دو قائموں کے برابر ہے (فرض) - تو زاویۂ ا س ح س ح د بھی باہم برابر ہونگے (ع و ع) - اور جب ا س ح س ح د متبادلے زاویے برابر ہوئے - تو ا ب ج د دو متوازی خط ہونگے (ش [۲۷]) - اور یہی ثابت کرنا تھا [ك] ÷

[ك] چھٹے اصول موضوعہ "کوئی سے دو مستقیم خطوں پر جب ایک خط مستقیم واقع ہو - اور اُس کی کسی جانب کے دونو اندرونی زاویے ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہوں - تو وہ دونو خط اُسی جانب میں آگے اپنی سیدھ میں بڑھتے چلے جائیں - تو کسی نہ کسی نقطے پر جا ملینگے" کے استعمال کا موقع آگیا ہے - اسلئے اس کے ثبوت دینے کا بھی موزون مقام ہے - جس کا ہم نے کتاب کے شروع میں وعدہ کیا تھا - اس کے ثبوت کے لئے ہم ذیل کے اصول یا شکلیں پہلے بیان کرتے ہیں :-

(۱) دعوےٰ - کسی بیرونی نقطے سے کسی غیر محدود خط پر کھینچے ہوئے خطوط میں سب میں سے چھوٹا وہ خط ہوگا جو اس نقطے سے اُس خط پر عمود ہو - اور وہی عمود اُس نقطے کا اُس خط سے بُعد کہلاتا ہے -

تصویر - فرض کیا بیرونی نقطہ ا اور غیر محدود خط ب ج ہے جس پر ا سے ا ب عمود ڈالا گیا ہے - تو ہم کہتے ہیں - اُن تمام خطوں میں سے جو نقطہ ا سے ب ج تک کھینچے جائیں - سب سے چھوٹا خط ا ب ہوگا -

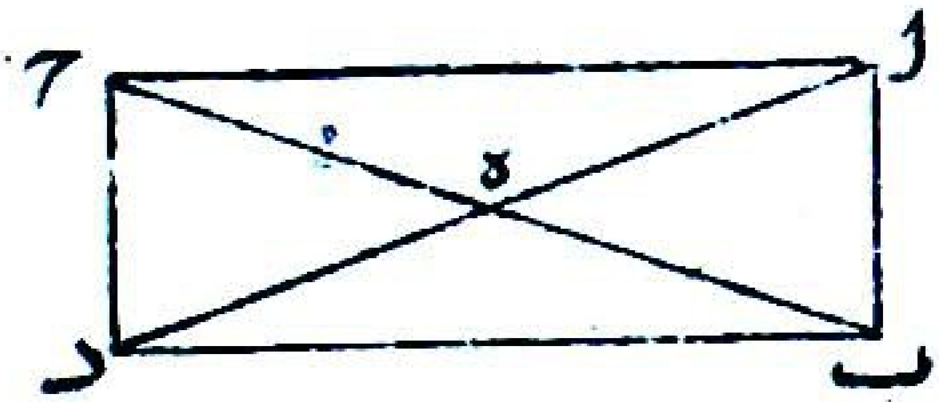


ثبوت - اگر ا سے ب ج تک کوئی اور خط مثلاً ا ج کھینچیں - تو زاویۂ ا ج ب جو حادہ ہے (ش [۱۶]) ا ب ج سے جو قائمہ ہے چھوٹا ہوگا - اور چھوٹے زاویے کے مقابل کا ضلع بھی بڑے زاویے کے مقابل کے ضلعے سے چھوٹا ہوتا ہے (ش [۱۹]) - اسلئے ضلع ا ب ضلع ا ج سے چھوٹا ہوگا - اسی طرح ا ب کی نسبت ہر ایک خط کا بڑا ہونا ثابت ہو سکتا ہے - جو ا سے ب ج تک کھینچے جائیں - اور یہی ثابت کرنا تھا ÷

(۲) دعوےٰ - جب کسی خط کے ایک جانب میں برابر کے دو عمود قائم کرکے اُن کے دونو سروں میں ایک خط ملایا جائے - تو وہ دونو زاویے جو اس خط

(بقیہ نوٹ صفحہ ۶۱) - کے ملانے سے پیدا ہوئے ہیں۔ برابر ہونگے۔

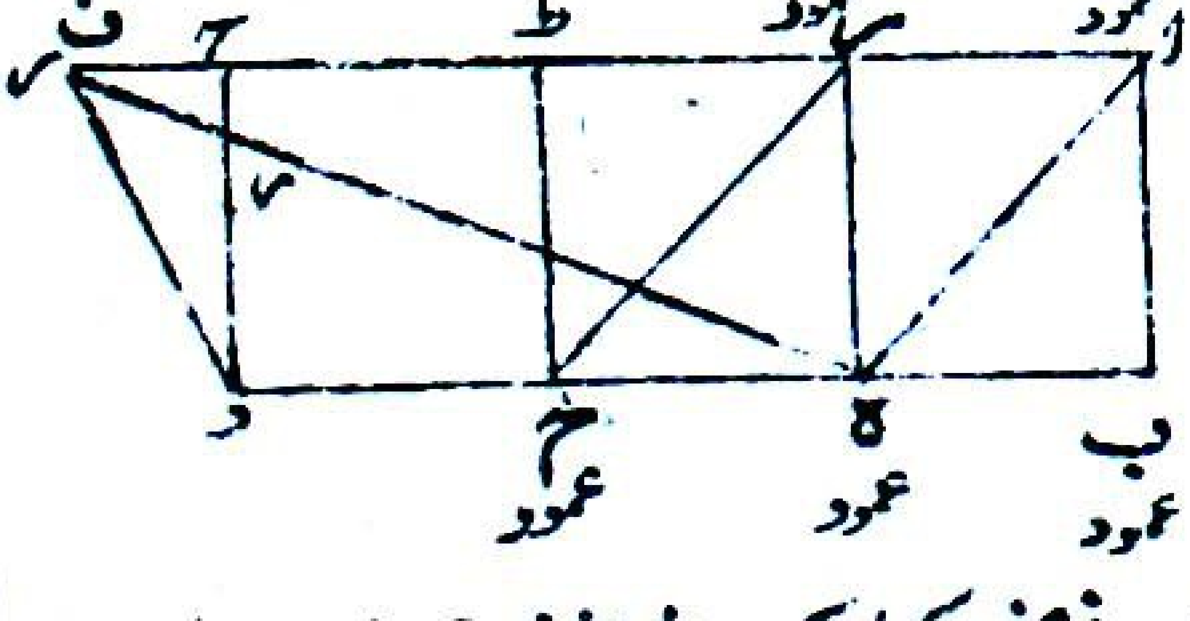
تصویر۔ ب د خط کے ایک پہلو پر ا ب ح د برابر کے دو عمود قائم ہوئے جن کے سروں میں خط ملانے سے ب ا ح د ح ا دو زاوئے پیدا ہوئے۔ تو یہ دونو باہم برابر ہونگے +



ثبوت۔ ا د ب ح میں خط ملائے جو نقطہ ہ پر تقاطع کرتے ہوئے گزرے۔ جن سے دو مثلث ا ب د ح د ب پیدا ہوئے۔ اور مثلث ا ب د کے ضلعے ا ب، ب د اور درمیانی زاویۂ ب بہ ترتیب مثلث ح د ب کے ضلعوں ح د، د ب اور درمیانی زاویۂ د کے برابر ہیں (فرض)۔ اسلئے دونو مثلث، اُن کے باقی ضلعے اور زاوئے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۴) پھر مثلث ب ہ د کے دونو زاوئے ہ ب د اور ہ د ب برابر ہوئے۔ تو اُس کے دونو ضلعے ب ہ، د ہ بھی برابر ہونگے (ش ۶)۔ اور پھر باقی ا ہ، ہ ح بھی برابر ہونگے (ع)۔ اور جب ضلعے ا ہ، ہ ح برابر ہوئے۔ تو دونو زاوئے ہ ا ح اور ہ ح ا بھی برابر ہونگے (ش ۵)۔ اور پہلے ثابت ہو چکا ہے۔ کہ دونو زاوئے د ا ب اور ب ح د برابر ہیں۔ تو پورا زاویۂ ب ا ح بھی پورے زاویۂ د ح ا کے برابر ہوگا (ع ۲)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

(۳) دعوے۔ کسی خط کی ایک جانب کے مساوی عمودوں کے سروں میں خط ملانے سے پیدا ہونے والے زاوئے قائمے ہوتے ہیں۔

تصویر۔ ا ب ح د برابر کے دو عمود ب د خط کی ایک جانب میں قائم ہیں اور ان کے سروں میں ح ا خط ملانے سے دو زاوئے ب ا ح اور د ح ا پیدا ہوئے۔ تو یہ دونو قائمے ہونگے +



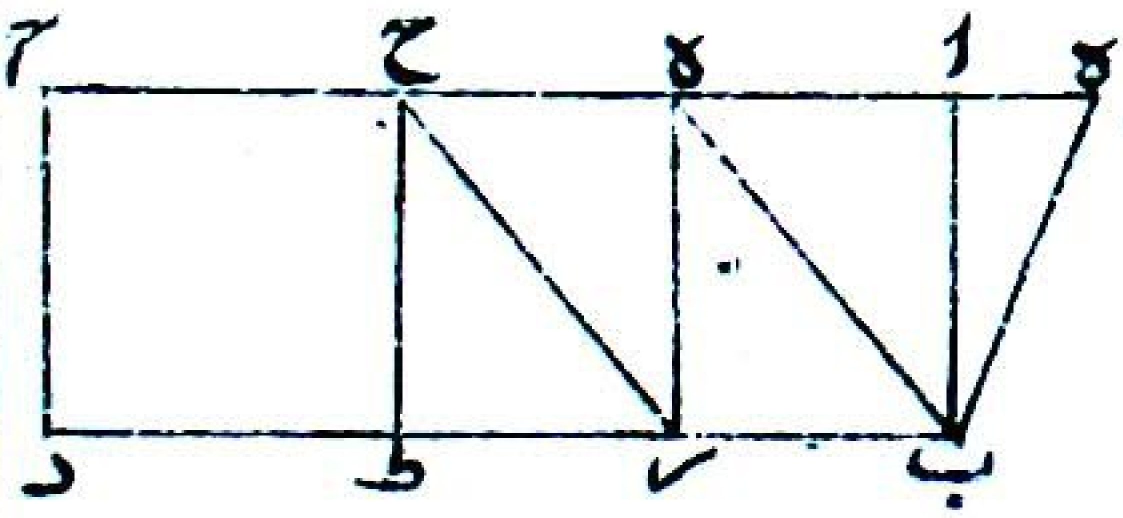
ثبوت۔ اگر یہ دونو زاوئے قائمے نہ ہوں۔ تو یا دونو برابر کے منفرجے یا دونو برابر کے حادے ہونگے (ش ۲ محرر)۔ فرض کیا۔ کہ دونو منفرجے ہیں۔ ا سے

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۶۱) - ایک عمود ز ہ ا ج خط پر کھینچا (شکل ۱۱) - جو
ضرور ا ب ج د خطوں کے مابین ہی[1] کسی موقع پر واقع ہوگا - اور اب مثلث
ا ب ہ کا بیرونی زاویۂ ا ہ د اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ا ب ہ سے جو قائمہ
تھا بڑا ہوگا (ش ۱۶) - اور اسلئے زاویۂ ا ہ د بھی منفرجہ ہوگا - پھر ہ د پر اس
کے نقطۂ ہ سے ا ج کی طرف ہ س عمود کھینچا - تو یہ عمود ہ س بھی ا ہ ج د
خطوں کے مابین[2] واقع ہوگا - اور ا ہ د کی طرح زاویۂ ہ س ح بھی منفرجہ ہوگا -
پھر نقطۂ س سے ایک عمود س ح خط س ج پر اور نقطۂ ح سے ایک عمود ح ط
خط ح د پر کھینچا - اور اسی طرح جہاں تک چاہیں - پھر وہ سارے عمود جو ا ج
خط کے نقطوں آ سؔ طؔ وغیرہ سے خط ب د پر واقع ہوئے ہیں یعنی عمود
ا ب س ہ ط ح وغیرہ بہ ترتیب لمبے ہوتے گئے ہیں - اور ان سب میں سے

فٹ نوٹ (۱) کیونکہ اگر ا ہ عمود ا ب پر منطبق ہو جائے - تو زاویۂ ب ا ج کو
قائمہ ماننا پڑیگا - اور پہلے منفرجہ مانا ہوا ہے - اور اگر وہ عمود ا ب سے باہر کی طرف واقع
ہو - تو زاویۂ ہ ا ج کل قائمہ ہوگا - جبکہ زاویۂ ب ا ج جزو منفرجہ مانا ہوا ہے - اور یہ صریح ناممکن
ہے - اور اگر نقطۂ ہ د پر منطبق ہو - تو مثلث ا ج ہ میں زاویۂ ج ا ہ قائمہ (اصل) - اور زاویۂ
ا ج ہ منفرجہ (ذوش) پائے جائینگے جو صریح ناممکن ہے (ش ۱۷) - اور اسی طرح اگر نقطۂ ہ ب د کو د
کی طرف بڑھانے کے بعد اس کے کسی نقطے پر یا ضلع ج د ہی کے د کے سوا کسی
اور نقطے پر منطبق ہو - تو بھی ایک مثلث میں قائمے اور منفرجے جمع ہو جائینگے ۔ مترجم

فٹ نوٹ (۲) کیونکہ عمود س ہ ا ہ پر تو منطبق ہو نہیں سکتا اور نہ اس سے باہر
ب ا کی طرف پڑ سکتا ہے - ورنہ پہلی صورت میں س ہ د قائمے کا ا ہ د منفرجے کے برابر
اور دوسری صورت میں س ہ د قائمے کا ا ہ د منفرجے سے بڑا ہونا لازم آئیگا - جو دونو باتیں
ناممکن ہیں - اسی طرح اس کا نقطۂ س نہ ج د کے کسی نقطے پر منطبق ہو سکتا ہے -
نہ اسے قطع کرتے ہوئے ا ج کے بڑھانے کے بعد ا ج کے کسی نقطے مثلاً ف پر منطبق
ہو سکتا ہے - ورنہ پہلی صورت میں مثلث ہ س د کے دو زاویے س ہ د اور س د ہ دو
قائمے اور دوسری صورت میں مثلث ہ ف د کا ایک زاویۂ د ہ ف قائمہ اور دوسرا
زاویۂ ہ د ف منفرجہ ہوگا - اور یہ دونو باہم ناممکن ہیں (ش ۱۷) ۔ مترجم

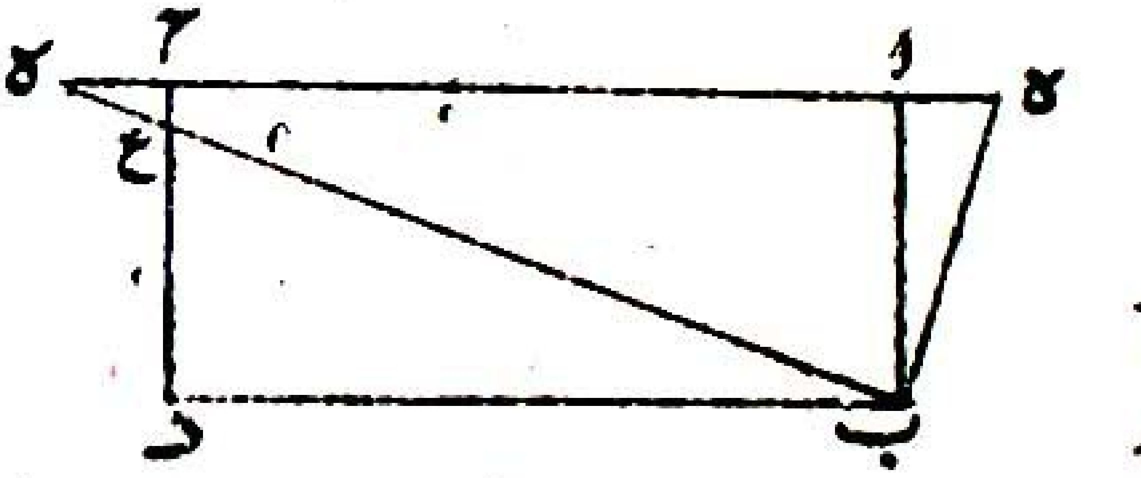
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۴) - چھوٹا عمود ا ب ہے - کیونکہ زاویۂ ا ب ہ
قائمہ زاویۂ ا ہ ب حادے سے بڑا ہے - اسلئے اس کے مقابل کا ضلع ا ہ ۔ ا ہ ب
کے مقابل کے ضلع ا ب سے بڑا ہوگا - اور اسی طرح زاویۂ ر ہ ز قائمہ ہ ر ح
حادے سے بڑا ہے - اسلئے ہ ر عمود ا ہ سے بڑا ہوگا - اور زاویۂ ر ہ ح قائمہ
ہ ح ر حادے سے بڑا ہے - اسلئے عمود ر ح بھی عمود ر ہ سے بڑا ہوگا - اور
زاویۂ ط ر ح قائمہ ح ط ر سے بڑا ہے - اس لئے ط ح ر ح سے بڑا ہوگا
وعلیٰ ہذا القیاس - اور جب عمود یا بُعد دو چیزوں کے مابین والے فاصلے ہی کا نام
ہے - تو ثابت ہو گیا - کہ ا ج کے وہ نقطے جن سے یہ عمود نکل کر ب د پر واقع
ہوئے ہیں - بتدریج ج کی طرف فاصلے اور دوری میں بڑھتے جاتے ہیں - اس لئے
کہ سکتے ہیں - کہ خط ا ج خط ب د سے ج کی طرف دور ہوتی ہوئی اور ا کی طرف
نزدیک ہوتی ہوئی صورت میں رکھا ہوا ہے - اور چونکہ زاویۂ د ج ا بھی منفرجہ مانا
ہوا ہے - اسلئے اگر بطریق مذکور ج کی طرف سے ا کی طرف عمود نکالتے چلے آئیں - تو نتیجہ
یہ ہوگا - کہ وہی خط ا ج خط ب د سے ا کی جانب میں دور ہوتی ہوئی اور ج کی جانب
میں نزدیک ہوتی ہوئی صورت میں رکھا ہوا ہے - تو ماننا پڑیگا - کہ ایک ہی خط
ایک ہی خط سے ایک ہی جانب میں نزدیک ہوتے ہوئے اور بدون تقاطع کئے
دور ہوتے ہوئے بھی رکھا ہوا ہو - اور یہ صریح ناممکن ہے - اب فرض کیا - کہ دونو
زاوئے ب ا ج اور د ج ا حادے ہیں ۔



اب بھی بطریق مذکور عمود نکالے جائینگے -
لیکن اس صورت میں پہلے ب سے عمود
ب ہ ا ج پر ڈالینگے (ش ۱۲) - پھر نقطۂ ہ
سے عمود ہ ر ب د پر - پھر نقطۂ ر
سے عمود ر ح ا ج پر - اور پھر نقطۂ ح سے ح ط ب د پر - وعلیٰ ہذا القیاس
جہاں تک چاہیں - اور چونکہ دونو زاوئے ا اور ج حادے مانے ہوئے ہیں -
اس لئے یہ سب عمود ا ب ج د خطوں کے مابین ہی واقع ہونگے - اور اگر ا ج
پر اس کی ا یا ج کی طرف بڑھانے کے بعد واقع ہوں - تو ایک مثلث میں

(بقیۂ نوٹ صفحہ ٦١) - قائمے اور منفرجے کا جمع ہونا[١] لازم آئیگا - جو صریح ناممکن ہے (ش ١٧) - تو زب ح د خطوں کے مابین ہی یہ سب عمود ہونگے - پھر یہ سارے عمود جو ب د سے ا ح پر اور ح ا سے ب د پر ڈالے گئے ہیں بہ ترتیب اپنی لمبائی میں گھٹتے[٢] چلے گئے ہیں جس سے لازم آیا کہ خط ح ا خط ب د سے ح کی طرف نزدیک ہوتی ہوئی اور ا کی طرف دور ہوتی ہوئی طرز میں رکھا ہؤا ہے - اور اگر ح کی طرف سے شروع کرکے ب د پر عمود ڈالتے چلے آئیں - تو یہ نتیجہ ہوگا کہ ح ا ب د سے ا کی طرف نزدیک ہوتی ہوئی اور ح کی طرف دور ہوتی ہوئی طرز میں رکھا ہؤا ہے - اور یہ صریح ناممکن ہے - کہ

فٹ نوٹ (١) کیونکہ اگر عمود ب ہ ح ا پر اُس سے ا کی طرف نقطۂ ہ تک بڑھانے کے بعد واقع ہو - تو مثلث ب ا ہ کا زاویۂ ہ تو قائمہ ہی ہے (ع ل) - اور زاویۂ ا منفرجہ - اسلئے کہ زاویۂ (ب ا ح + ب ا ہ) دو قائموں کے برابر



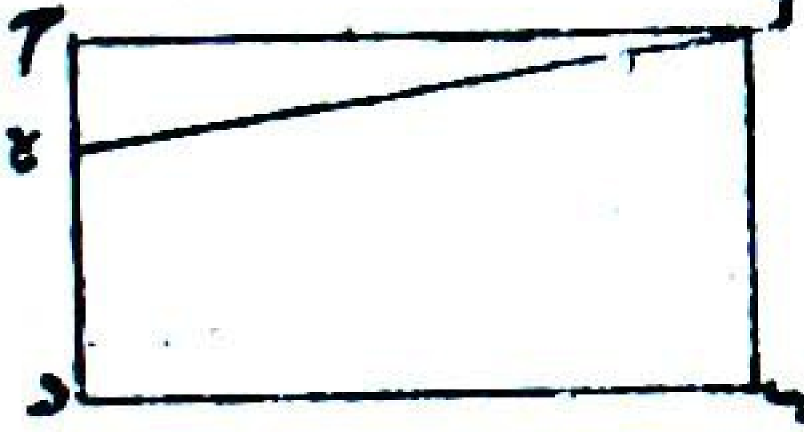
ہے (ش ١٣) - اور ب ا ح حادہ ہے - تو ضرور ب ا ہ منفرجہ ہوگا - اور جب زاویۂ ہ قائمہ اور زاویۂ ا منفرجہ ہؤا - تو ایک مثلث میں قائمے اور منفرجے کا جمع ہونا صاف لازم آگیا - اسی طرح اگر ح ا پر اُس سے ح کی طرف نقطۂ ہ تک بڑھانے کے بعد واقع ہو - تو ضرور وہ ضلع ح د کو نقطۂ ع پر قطع کریگا - اور مثلث ع ح ہ کا زاویۂ ع ح ہ منفرجہ ہوگا - اس لئے کہ زاویۂ (ع ح ہ + ا ح د) دو قائموں کے برابر ہے - اور جب ا ح د حادہ مانا ہؤا ہے - تو ع ح ہ منفرجہ ہوگا - اور ح ہ ع قائمہ ہی ہے (فرض) - تو مثلث ع ح ہ میں قائمے اور منفرجے کا جمع ہونا صاف لازم آگیا + مترجم

* فٹ نوٹ (٢) کیونکہ زاویۂ ب ہ ا قائمہ ب ا ہ حادے سے بڑا ہے اور بڑے زاویے کے مقابل کا ضلع چھوٹے زاویے کے مقابل کے ضلعے سے بڑا ہوتا ہے (ش ١٩) - پھر زاویۂ ہ ر ب قائمہ زاویۂ ہ ب ر حادے سے بڑا ہے (اسلئے کہ وہ زاویۂ قائمہ د ب ا کا جزو ہے - تو ہ ر ب زاویے قائمے کے مقابل کا ضلع ب ہ زاویۂ ہ ب ر حادے کے مقابل کے ضلعے ہ ر سے بڑا ہوگا - پھر ر ح ہ زاویے قائمے کے مقابل کا ضلع ہ ر ر ہ ح حادے کے مقابل کے ضلعے ر ح سے بڑا ہے وعلیٰ ہذا القیاس + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۶۱) - ایک ہی خط ایک ہی خط سے ایک ہی جانب میں نزدیک ہوتے ہوئے اور بدون تقاطع کرنے کے دور ہوتے ہوئے بھی رکھا ہؤا ہو۔ تو ثابت ہو گیا۔ کہ دونو زاویے ب ا ح د ح ا قائمے ہی ہیں۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

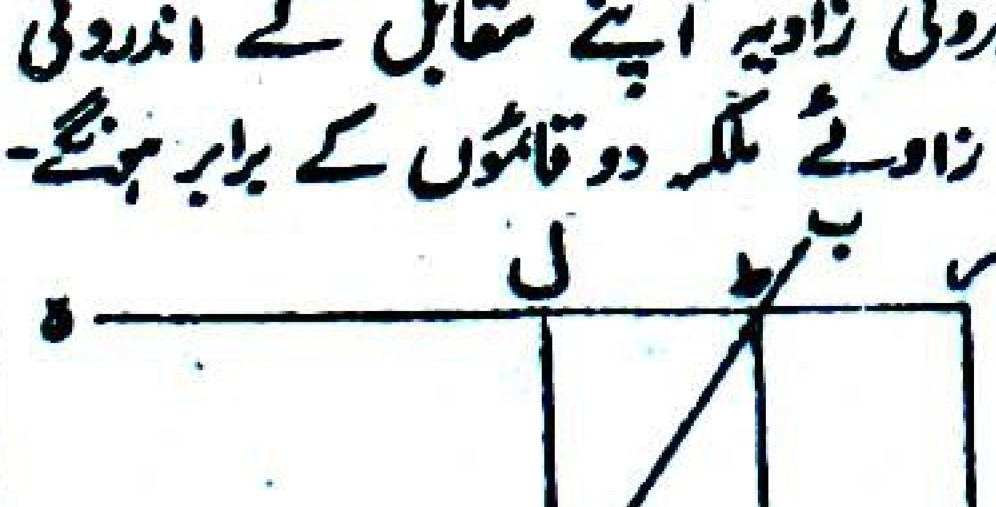
(۴) **دعوے**۔ چار ضلعوں والی قائم الزوایا سطح میں مقابل کے ضلعے باہم برابر ہوتے ہیں۔

تصویر۔ ا ب ح د چار ضلعوں والی ایک سطح کے چاروں زاویے قائمے ہیں۔ تو مقابل کے ضلعے ا ح ب د اور اسی طرح ا ب ح د بھی باہم برابر ہونگے +



ثبوت۔ اگر برابر نہ ہوں۔ تو فرض کیا ا ب ح د سے چھوٹا ہے ح د میں سے د ہ ا ب کے برابر کاٹ کر ا ہ کو ملایا۔ اب سطح ا ب د ہ میں دونو زاویے ب ا ہ اور د ہ ا جو برابر کے دو عمودوں ا ب ہ د کے سروں میں ا ہ کے خط ملانے سے پیدا ہوئے ہیں قائمے ہونگے (ش ۳ محر)۔ اور دونو زاویے ب ا ح د ح ا بھی قائمے تھے (فرض)۔ تو زاویۂ ب ا ح کل زاویۂ ب ا ہ جزو کے برابر ہؤا۔ اور بیرونی زاویۂ ا ہ د اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ا ح ہ کے برابر ہؤا۔ اور یہ دونو باتیں صریح نا ممکن ہیں۔ تو ضرور مقابل کے ضلعے باہم برابر ہونگے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

(۵) **دعوے**۔ جب کسی خط پر قائم ہونے والے دو عمودوں پر کوئی اور خط واقع ہو۔ تو دونو متبادلے زاویے باہم اور بیرونی زاویہ اپنے مقابل کے اندرونی زاویئے کے اور ایک طرف کے دونو اندرونی زاویئے ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے۔



تصویر۔ فرض کیا د س خط پر ح ہ اور ہ س دو عمود قائم ہیں جن پر خط ا ب واقع ہو کر نقطہائے ط اور ح پر تقاطع کرتا ہؤا گزرتا ہے۔ تو دونو متبادلے زاویئے د ح ط اور

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۶۱) — ہ ط ح باہم برابر ہونگے۔ اور اسی طرح بیرونی زاویۂ
د ح ح اندرونی زاویۂ ا ط ہ کے برابر ہوگا۔ اور ایک طرف کے دو اندرونی زاویے
(ح ح ط + ہ ط ح) دو قائموں کے برابر ہونگے +

ثبوت۔ اگر خط ط س خط ح د کے برابر ہو۔ تب تو دونو نقطوں ح اور ط کے
آس پاس کے سب زاویے قائمے ہونگے۔ اور دعوے کے تینوں جزو ثابت[1]
ہو جائینگے۔ اور اگر ط س ح د کے برابر نہ ہو۔ اور فرض کیا۔ کہ ح د ط س سے
بڑا ہے۔ تو ح د میں سے ط س کے برابر د ك کاٹ کر (ش ۳) ك ط میں خط
ملا دیا۔ اور ط ہ میں سے ط ل ك ح کے برابر کاٹ کر ح ل میں خط ملا دیا۔
تو سطح ح ل ط ك قائم الزوایا[2] ہوگی۔ اور مثلث ح ل ط کے ضلعے ح ل ل ط

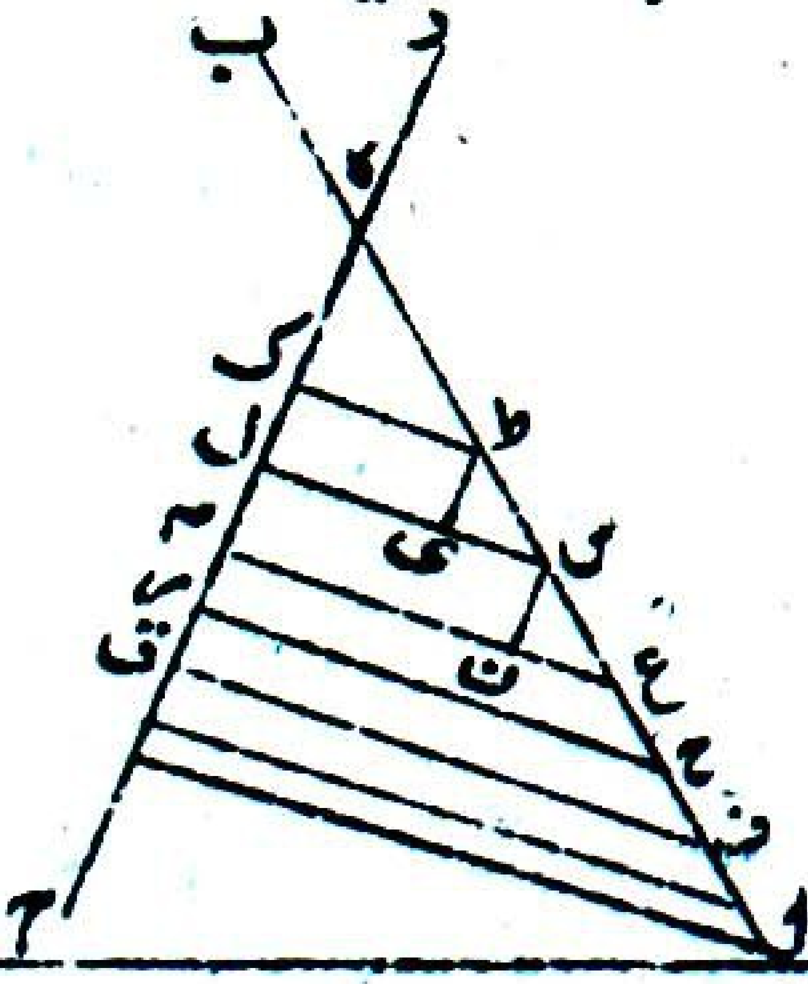
فٹ نوٹ (۱) کیونکہ اس صورت میں د ح س ط برابر کے دو عمود خط د س پر
قائم ہیں جن کے سروں میں ط ح خط ملایا گیا ہے۔ اسلئے دونو زاویے د ح ط اور س ط ح
قائمے ہونگے (ش ۳ محرر)۔ اور جب یہ دونو زاویے قائمے ہوئے۔ تو نقطۂ ح کے پہلو والے
باقی تینوں زاویے اور اسی طرح نقطۂ ط کے پہلو والے باقی تینوں زاویے بھی علٰحدہ علٰحدہ
قائمے ہونگے (ش ۱۳)۔ اور جب یہ سب زاویے قائمے ہوئے۔ تو ظاہر ہے۔ کہ دونو متبادلے
د ح ط اور ہ ط ح بھی قائمے اور برابر کے ہوئے۔ اور اسی طرح بیرونی زاویۂ ا ح ح
قائمہ اندرونی زاویۂ ا ط ہ قائمے کے برابر ہوا۔ اور نیز ایک طرف کے دونو اندرونی زاویے
ح ح ط ہ ط ح ملکر دو قائموں کے برابر ہوئے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ (۲) چونکہ دونو زاویے ك د س اور د س ط قائمے ہیں (فرض)۔ اور د ك
س ط کے برابر ہے (عمل)۔ اور خط ط ك برابر کے دو عمودوں کے سروں میں ملایا گیا ہے
اسلئے دونو زاویے د ك ط اور س ط ك قائمے ہونگے (ش ۳ محرر)۔ پھر دونو زاویے ح ك ط
اور ہ ط ك بھی قائمے ہونگے (ش ۱۳)۔ اور جب یہ دونو زاویے قائمے ہوئے۔ تو
دونو خط ح ك ل ط ط ك پر عمود ہوئے (ح ۹)۔ پھر ل ط ح ك کے برابر
ہے (عمل)۔ اور خط ل ح برابر کے دو عمودوں کے سروں میں ملایا گیا ہے۔ اسلئے
دونو زاویے ط ل ح اور ك ح ل بھی قائمے ہوئے (ش ۳ محرر)۔ تو سطح ح ل ط ك
قائم الزوایا ہوئی۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۶۱) - اور اُن کا درمیانی زاویۂ ل بہ ترتیب مثلث ح ط ک کے ضلعوں ط ک ک ح اور اُن کے درمیانی زاویۂ ط ک ح کے برابر ہونگے - اسلئے زاویۂ ک ح ط اپنے نظیر ح ط ل کے برابر ہوگا اور یہ دونو متبادلے زاویئے ہیں - پھر چونکہ زاویۂ ط ح ک یا زاویۂ ا ح ج کے برابر ہے (ش ۱۵) - اسلئے دونو زاوئے ا ح ج اور ح ط ہ بھی برابر ہوئے (غ) - اور یہ دونو بیرونی اور اندرونی زاوئے ہیں - اور پھر چونکہ زاویۂ ج ح ط اور ا ح ج ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۱۳) - اسلئے ج ح ط اور ح ط ہ بھی ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے - اور یہ دونو ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ہیں - اور اب دعوے کے تینوں جزو ثابت ہوگئے - جس سے یہ بھی ثابت ہوگیا - کہ جو خط دو عمودوں میں سے ایک پر عمود ہو۔ وہ دوسرے پر بھی ضرور عمود ہوگا*

(۶) **دعوے** - جب دو غیر محدود خط تقاطع کرتے ہوئے چھوٹے بڑے زاوئے بنائیں - پھر ان میں سے کسی ایک پر کوئی عمود قائم ہو - اور چھوٹے زاویئے کی جانب میں اپنی سیدھ میں بڑھایا جائے - تو وہ دوسرے خط سے ضرور تقاطع کریگا -

تصویر - اب ج د دو غیر محدود خطوں نے نقطۂ ہ پر تقاطع کیا - اور دو زاوئے



ا ہ ج ب ہ د حادے اور ا ہ د ب ہ ج منفرجے بنائے - پھر ج د پر ایک عمود مابین نقطہائے ج ہ یا ہ د کے قائم ہوا - اور اپنی سیدھ میں ا ہ ج یا د ہ ب کی طرف بڑھایا گیا - تو پہلی صورت میں ا ب سے مابین نقطہائے ا ہ کے اور دوسری صورت میں ا ب سے مابین نقطہائے ب ہ کے ضرور تقاطع کریگا - پہلے فرض کیا کہ ج د پر مابین نقطہائے

* فٹ نوٹ - کیونکہ کوئی خط اگر دو عمودوں میں سے ایک پر عمود ہو اور دوسرے پر عمود نہ ہو - تو ضرور اس سے ملکر حادے اور منفرجے زاوئے پیدا کریگا - اور اس صورت میں نہ تو متبادلے زاوئے باہم برابر ہونگے - نہ بیرونی زاویہ اندرونی زاوئے کے برابر ہوگا - اور نہ ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے ۔ مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۷۸) - ہ ح کے نقطہ س پر ایک عمود س ح قائم ہوا۔ تو ہم کہتے ہیں۔ وہ ا ب سے مابین نقطہائے ا ہ کے کسی نقطے پر تقاطع کریگا +

ثبوت - ا ہ پر ایک نقطہ ط فرض کیا - اور ط سے ح د پر ایک عمود ط ک ڈالا (ش ۱۲) - تو اب یہ عمود یا تو دونو نقطوں س د کے مابین یا عمود س ح پر منطبق ہوتے ہوئے نقطہ س پر یا نقطہائے ہ س سے باہر کسی طرف واقع ہوگا - اگر

وہ مابین نقطہائے ہ س کے واقع ہو - تو ہم ایک اور غیر محدود خط میں سے ہ ک کے برابر کئی خط مثلاً ق ص ص ش ش ت ت ث وغیرہ جن کا مجموعہ ہ س سے بڑا ہو - کاٹینگے (ش ۳) - پھر ا ہ سے بھی ہ ط کے برابر - شمار مذکور کے موافق ہ ط ط س س ع ع ف وغیرہ کاٹینگے (ش ۳) - پھر ح د پر نقطہائے س ع ف سے س ل ع م ف ق اور نقطہ ط سے س ل پر ط ی عمود ڈالینگے (ش ۱۲) - اب مثلث ہ ط ک کے زوایائے ہ ط ک ہ ک ط اور ضلع ہ ط بہ ترتیب مثلث ط ی س کے زاویوں ط س ی ط ی س اور ضلع ط س کے برابر ہیں (نوٹ ۱) - اسلئے ضلع ط ی ضلع ہ ک کے برابر ہوگا (ش ۲۶) - لیکن سطح ط ی ک ل قائم الزوایا ہے (۲)* اسلئے ط ی اپنے مقابل کے ضلعے ل ک کے برابر ہوگا - اور جب ل ک ک ہ دونو ط ی کے برابر ہیں - تو ل ک اور ک ہ باہم بھی برابر ہونگے (ع) -

فٹ نوٹ (۱) چونکہ خط ط س دو عمودوں ط ک س ل پر واقع ہوا ہے - اسلئے بیرونی زاویہ ہ ط ک اندرونی زاویہ ط س ی کے برابر ہے (ش ۲۹ محرر) - اور دونو زاوئے ہ ک ط ط ی س تو قائمے ہی ہیں (ع ل) - اسلئے برابر ہونگے (ع ق) اور اسی طرح ضلع ہ ط ضلع ط س کے برابر ہے (ع ل) + مترجم

* فٹ نوٹ (۲) کیونکہ جب دونو عمودوں س ل اور ط ک میں سے ایک عمود س ل پر خط ط ی عمود ہے - تو دوسرے عمود ط ک پر بھی وہ ضرور عمود ہوگا (ش ۲۹ محرر) - اور اس طرح جب چاروں زاوئے قائمے ہوئے - تو ہر ایک ضلع اپنے مقابل کے ضلعے کے برابر ہوگا (ش ۳۴ محرر) + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۶۹)۔ اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے۔ کہ ل م اور م ف بھی باہم برابر ہیں جس کا یہ لازمی نتیجہ ہُوا۔ کہ ہ ق کے سارے حصے خود بھی برابر ہیں۔ اور خط ق ث کے حصوں کے بھی برابر ہیں۔ لہذا بقدر شمار اِن حصوں کے خط ق ث خط ہ ق کے برابر ہوگا۔ لیکن خط ف ث ہ س سے بڑا تھا (فرض)۔ تو ہ ف بھی ہ س سے بڑا ہوگا۔ اسلئے عمود ف ق نقطہائے ہ س سے ضرور باہر واقع ہوگا۔ اور عمود س ح مثلث ف ق ہ کے اندر۔ اور اسلئے جب عمود س ح کو جو ف ق کا متوازی ہے[1] ح ہ کی طرف سیدھ میں بڑھائینگے۔ تو وہ ا ب سے مابین[2] نقطہائے ا ہ کے تقاطع کریگا۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ اور اگر وہ بجائے عمود ط ک عمود س ح پر منطبق ہوتے ہوئے نقطہ س پر واقع ہو یا س ہ سے

فٹ نوٹ (۱) مثلاً نقطہ س سے ع م پر س ن عمود ڈالینگے۔ تو مثلث ح ط ث کا زاویۂ ہ ط ث مثلث س ن ع کے زاویۂ س ع ن کے برابر ہوگا (ش ۳ مجرد)۔ اور دونو مثلثوں کے زوایاے ہ ث ط اور س ن ع قائمے ہی ہیں (عمل)۔ اور ضلع س ع ہ ط کے برابر ہی کاٹا گیا تھا۔ اسلئے ضلع س ن ضلع ہ ث کے برابر ہوگا (ش ۲)۔ نیز ضلع س ن اپنے مقابل کے ضلع ل م کے برابر ہے۔ اسلئے ل م بھی ہ ث کے برابر ہوگا۔ اور ہ ث ک ل کے بھی برابر تھا۔ لہذا ہ ث ک ل ل م سب باہم برابر ہونگے ✢ مترجم

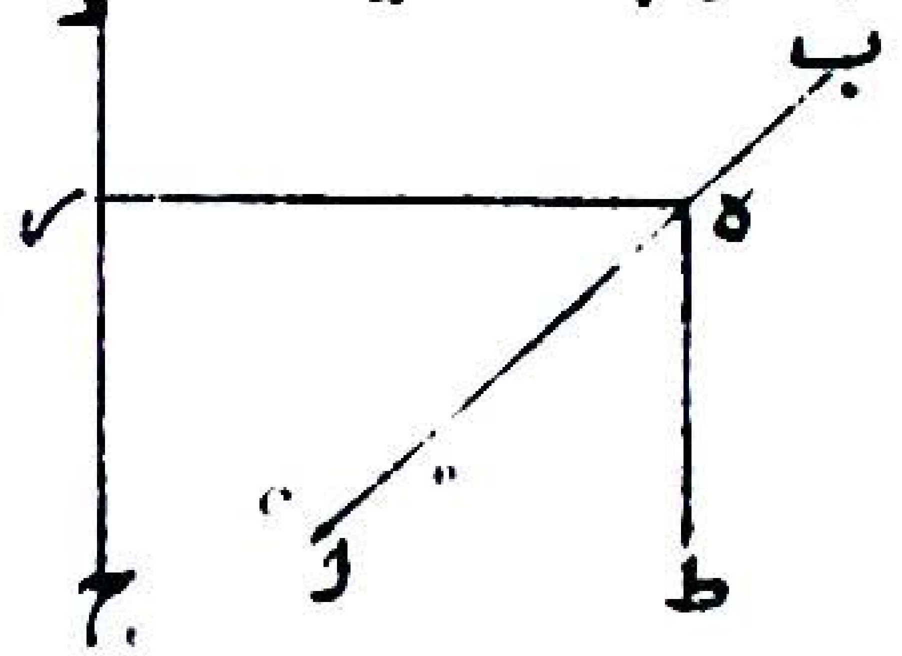
فٹ نوٹ (۲) اسلئے کہ ح س اور ف ق دونو ج د پر عمود ہیں۔ اور دو عمود جو ایک خط پر واقع ہوں۔ متوازی ہوتے ہیں۔ اگر وہ دونو متوازی نہ ہوں۔ تو ضرور تقاطع کرینگے۔ اور اب اُس مثلث کے جو اُن عمودوں اور اُس خط سے جس پر یہ عمود واقع تھے پیدا ہُوا ہے۔ دو زاویئے قائمے ہونگے۔ جو صریح ناممکن ہے ✢ مترجم

فٹ نوٹ (۳) کیونکہ ف ق سے تو متوازی ہونے کے سبب سے تقاطع کر نہیں سکتا۔ اور ب ہ سے تقاطع کرے۔ تو دو مستقیم خطوں سے سطح کا محصور ہونا لازم آتا ہے ✢ مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۷۰) ۔ باہر کی طرف ۔ تو ان دونو صورتوں میں اَور زیادہ آسانی سے دعوےٰ ثابت ہو سکتا ہے +

(۷) دعوے ۔ جب دو خطوں پر ایک خط واقع ہو ۔ اور اُن کی کسی جانب کے دو اندرونی زاوئے ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہوں ۔ تو وہ دونو خط اگر اُسی جانب میں برابر اپنی اپنی سیدھ میں بڑھتے چلے جائیں ۔ تو کسی نہ کسی نقطے پر ضرور جا ملینگے +

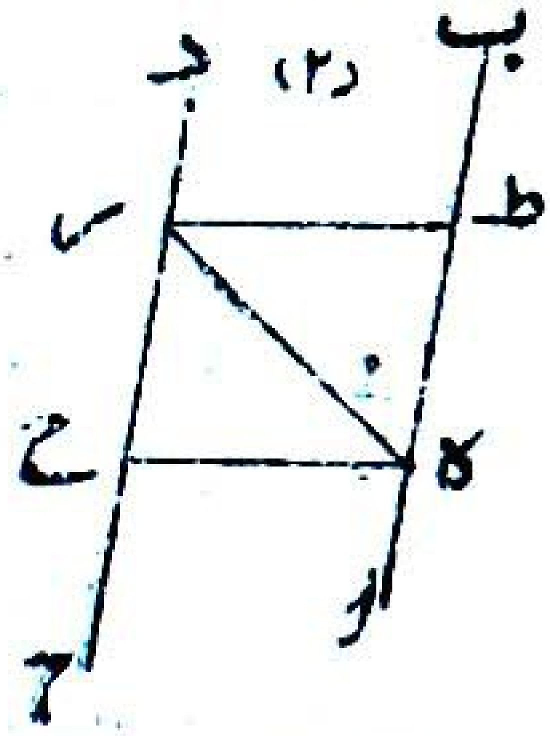
تصویر ۔ ا ب ج د دو خطوں پر تیسرا خط ھ ر واقع ہُوا اور ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ا ھ ر ج ر ھ ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں ۔ تو دونو خط ا ب ج د ا اور ج کی جانب میں بڑھتے چلے جانے سے ضرور کسی نہ کسی نقطے پر جا ملینگے +

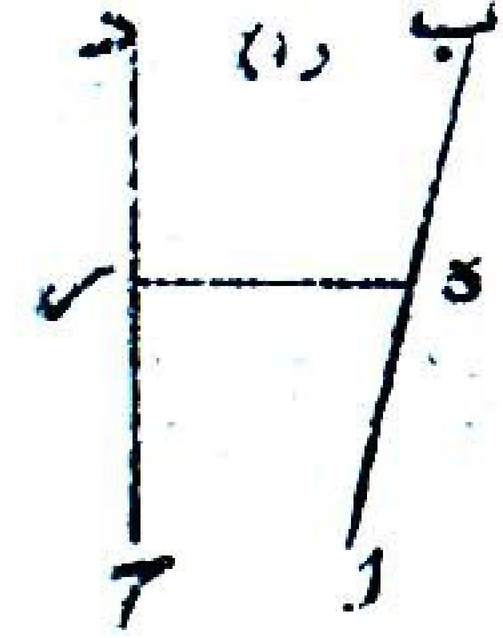


ثبوت ۔ مذکورۂ بالا دونو زاویوں میں کوئی سا ایک قائمہ یا منفرجہ ہوگا یا دونو ہی حادے ہونگے ۔ اگر

دوسرا نوٹ ۔ کیونکہ اگر وہ ر ح پر منطبق ہو ۔ تو جس طرح خود ط ک ھ ا سے تقاطع کرتا ہے ر ح بھی جس پر وہ منطبق ہے ا ھ سے تقاطع کریگا ۔ اور اگر وہ ر ح کو کاٹتے ہوئے آگے بڑھکر ج د سے ملے یا ط ھ پر منطبق ہو جائے یا ھ د کے کسی نقطے پر واقع ہو ۔ تو پہلی صورت میں ایک مثلث کے دو زاوئے قائمے ہونگے اور دوسری صورت میں لازم آئیگا ۔ کہ ایک زاویۂ قائمہ زاوئے حادے اور زاوئے منفرجے دونو کے برابر ہو ۔ اور تیسری صورت میں ماننا پڑیگا ۔ کہ ایک مثلث کا ایک زاویۂ قائمہ ہو ۔ اور دوسرا منفرجہ ۔ اور یہ سب باتیں صریح ناممکن ہیں ۔ اگر عمود ر ح ھ د یا ھ ب یا ھ ا کے کسی نقطے پر قائم ہو ۔ تب بھی اسی طرح ثابت ہو سکیگا ۔ کہ پہلی صورت میں اُسے زاویۂ حادہ د ھ ب کی طرف بڑھانے سے ھ ب سے ۔ اور دوسری صورت میں زاویۂ حادہ ب ھ د کی طرف بڑھانے سے ھ د سے ۔ اور تیسری صورت میں زاویۂ حادہ ا ھ ج کی طرف بڑھانے سے ج ھ سے تقاطع کریگا ۔ جیسا کہ ذرا تامل کرنے سے واضح ہو سکتا ہے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۶۱) - کوئی اُن میں کا قائمہ ہو - تو ظاہر ہے - کہ دوسرا ضرور حادہ ہوگا - اور اب حادے کی جانب ضرور(۱) وہ دونو مل جائینگے (ش ۲ مجرد) اور اگر کوئی ان میں کا منفرجہ ہے - اور فرض کیا کہ وہ ا ہ س ہے - تو اب پر نقطۂ ہ سے ہ ح عمود (۱۲ اوّل) کھینچا (ش ۱) - اور اُسی اب پر بیرونی



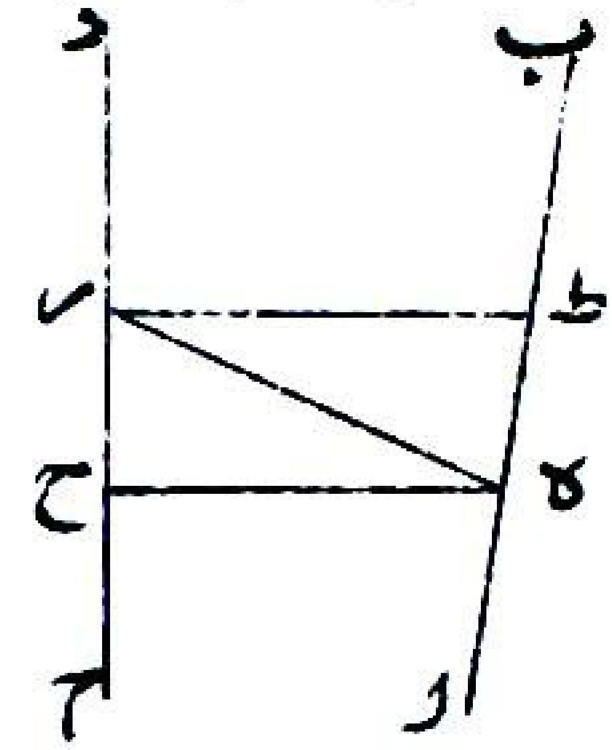


نقطۂ س سے س ط عمود ڈالا (ش ۲) - اب چونکہ خط ہ س دو عمودوں ہ ح اور ط س پر واقع ہوا ہے - اسلئے دونو متبادلے زاوئے ح ہ س اور ہ س ط باہم برابر ہونگے (ش ۵ مجرد) - اور جبکہ دونو زاوئے ا ہ س اور ہ س ح مل کر دو قائموں سے چھوٹے ہیں (فرض) - اور زاویۂ ا ہ ح قائمہ ہے - تو باقی دونو زاوئے ح ہ س اور ہ س ح ملکر ایک قائمے - سے بھی چھوٹے ہونگے - لیکن زاویۂ ح ہ س اور ط س ہ متبادلے ہیں - اسلئے دونو زاوئے ہ س ط اور ہ س ح ملکر یا یوں کہو - پورا زاویۂ ط س ح ایک قائمے سے چھوٹا ہوگا - اور ا ط س قائمہ تھا (عمل) - تو دونو خطوں ج د اور ط س نے تقاطع کرتے ہوئے چھوٹے بڑے زاوئے بنائے - اور خط ا ط ط س پر عمود ہے - اسلئے اگر وہ زاویۂ حادہ ط س ح کی طرف اپنی سیدھ میں بڑھایا جائے - تو د ح سے کسی نہ کسی

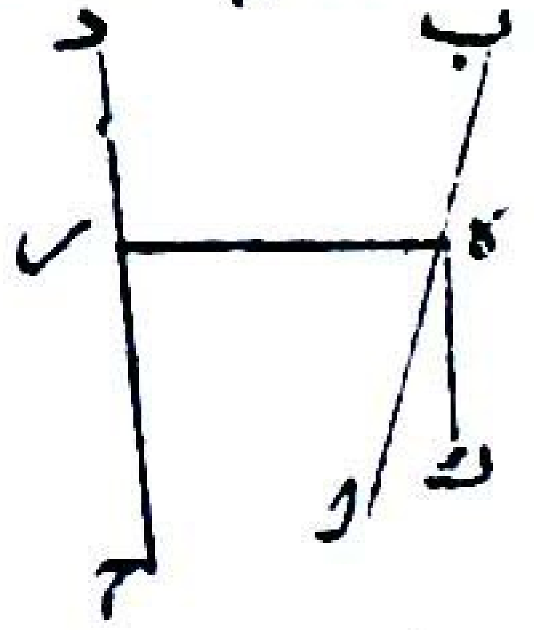
نوٹ (۱) فرض کیا کہ س قائمہ اور ہ حادہ ہے - اب دو خطوں ا ب اور ہ س نے تقاطع کرتے ہوئے چھوٹے بڑے زاوئے بنائے ہیں - اور د ج ہ س پر عمود قائم ہوا - تو اگر زاویۂ حادہ ا ہ س کی طرف د ج کو اُس کی سیدھ میں بڑھاتے چلے جائیں - تو وہ ا ہ سے کسی نہ کسی نقطے پر تقاطع کریگا (ش ۲ مجرد) - اور یہی دعوے تھا مترجم

نوٹ (۲) :: عمود ہ ح نہ تو ہ س پر منطبق ہو سکتا ہے - ورنہ قائمہ منفرجے کے برابر ہو جائیگا - اور نہ س سے آگے بڑھ کر واقع ہو سکتا ہے - ورنہ زاویۂ منفرجہ زاوئے قائمے سے چھوٹا ہو جائیگا - اس لئے ضرور ا کی جانب میں واقع ہوتے ہوئے زاویۂ ا ہ س کو تقسیم کر دیگا :: مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۷۲)۔ نقطے پر تقاطع کریگا (ش ۶ محر)۔ اور اگر ا ہ س ج س ہ



دونو زاویے حادے ہوں۔ تو بیرونی نقطۂ ہ سے ج د پر ہ ح عمود ڈالا (ش ۱۱)۔ اور نقطۂ س سے ج د پر س ط عمود کھینچا (ش ۱۱)۔ اب اگر ہم دونو زاویوں ح س ہ اور س ہ ح یعنی دونو زاویوں ح س ہ اور ہ س ط کو جو ملکر زاویۂ قائمۂ ح س ط کے برابر ہیں۔ دونو زاویوں ا ہ س اور ج س ہ کے مجموعے سے گھٹا دیں۔ تو باقی زاویۂ ا ہ ح ایک قائمے سے چھوٹا رہ جائیگا۔ اور زاویۂ ج ح ہ قائمہ ہے۔ تو ضرور ج ح ا ہ سے زاویۂ حادہ ح ہ ا کی جانب میں بڑھتے چلے جانے سے ا ہ کے کسی نقطے پر تقاطع کریگا (ش ۶ محر)۔ اور دونو زاویوں کے حادے ہونے کی صورت



میں ایک اور طرح سے بھی ثبوت ہو سکتا ہے۔ کہ نقطۂ ہ سے ہ س پر ایک عمود ہ ک کھینچا (ش ۱۱)۔ تو ظاہر ہے۔ کہ زاویۂ س ہ ک قائمہ ہوگا (عمل)۔ اور زاویۂ ہ س ج حادہ ہے (فرض)۔ تو چونکہ ج س اور س ہ نے نقطۂ س پر تقاطع کرتے ہوئے چھوٹے بڑے زاویے بنائے ہیں۔ اور ک ہ ہ س پر عمود ہے۔ اسلئے اگر وہ زاویۂ حادہ ہ س ج کی طرف اپنی سیدھ میں بڑھا چلا جائے۔ تو ضرور س ج سے کسی نقطے پر تقاطع کریگا (ش ۶ محر)۔ اور جب ک ہ نے س ج سے تقاطع کیا۔ تو ہ ا بطریق اولے س ج سے تقاطع کریگا۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

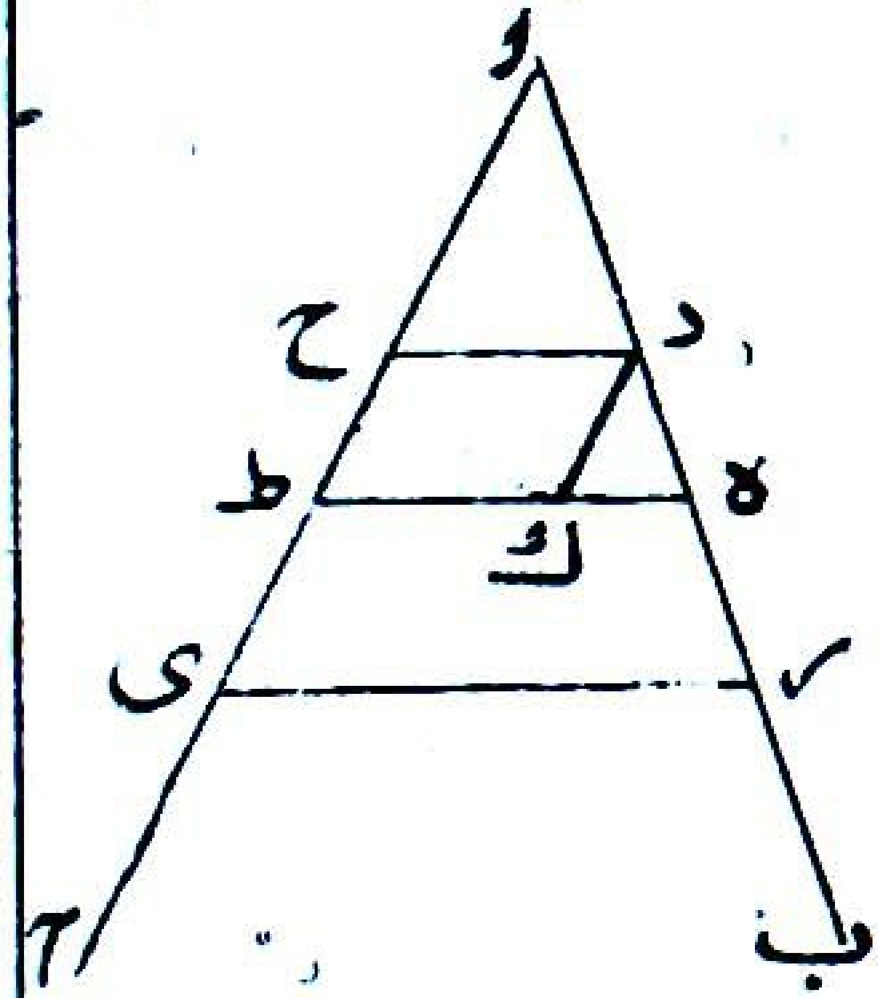
اصول موضوعہ زیر بحث کے ثبوت کے لئے ایک اور طریق بھی ہے۔ جو مذکورۂ بالا پہلی پانچ شکلوں کے ساتھ اور نئی تین شکلوں کے ملا دینے سے پورا

فٹ نوٹ۔ چونکہ ا ہ اور ہ ح نے نقطۂ ہ پر تقاطع کرتے ہوئے چھوٹے بڑے زاویے بنائے ہیں۔ اور خط ج ح ہ ح پر عمود ہے۔ اسلئے اگر ج ح زاویۂ حادہ ح ہ ا کی جانب میں سیدھا بڑھا چلا جائے۔ تو وہ ا ہ کے کسی نقطے پر تقاطع کریگا (ش ۶ محر)+ مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۷۱) - ہو جاتا ہے - چنانچہ وہ باقی تین شکلیں حسب ذیل ہیں:

(۸) **دعوے** - جب کسی زاویئے حادے کے ایک ضلعے سے مسلسل برابر کے کئی حصے کاٹے جائیں اور اُن کے نقطہائے فصل سے دوسرے ضلعے پر عمود ڈالے جائیں - تو دوسرے ضلعے کے بھی وہ حصے جو ان عمودوں کے پڑنے سے جدا ہوئے ہیں باہم برابر ہونگے

تصویر - ب ا ج ایک زاویۂ حادہ ہے جس کے ضلع ا ب سے ا د د ہ ہ ں برابر کے حصے کاٹے گئے اور اُن کے نقطہائے فصل سے د ح ہ ط ں ی ضلع ا ج پر عمود ڈالے گئے ہیں - تو ا ج کے حصے خطوط ا ح ح ط ط ی بھی جو عمودوں کے واقع ہونے سے پیدا ہوئے ہیں - باہم برابر ہونگے +

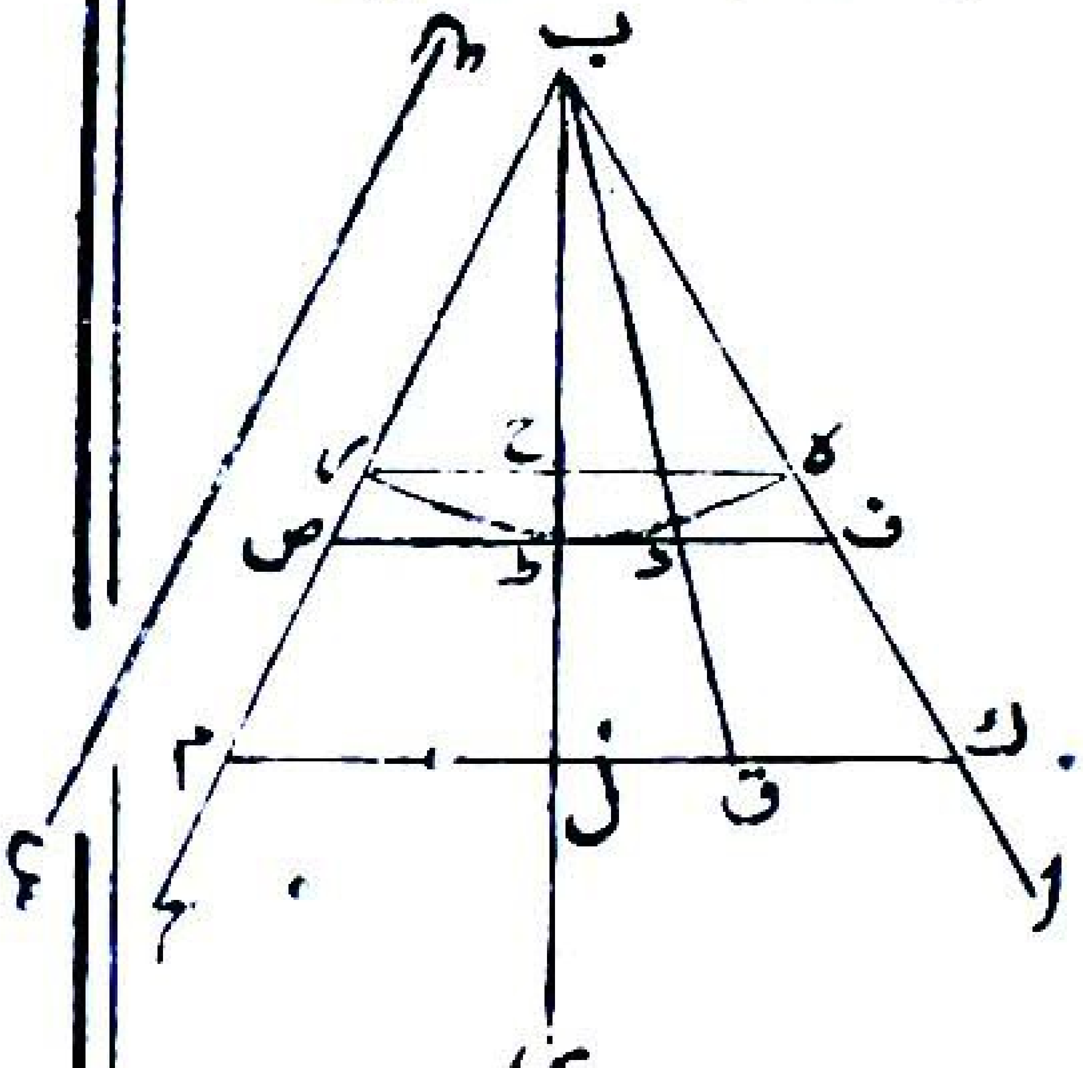


ثبوت - د ہ کے نقطۂ د پر ایک زاویۂ ہ د ک زاویۂ ب ا ج کے برابر بنایا (ش ۲۳) - اور د ک کو خط ہ ط کے نقطۂ ک تک بڑھایا - تو اب مثلث ا ح د کے دو زاویئے ح ا د اور ا د ح اور ضلع ا د بہ ترتیب مثلث د ک ہ کے زاویوں ک د ہ (عمل) د ہ ک (ش ۵ محرر) - اور ضلع د ہ کے (عمل) برابر ہیں - اسلئے ضلع ا ح ضلع د ک کے اور زاویۂ قائمہ ا ح د زاویۂ د ک ہ کے برابر ہوگا (ش ۲۶) - اور جب زاویۂ قائمہ ا ح د زاویۂ قائمہ د ک ہ کے برابر ہؤا - تو د ک ط ح ایک سطح قائم الزوایا ہوئی - جس کا ضلع د ک ضلع ح ط یعنی ا ح کے برابر ہے - اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے - کہ ط ی ا ح کے برابر ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا +

فٹ نوٹ - جب د ح اور ہ ط ا ج پر عمود ہیں - تو دونو زاویئے د ح ط اور ح ط ک قائمے ہوئے - پھر ان دونو عمودوں پر د ک خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دونو اندرونی زاویئے ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۵ محرر) - لیکن جب زاویۂ د ک ہ کا قائمہ ہونا بھی ثابت ہو چکا ہے - تو ان کا ہم پہلو زاویۂ د ک ط بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳) - اور جب زاویۂ د ک ط قائمہ ہؤا - تو باقی ح د ک بھی قائمہ ہوگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۷۶)۔ (۹) دعوےٰ۔ کسی زاوئے کے دو ضلعوں کے مابین کوئی نقطہ فرض کیا جائے۔ تو یہ ممکن ہے۔ کہ ان دو ضلعوں میں ایک ایسا خط مستقیم ملایا جائے جو اس نقطے پر گزرے۔

تصویر۔ ا ب ح ایک زاویہ ہے جس کے ا ب ب ح دو ضلعے ہیں۔ اور ان کے مابین د ایک مفروض نقطہ ہے۔ تو ہم کہتے ہیں ا ب ب ح میں ایسا خط مستقیم ملایا جا سکتا ہے جو نقطۂ د پر ہوتا ہوا گزرے +



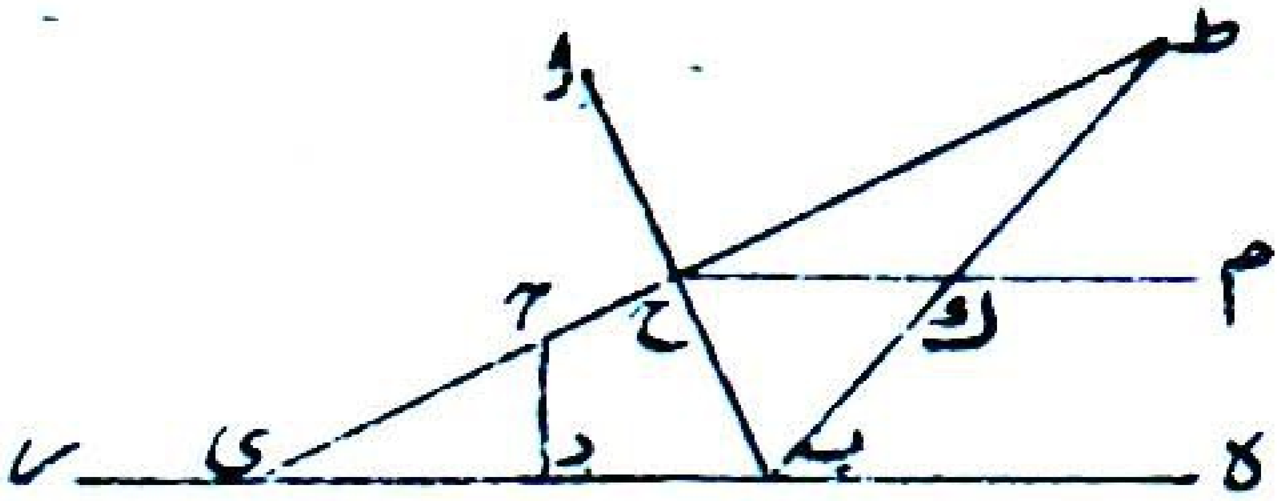
ثبوت۔ ب کو مرکز مان کر ب د کے فاصلے سے ایک قوس ہ د ر بنائی جو نقطۂ د پر گزرتی ہے (ص۳)۔ پھر قوس کے دونو سروں ہ اور ر میں ایک وتر ہ ر ملایا (ص۱) اور زاویۂ ہ ب ر کی ب ح سے تنصیف کی (ش۹)۔ جس سے دو زاوئے حادے پیدا ہوئے۔ اب مثلث ہ ب ح کے ضلعے ہ ب ب ح اور درمیانی زاویۂ ہ ب ح بہ ترتیب مثلث ر ب ح کے ضلعوں ر ب ب ح اور درمیانی زاویۂ ر ب ح کے برابر ہیں (ح۴ و عمل)۔ اسلئے باقی دونو زاوئے ب ح ہ اور ب ح ر بھی برابر ہونگے (ش۴) اور قائمے ہونگے (ح۹)۔ پھر ب ح کو ی تک بڑھایا جو قوس ہ د ر کو نقطۂ ط پر قطع کرتا ہوا گزرا۔ پھر ب ح کو اتنی بار دونا کیا۔ کہ اُس کے ضعفوں کا مجموعہ ب ط سے بڑا اور ایک علٰحدہ مفروض خط مثلاً ع س کے برابر حاصل ہوا۔ پھر ب ا میں سے ب ہ کے برابر ب ہ ك مثلاً دو حصے کاٹ لئے (ش۳) جن کا شمار ب ح کے ضعفوں کے شمار کے برابر ہے۔ پھر نقطہائے ہ اور ك سے ب ی پر ہ ح اور ك ل عمود ڈالے (ش۱۲)۔

فٹ نوٹ۔ ابھی اوپر بیان ہو چکا ہے۔ کہ دونو زاوئے ب ح ہ اور ب ح ر برابر ہیں اور دونو قائمے ہیں۔ اسلئے ہ ح عمود ہوا (ح۹) + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۷۱ - تو ب ی میں سے ب ح ح ل برابر کے حصے پیدا ہونگے (شق محرر)- اور ان کا مجموعہ جو مفروض خط ع س کے برابر ہے ب ط سے بڑا ہوگا (فرض)- اسلئے نقطۂ ل جس پر لک ل عمود قائم ہوا ہے۔ نقطہائے ب ط سے باہر ہوگا- پھر ب ج غیر محدود خط میں سے ب لک کے برابر ب م کاٹ لیا (ش۳)- اور ل م میں خط ملایا- تو مثلث ب لک ل کے ضلعے ب لک ب ل اور درمیانی زاویۂ لک ب ل بہ ترتیب مثلث ب م ل کے ضلعوں م ب ب ل اور درمیانی زاویۂ م ب ل کے برابر ہیں (عل)- اسلئے زاویۂ ب ل لک اپنی نظیر ب ل م کے برابر ہوگا- مگر ب ل لک قائمہ تھا (عل)- تو ب ل م بھی قائمہ ہوگا- اور اب لک ل م ایک سیدھا خط ہوگا (ش۱۴)- پھر ب د میں خط ملایا- اور اُسے نقطۂ ق تک بڑھا لے گئے- اور خط ق د کے نقطۂ د پر ایک زاویۂ ق د ف زاویۂ د ق ل کے برابر بنایا (ش۲۳)- تو دونو خط ف د لک م متوازی* ہونگے- پھر ف د کو سیدھ میں بڑھایا کہ وہ مثلث ب لک م کے نقطہائے ف د ص پر گزرتا ہوا نکل گیا- او یہی خط ف د ص جو نقطۂ د پر گزرتے ہوئے مثلث ا ب ج کے دونو ضلعوں ا ب ب ج کے نقطہائے ف اور ص پر گزرا ہے- خط مطلوب ہے +

(۱۰) **دعوے** - جب دو خطوں پر ایک خط واقع ہو- اور اس کی کسی جانب کے دو اندرونی زاویے ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہوں- تو وہ دونو خط اگر اُسی جانب میں برابر اپنی اپنی سیدھ میں بڑھتے چلے جائیں- تو کسی نہ کسی نقطے پر ضرور جا ملینگے-

تصویر- ا ب ج د دو خطوں پر تیسرا خط ب د واقع ہوا- اور ایک طرف کے



دو اندرونی زاویے ا ب د ج د ب ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں- تو دونو خط ا ب ج د ا اور ج کی طرف سیدھ

*نوٹ - کیونکہ زاویۂ قائمہ ق د ف اور د ق ل متبادلے زاویے برابر ہیں (عل)- لہذا دونو خط ف د لک م متوازی ہوئے (ش۲۷) + مترجم

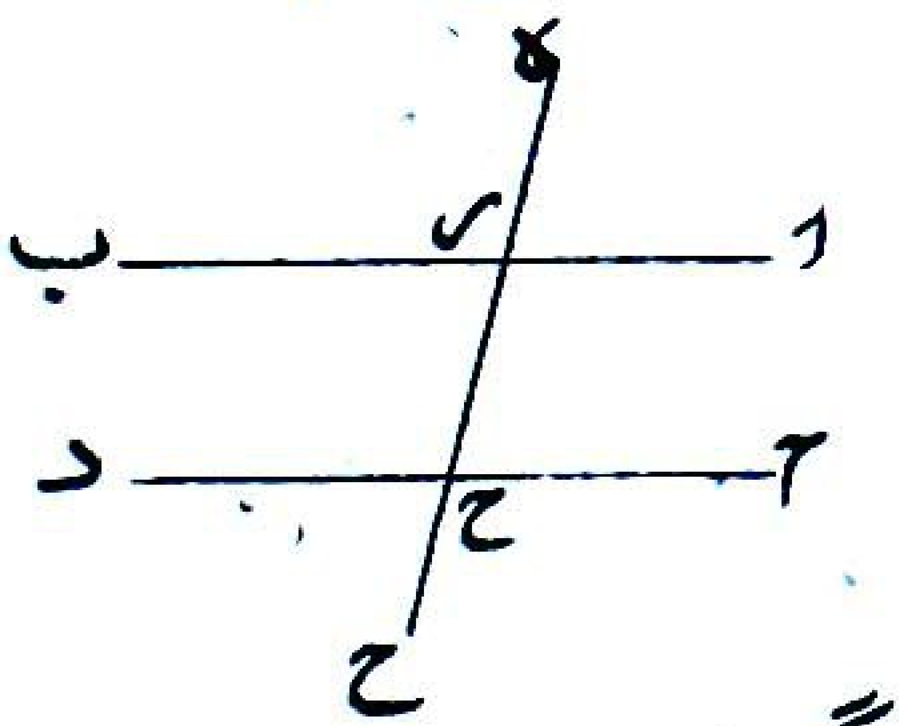
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۷۶) - ہیں بڑھتے چلے جانے سے ضرور کسی نہ کسی نقطے پر جا ملینگے +

ثبوت - ب د کو دونو جانبوں میں بہ ترتیب ہ اور س تک بڑھایا - اور ب ا غیر محدود خط میں سے ب د کے برابر ب ح کاٹ لیا (ش۲) - اب زاویۂ ا ب د زاویۂ ج د ب کے ساتھ ملکر دو قائموں سے چھوٹا (فرض)- اور ا ب ہ کے ساتھ مل کر دو قائموں کے برابر ہے (ش۱۳) - اب اگر زاویۂ ا ب د کو دونو میں سے گھٹائیں - تو زاویۂ ا ب ہ زاویۂ ج د ب سے بڑا رہیگا (ع۳) - اب خط ب ح کے نقطۂ ب پر ج د ب کے برابر ح ب ط ایک زاویہ بنایا (ش۲۳) - پھر زاویۂ ط ب س کے دونو ضلعوں ط ب ب س میں ایک خط ط ح ی نقطۂ ح پر گزرتا ہؤا ملایا (ش۹ محرر) - تو مثلث ی ح ب کا بیرونی زاویۂ ط ح ب اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ح ب ی یعنی ح ب د سے بڑا ہوگا (ش۱۶) - پھر خط ب ح کے نقطۂ ح پر ا ب د کے برابر ایک زاویۂ ب ح ک بنایا (ش۲۳) - اور ح ک کو اس کی سیدھ میں اتنا بڑھایا - کہ اس نے خط ب ط سے نقطۂ ک پر تقاطع کیا - اب اس تمام بیان کے بعد ہم کہتے ہیں - کہ دونو خط ا ب ج د کسی نقطے پر مل جائینگے - کیونکہ اگر ہم ب د کو ب ح پر جو اس کے برابر ہے (عمل) منطبق مان لیں (ص۶ محرر)- تو چونکہ زاویۂ ح ب ک زاویۂ ج د ب کے برابر ہے (عمل) - اسلئے خط د ج خط ب ک پر منطبق ہو جائیگا - اور چونکہ زاویۂ ب ح ک زاویۂ د ب ا کے برابر ہے (عمل) - اس لئے خط ب ا خط ح ک پر منطبق ہو جائیگا - اور جب دونو خط ا ب ج د بہ ترتیب ح ک اور ب ک پر منطبق ہو گئے جو متقاطع تھے - تو ضرور ا ب اور ج د بھی متقاطع ہو جائینگے - اور یہی ثابت کرنا تھا + محرر

شکل (۲۹) نظری

دعوےٰ - جب دو متوازی خطوں پر کوئی خط واقع ہو۔ تو پیدا ہونے والے زاویوں میں سے دونو متبادلے زاوئے باہم اور بیرونی زاویہ اپنے مقابل کے اندرونی زاوئے کے اور ایک طرف کے دونو اندرونی زاوئے ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے۔

تصویر - اب ج د دو متوازی خطوں پر ہ ر ح ایک خط واقع ہؤا - تو ہم کہتے ہیں - دونو متبادلے زاوئے ا ر ح اور د ح ر باہم برابر ہونگے - نیز بیرونی زاویۂ ہ ر ب اندرونی زاویۂ ہ ح د کے برابر ہوگا۔ اور دونو زاوئے ب ر ح اور د ح ر ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے۔



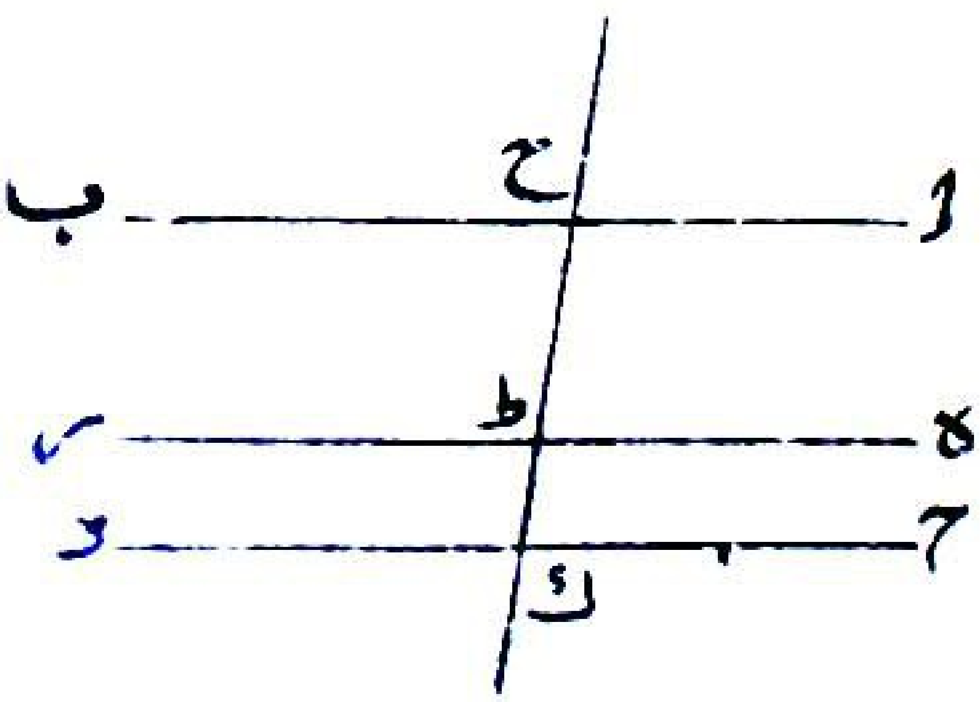
ثبوت - اگر دونو متبادلے برابر نہ ہوں - تو فرض کیا ا ر ح بڑا اور د ح ر چھوٹا ہے ب ر ح کو دونو میں ملا دیا - تو دونو زاوئے ا ر ح ب ر ح ملکر دو قائموں کے برابر (شؔ ۱۳) - اور دونو زاوئے د ح ر ب ر ح ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے دفرض)۔ اسلئے اب ج د ب اور د کی طرف اپنی اپنی سیدھ میں بڑھے چلے جانے سے کسی نہ کسی نقطے پر جا ملینگے (دعؔ)۔ حالانکہ اب ج د دونو متوازی مانے ہوئے تھے - تو ضرور ماننا پڑیگا - کہ دونو زاوئے ا ر ح د ح ر برابر ہیں - اور چونکہ بیرونی

زاویۂ ہ س ب اپنے مقابل کے زاویۂ ا س ح کے برابر ہے (ش ۱۵)۔ اور ا س ح د ح س کے برابر ہے۔ جیسا کہ ابھی بیان ہؤا۔ تو بیرونی زاویۂ ہ س ب اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ د ح س کے برابر ہؤا (ع)۔ اور جب دونو زاویئے ب س ح ا س ح ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۱۳)۔ اور ا س ح د ح س کے برابر ہے تو ب س ح اور د ح س بھی ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا*

(۳۰) شکل نظری

دعوےٰ۔ جب کئی خط ایک خط کے متوازی ہوں۔ تو باہم بھی متوازی ہونگے۔

تصویر۔ ا ب ج د علحدہ علحدہ ہ س کے متوازی ہیں۔ تو باہم بھی متوازی ہونگے*



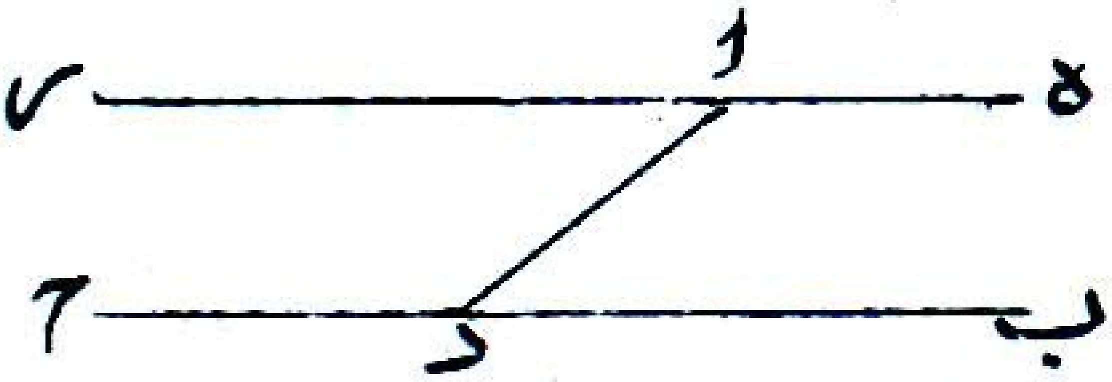
ثبوت۔ ا ب ج د ہ س پر ح ط ایک خط ڈالا۔ تو چونکہ ا ب اور ہ س متوازی ہیں۔ اس لئے دونو متبادلے زاویئے ا ح ط اور س ط ح برابر ہونگے (ش ۲۹)۔ اور جب ج د اور ہ س بھی متوازی ہیں۔ تو اندرونی زاویۂ د ك ط بیرونی زاویۂ س ط ح کے برابر ہوگا (ش ۲۹)۔ لیکن س ط ح ا ح ط کے برابر تھا۔ اسلئے ا ح ك اور د ك ح متبادلے زاویئے بھی برابر ہوئے (ع)۔ اور جب ا ب ج د پر ح ك خط کے واقع

ہونے سے دونو متبادلے زاوئے ا ح ک اور د ک ح برابر ہوئے۔ تو ا ب اور ج د متوازی ہونگے (ش ۲۷)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

(۳۱) شکل عملی

دعوے۔ ایک مفروض نقطے سے ایک مفروض خط کے متوازی خط کھینچنا ہے۔

تصویر۔ ا ایک نقطہ اور ب ج ایک مفروض خط ہے۔ ب ج پر ایک نقطہ د فرض کیا۔ اور



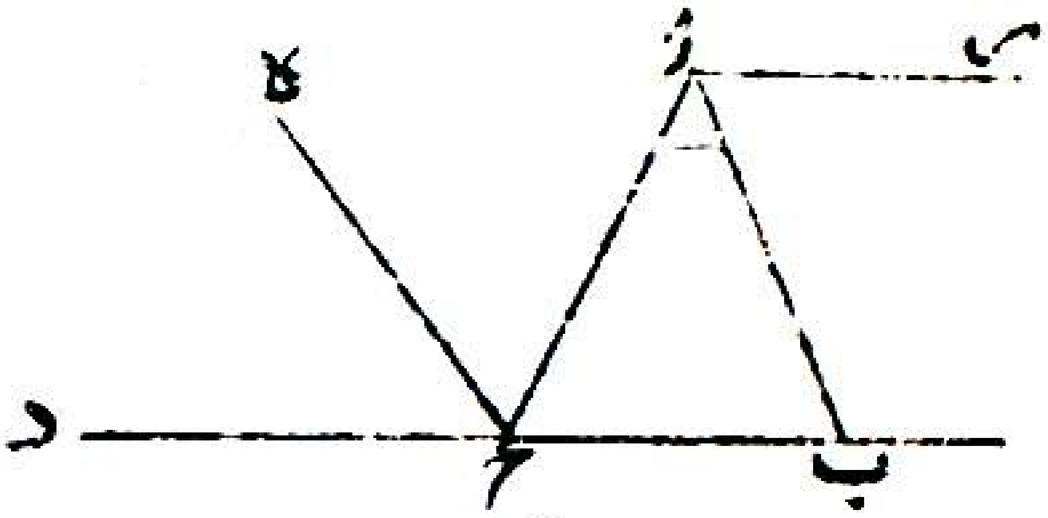
ا د میں خط ملا کر ا د کے نقطہ ا پر ا د ج کے برابر د ا ہ ایک زاویہ بنایا (ش ۲۳)۔ اور ہ ا کو ا کی طرف ر تک بڑھا دیا۔ تو یہی خط ہ ر جو نقطہ ا سے کھینچا گیا ہے ب ج کا متوازی اور خط مطلوب ہے +

ثبوت۔ چونکہ دونو متبادلے زاوئے د ا ہ اور ا د ج برابر ہیں (عمل)۔ اس لئے ہ ر ب ج کے متوازی ہوا (ش ۲۷)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

(۳۲) شکل نظری

دعوے۔ مثلث کا بیرونی زاویہ مقابل کے دو اندرونی زاویوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔ اور اس کے تینوں اندرونی زاوئے مل کر دو قائموں کے برابر ہوتے ہیں۔

تصویر - ا ب ج مثلث کا ضلع ب ج نقطۂ د تک بڑھایا گیا -
تو بیرونی زاویۂ ا ج د مقابل کے
دونو اندرونی زاویوں ا ب ج اور
ج ا ب کے مجموعے کے برابر ہوگا
اور نیز تینوں زاویئے ب ا ج



ا ج ب ج ب ا مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے +

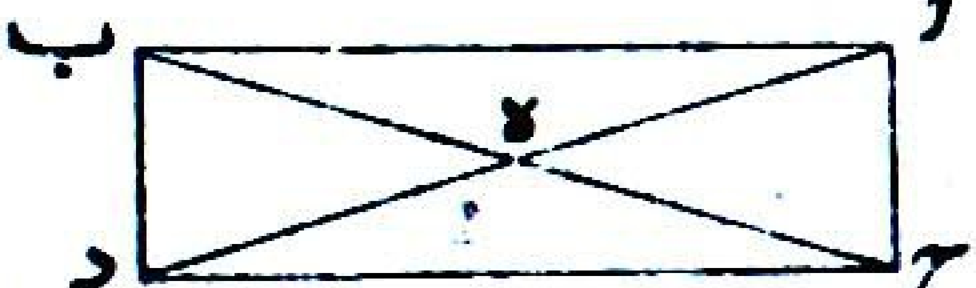
ثبوت - نقطۂ ج سے ا ب کے متوازی ایک خط ج ہ کھینچا (ش ۳۱)-
تو زاویۂ متبادلہ ا ج ہ ' ب ا ج کے برابر ہوگا - اور بیرونی زاویۂ ہ ج د
اپنے مقابل کے اندرونی زاویۂ ج ب ا کے (ش ۲۹) - اسلئے مثلث
ا ب ج کا بیرونی زاویۂ ا ج د زاویۂ (ج ب ا + ج ا ب) کے
برابر ہوگیا (ع) - اور زاویۂ ا ج ب ا ج د سے ملکر دو قائموں
کے برابر ہے (ش ۱۳) - تو دونو زاویوں ج ب ا اور ج ا ب سے
ملکر بھی دو قائموں کے برابر ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا +

شکل نظری (۳۳)

دعوےٰ - برابر اور متوازی خطوط کی ایک ہی
جانب کے اطراف میں جو خطوط ملائے جائیں - وہ
بھی برابر اور متوازی ہونگے -

ف اگر ب د کے متوازی ا ر کھینچیں - تو زاویۂ ر ا ب اپنے متبادلۂ ا ب ج
کے برابر ہوگا - اور زاویۂ ر ا ج اپنے متبادلۂ ا ج د کے - تو پورا زاویۂ ا ج د
زاویۂ (ج ا ب + ا ب ج) کے برابر ہو گیا - اور یہی ثابت کرنا تھا + محرر

تصویر - ا ب ج د برابر کے دو متوازی خط ہیں - جن کے اطراف میں دو خط ا ج اور ب د ملائے گئے - تو ہم کہتے ہیں - وہ بھی متوازی اور برابر ہونگے +



ثبوت - ب ج میں خط ملایا - تو مثلث ا ب ج کے ضلعے ا ب ب ج اور درمیانی زاویۂ متبادلہ ا ب ج بہ ترتیب مثلث ب ج د کے ضلعوں د ج ج ب اور درمیانی زاویۂ متبادلہ د ج ب کے برابر ہیں (فرض و ش ۲۹)- اسلئے ا ج ب د کے اور زاویۂ متبادلہ ا ج ب اپنی نظیر متبادلہ د ب ج کے برابر ہوگا (ش ۴) - اور جب زاویۂ متبادلہ ا ج ب اپنی نظیر د ب ج کے برابر ہوا - تو ا ج ب د کے متوازی بھی ہوا (ش ۲۷) - اور یہی ثابت کرنا تھا +

ف اگر ا د میں ب ج کو نقطۂ ہ پر تقاطع کرتا ہوا ا د خط ملائیں - تو دونو مثلثوں ا ہ ب ج ہ د میں دونو مقابل کے زاویے ا ہ ب ج ہ د برابر ہونگے (ش ۱۵) - اور دونو متبادلے زاویے ا ب ہ د ج ہ بھی برابر ہیں (ش ۲۹) - اور دونو ضلعے ا ب ج د برابر ہیں (فرض) - تو پہلے مثلث کے باقی دو ضلعے ہ ا ہ ب بہ ترتیب دوسرے مثلث کے ضلعوں د ہ ہ ج کے برابر ہونگے (ش ۲۶) - پھر جب مثلث ا ہ ج کے دو ضلعے ہ ا ہ ج بہ ترتیب مثلث ب ہ د کے ضلعوں د ہ ب ہ کے برابر ہوئے - اور درمیانی زاویۂ ہ ا ج اپنے مقابل کے درمیانی زاویۂ ب ہ د کے برابر ہے (ش ۱۵) - تو ضلع ا ج اپنی نظیر ضلع ب د کے اور زاویۂ متبادلہ ا ج ہ اپنی نظیر زاویۂ متبادلہ د ب ہ کے برابر ہوگا (ش ۴) - اور جب دو خطوں ا ج ب د پر ب ج خط کے واقع ہونے سے متبادلے زاویے برابر کے پیدا ہوئے - تو دونو خط ا ج ب د متوازی ہونگے (ش ۲۷) - اور یہی ثابت کرنا تھا + محرر

۳۴۔ شکل نظری

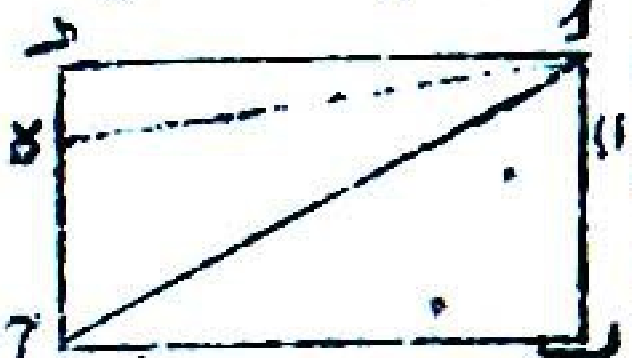
دعوے ۔ متوازی الاضلاع سطحوں میں مقابل کے ضلعے ۔ نیز مقابل کے زاویے باہم برابر ہوتے ہیں ۔ اور اُن کے قطر یعنی مقابل کے زاویوں تک سے کھنچے ہوئے خطوط ان سطحوں کی تنصیف کر دیتے ہیں ۔

تصویر ۔ ا ب ج د ایک متوازی الاضلاع ہے ۔ اور ب د خط اس کے مقابل کے دو زاویوں ب د میں ملا گیا ہے ۔ تو ہم کہتے ہیں کہ ضلع اب ضلع دج کے اور ضلع ب ج ضلع اد کے برابر ہوگا ۔ اور مثلث داب مثلث ب ج د کے ۔

ثبوت ۔ مثلث داب کے زاویے متبادلہ ادب اب د بہ ترتیب مثلث ب ج د کے زاویوں ج ب د ج د ب کے برابر ہیں (ش ۲۹) ۔ اور ضلع ب د مشترک ہے ۔ اس لئے باقی ضلعے اد اب زاویۂ ب اد اور مثلث داب بہ ترتیب ضلعوں ج ب ج د زاویۂ د ج ب اور مثلث ب ج د کے برابر ہونگے (ش ۲۶) ۔ نیز پورا زاویۂ ا د ج پورے زاویۂ ج ب ا کے برابر ہوگا (ا ۲) ۔ اب مقابل کے ضلعوں اور زاویوں کے برابر ہونے کے ساتھ قطر کا متوازی الاضلاع کو دو برابر کے حصوں میں تقسیم کر دینا بھی ثابت ہو گیا ۔ اور یہی دعوٰے تھا ۔

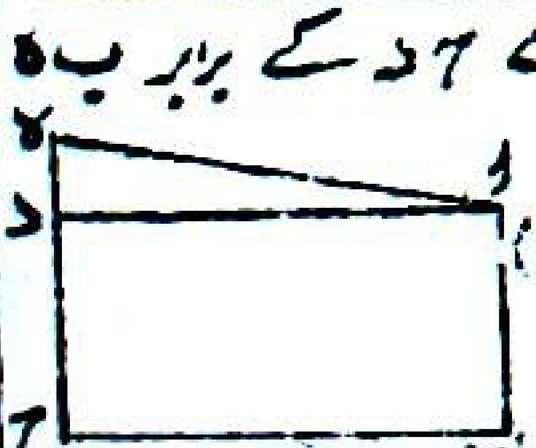
نوٹ دعوے کے ثبوت کا دوسرا طریق یہ ہے کہ اگر اب ج د کے برابر نہ ہو ۔

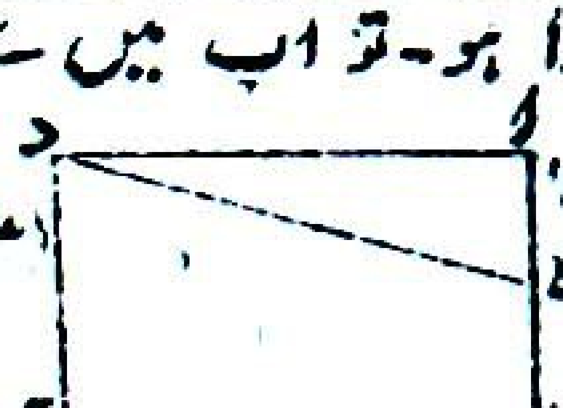
(بقیہ نوٹ صفحہ ۸۳) . بلکہ اُس سے چھوٹا یا بڑا ہو۔ فرض کیا۔ کہ اُس سے چھوٹا ہے[۱] د ج میں سے ا ب کے برابر ج ہ کاٹ لیا (ش۳) اور ا ہ میں خط ملایا۔ تو ا ہ ب ج کے برابر اور متوازی ہوگا (ش۳۳)۔ لیکن ب ج ا د کے بھی متوازی تھا (فرض)۔ تو



ا ہ بھی ا د کے متوازی ہوگا (ش۳۰)۔ مگر ا ہ اور ا د متقاطع بھی ہیں اور یہ ناممکن ہے کہ دو خط متوازی بھی ہوں اور متقاطع بھی۔ تو ماننا پڑیگا کہ ا ب ج د کے برابر ہے۔ اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ ا د اور ب ج بھی برابر ہیں۔ اور اسی طرح کہہ سکتے ہیں کہ اگر زاویۂ ب ج د زاویۂ ب ا د کے برابر نہ ہو۔ تو فرض کیا۔ وہ زاویۂ ب ا ہ کے برابر ہے د ج میں خط ملایا۔ اب چونکہ زاویۂ متبادلہ ب ج ا متبادلہ ہ ا ج کے برابر ہے (ش۲۹) اور زاویۂ ج ا ہ بھی زاویۂ ا ج ب کے برابر ہے[۲]۔ اور جبکہ ا د ب ج متوازی مانے ہوئے ہیں اور اُن پر ا ج خط واقع ہؤا۔ لہذا زاویۂ ج ا د بھی اپنے متبادلہ ا ج ب کے برابر ہوگا اور یہ ناممکن ہے کہ ایک چیز کل اور جزو دونو کے برابر ہو۔ تو ثابت ہوگیا کہ زاویۂ ب ا د زاویۂ ج ب د کے برابر ہے۔ اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے۔ کہ زاویۂ ا ب ج بھی زاویۂ ا د ج کے برابر ہے۔ پھر مثلث ا ب ج کے ضلعے ا ب ب ج اور درمیانی زاویۂ ا ب ج بہ ترتیب مثلث ا د ج کے ضلعوں ج د د ا اور درمیانی زاویۂ ج د ا کے برابر ہیں۔ اسلئے پورا مثلث ا ب ج پورے مثلث ا د ج کے برابر ہوگا۔ جس سے یہ بھی ثابت ہوگیا۔ کہ قطر ج ا نے متوازی الاضلاع کے برابر کے دو حصے کر دئے ہیں۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + محرر

فٹ نوٹ (۱) اگر ا ب ج د سے بڑا ہو۔ تو ا ب میں سے ج د کے برابر ب ہ کاٹ کر د ہ میں خط ملا دینگے یا ج د کو اس کی سیدھ میں بڑھا کر اُس میں سے ا ب کے برابر ج ہ کاٹکر ا ہ میں خط ملا دینگے۔ باقی بیان وہی ہے جو محقق محرر کے نوٹ میں مذکور ہے + مترجم



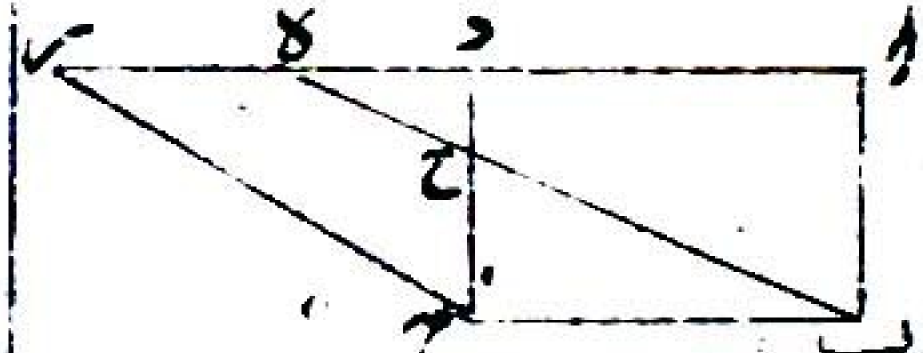


فٹ نوٹ (۲) چونکہ ا ب ج ہ کے برابر اور متوازی مانا گیا ہے۔ اس لئے ا ہ اور ب ج بھی متوازی اور برابر ہونگے۔ اب ا ہ ب ج دو متوازی خطوں پر ا ج واقع ہؤا۔ اس لئے متبادلہ ج ا ہ مقابل کے متبادلہ ا ج ب کے برابر ہوگا (ش۲۹) + مترجم

شکل (۳۵) نظری

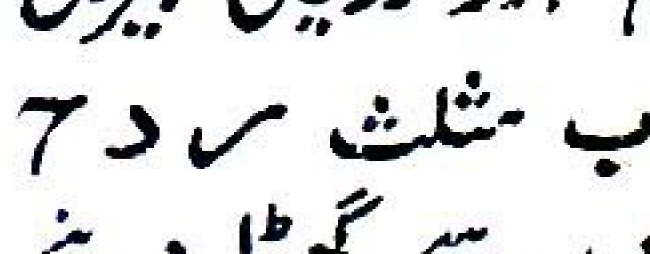
دعوےٰ - دو سطح متوازی الاضلاع ایک قاعدے پر ایک جانب میں دو متوازی خطوں کے درمیان میں واقع ہوں تو وہ دونو سطحیں برابر ہونگی -

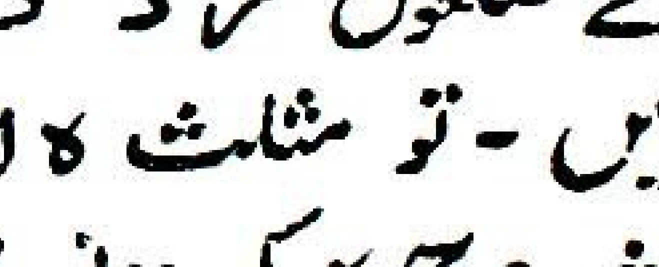
تصویر - ا ب ج د ہ ب ج ر دو متوازی الاضلاع ب ج قاعدے پر ب ج اور ا ر دو متوازی خطوں کے مابین واقع ہیں - تو وہ دونو برابر ہونگے +



ثبوت - ا د اور ہ ر دونو ب ج کے برابر ہیں (ش ۳۴) - اسلئے باہم بھی برابر ہونگے (ع) د ہ کو دونو میں شامل کیا - تو مثلث ہ ا ب کے ضلعے ہ ا ا ب اور درمیانی اندرونی زاویہ ب ا ہ بہ ترتیب مثلث ر د ج کے ضلعوں ر د د ج اور درمیانی بیرونی زاویۂ ج د ر کے برابر ہیں - تو مثلث ہ ا ب مثلث ر د ج کے برابر ہوگا (ش ۴) - مثلث د ح ہ کو دونو میں سے گھٹا دینے اور مثلث ح ب ج کو دونو میں شامل کر دینے سے پوری سطح ا ب ج د پوری سطح ہ ب ج ر کے برابر ہوگی (ع) - اور یہی ثابت کرنا تھا +

٭ اس شکل کی تصویر میں کئی صورتیں ہو سکتی ہیں - (۱) نقطۂ ہ نقطۂ د سے علحدہ ہو - اور ب ہ ج د سے تقاطع کرے جو کتاب میں بیان ہوئی - (۲) نقطۂ ہ نقطۂ د پر منطبق ہو جائے -



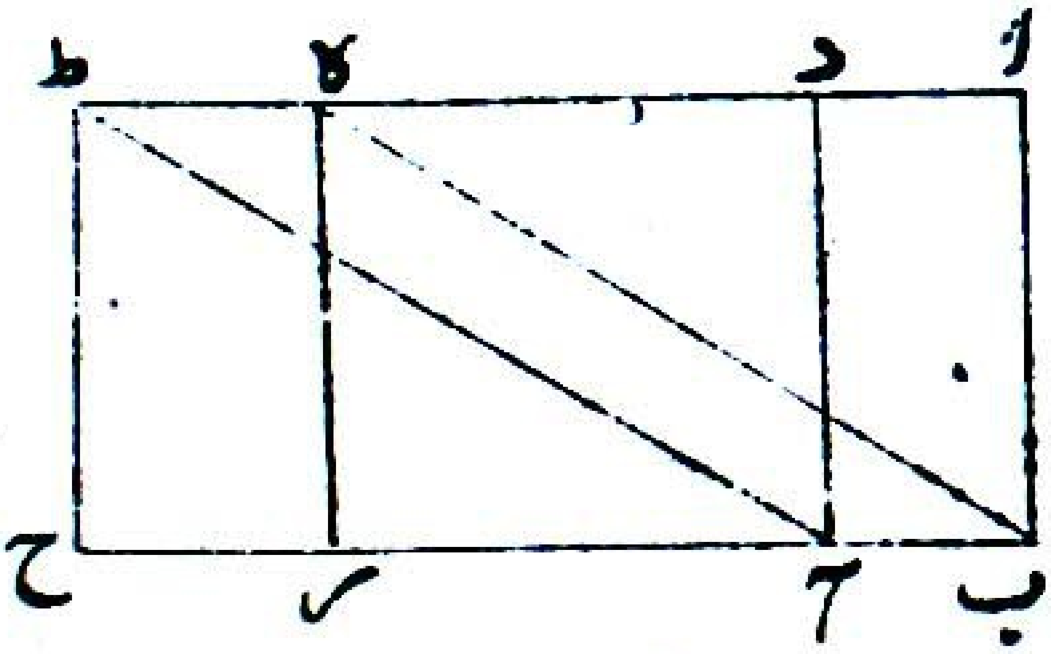


(۳) نقطۂ ہ ا ر کے مابین واقع ہو - دوسری صورت میں مثلث د ب ج اور تیسری صورت میں منحرف ب ہ د ج زائد مشترک واقع ہونگے - جن کو دونو مثلثوں کے ساتھ شامل کر دینے سے مطلوب ثابت ہو جائیگا اور اس کی تقریر صاف ہے + محرر

شکل نظری (۳۶)

دعوےٰ - دو سطح متوازی الاضلاع برابر کے دو قاعدوں پر ایک جانب میں مابین دو متوازی خطوں کے واقع ہوں - تو وہ دونو سطحیں برابر ہونگی -

تصویر - ا ب ج د اور ہ س ح ط دو متوازی الاضلاع برابر کے دو قاعدوں ب ج اور س ح پر ب ح اور ا ط دو متوازی خطوں کے درمیان میں واقع ہیں - تو وہ دونو متوازی الاضلاع سطحیں برابر ہونگی +



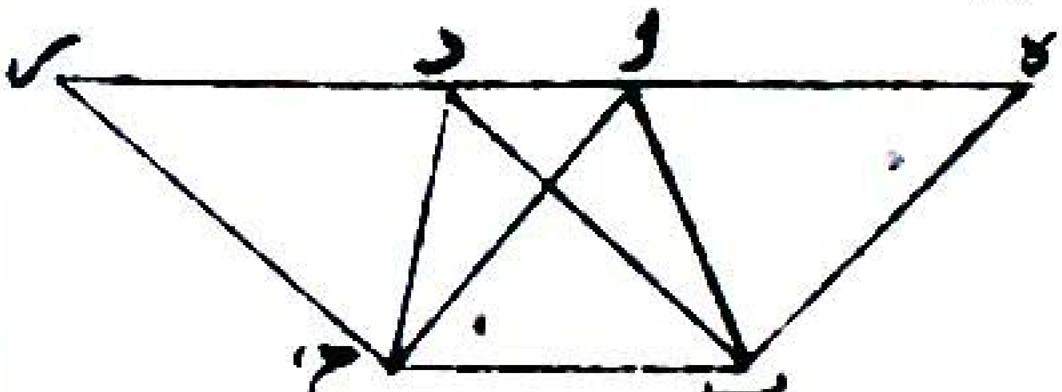
ثبوت - ب ہ اور ج ط میں خط ملائے - تو یہ دونو خط برابر اور متوازی ہونگے (ش ۳۳) ف - اب چونکہ دونو متوازی الاضلاع ا ب ج د اور ہ س ح ط متوازی الاضلاع ہ ب ج ط کے ساتھ بہ ترتیب ایک قاعدہ ب ج اور ہ ط پر مابین دو متوازی خطوں ب ح اور ا ط کے واقع ہیں - اسلئے وہ دونو ہ ب ج ط کے برابر ہونگی (ش ۳۵) - اور باہم برابر ہونگی (ع ۱) - اور یہی ثابت کرنا تھا +

ف چونکہ ب ج س ح کے اور س ح ہ ط کے برابر ہے (فرض و ش ۳۴) - اس لئے ب ج بھی ہ ط کے برابر ہؤا (ع ۱) - اور جب ا ط ب ح کا متوازی ہے - تو دونو کے ٹکڑے ب ج اور ہ ط بھی متوازی ہونگے - اور جب ب ج ہ ط کے برابر اور اس کا متوازی ہؤا - تو ب ہ اور ج ط بھی برابر اور متوازی ہونگے (ش ۳۳) + مترجم

(۳۷) شکل نظری

دعوے - دو مثلث ایک قاعدے پر ایک ہی جانب ہیں مابین دو متوازی خطوں کے واقع ہوں - تو وہ دونو مثلث برابر ہونگے -

تصویر - مثلث ا ب ج د ب ج ایک قاعدۂ ب ج پر مابین دو متوازی خطوں ب ج ا د کے واقع ہیں - تو یہ دونو مثلث برابر ہونگے +

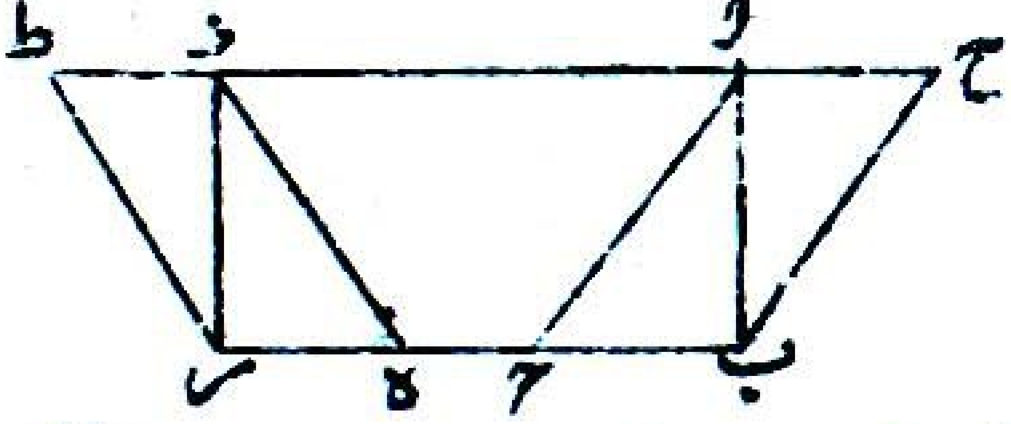


ثبوت - ب ھ اور ج ر بہ ترتیب ج ا اور ب د کے متوازی کھینچے (ش ۳۱) - ا د کو اس کی سیدھ میں دونو طرف بہ ترتیب ھ اور ر تک بڑھایا - اب دو سطح متوازی الاضلاع ھ ب ج ا اور د ب ج ر ایک قاعدۂ ب ج پر مابین دو متوازی خطوں ب ج اور ھ ر کے واقع ہیں - اسلئے برابر ہونگی (ش ۳۵) - اور جبکہ دونو سطحیں برابر ہوئیں - تو ان کے انصاف یعنی مثلث ا ب ج د ب ج* بھی برابر ہونگے (ع ۷) - اور یہی ثابت کرنا تھا +

(۳۸) شکل نظری

دعوے - دو مثلث برابر کے دو قاعدوں پر ایک ہی جانب میں مابین متوازی خطوں کے واقع ہوں - تو وہ دونو برابر ہونگے -

* چونکہ دونو خط ا ب اور ج د دونو سطحوں کے مقابل کے زاویوں میں ملائے گئے ہیں - اسلئے وہ ان سطحوں کے قطر ہوئے - اور قطر سطح کو دو برابر کے حصوں میں تقسیم کر دیتا ہے (ش ۳۴) - اسلئے ہر ایک مثلث سطح متوازی الاضلاع کا نصف ہوا + مترجم

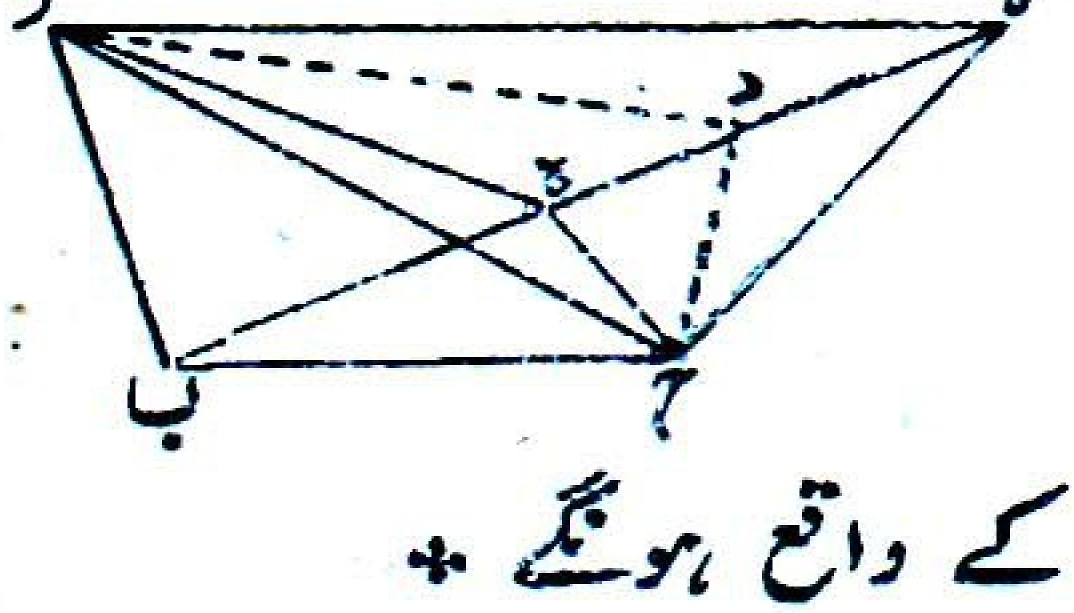
تصویر - مثلث اب ج د ہ س برابر کے قاعدوں ب ج اور ہ س


پر مابین متوازی خطوں ب س
اد کے واقع ہیں - تو وہ دونو
برابر ہونگے +

ثبوت - ب ج اور ہ س کے نقطہائے ب اور س سے بہ ترتیب ج ا کا متوازی ب ح اور دہ کا متوازی س ط کھینچا (ش ۳۱) - پھر اد کو دونو طرفوں میں بہ ترتیب نقطہائے ح اور ط تک بڑھایا - اب دو سطح متوازی الاضلاع ح ب ج ا اور د ہ س ط برابر کے دو قاعدوں ب ج اور ہ س پر ایک جانب میں مابین دو متوازی خطوں ب س اور ہ ط کے واقع ہیں - اسلئے دونو برابر ہونگی (ش ۳۶) - اور ان کے انصاف مثلث اب ج اور د ہ س بھی برابر ہونگے (ش ۳۴) - اور یہی ثابت کرنا تھا +

شکل (۳۹)

دعوے - برابر کے دو مثلث ایک قاعدے کی ایک جانب میں واقع ہوں - تو وہ دونو مابین دو متوازی خطوں کے ہونگے -

تصویر - برابر کے دو مثلث اب ج د ب ج ب ج قاعدے


پر اس کی ایک جانب میں
واقع ہیں - اب اد میں خط
ملایا - تو یہ خط ب ج کا متوازی
ہوگا - اور دونو مثلث مابین انہی
دو متوازی خطوں ب ج اور اد کے واقع ہونگے +

ثبوت - اگر ا د ب ح کا متوازی نہ ہو - تو فرض کیا ا ہ اس کا متوازی ہے - اب ا ہ ب د سے کسی نقطے مثلاً ہ پر ضرور (۱) ملیگا - اب ہ ح میں خط ملایا - تو مثلث ہ ب ح مثلث ا ب ح کے برابر ہوگا (ش ۳۷) - لیکن مثلث ا ب ح مثلث د ب ح کے برابر تھا (فرض) - تو مثلث ہ ب ح جزو اور د ب ح کل باہم برابر ہو (۲)* جائینگے (ع ۹) - اور یہ ناممکن ہے - تو ثابت ہؤا کہ ا د ہی ب ح کا متوازی ہے - اور دونو مثلث مابین دو متوازی خطوں کے واقع ہیں - اور یہی ثابت کرنا تھا +

شکل نظری (۴۰)

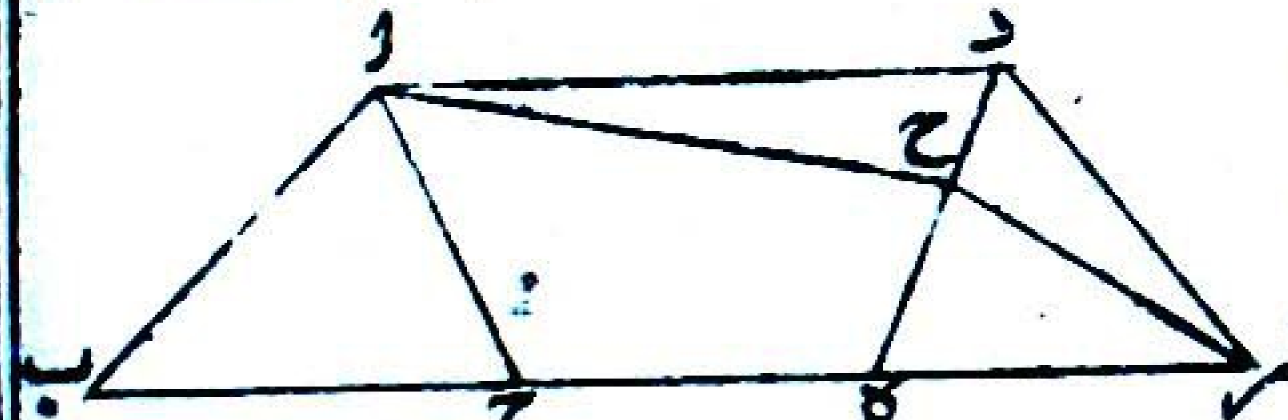
دعوے - برابر کے دو مثلث برابر کے دو قاعدوں پر ایک طرف میں واقع ہوں - تو دونو مثلث مابین دو متوازی خطوں کے ہونگے - جبکہ دونو قاعدے ایک سیدھ میں ہوں -

---

(۱) چونکہ ا ہ ب ح کا متوازی ہے (فرض) - اور ان دونو پر ا ب واقع ہؤا - اسلئے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ہ ا ب اور ح ب ا ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - اور اب دونو زاوئے ہ ا ب اور د ب ا ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے - اور اسلئے دونو خط ا ہ اور ب د ضرور مل جائینگے (ص ۶) + مترجم

*(۲) اگر نقطۂ ہ مثلث ب د ح سے باہر واقع ہو - تو بھی اسی طرح مثلث ہ ب ح کل اور مثلث ب د ح جزو دونو کا مثلث ا ب ح کے برابر ہونا لازم آئیگا جو ناممکن ہے + محرر

تصویر۔ ا ب ج د ہ ر برابر کے دو مثلث ب ج اور ہ ر برابر کے دو قاعدوں پر ایک طرف میں واقع ہیں ۔ اور ب ج ہ ر ایک سیدھ میں۔



تو یہ دونو مثلث مابین دو متوازی خطوں کے ہونگے ۔ اور ا د میں ملایا ہوا خط ب ر کا متوازی ہوگا +

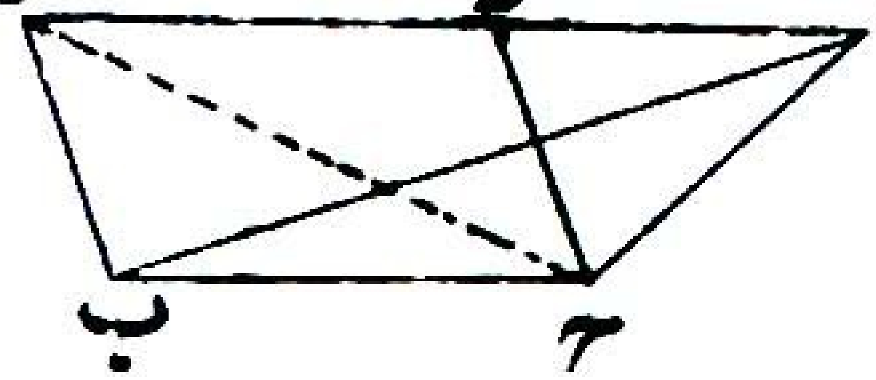
ثبوت ۔ اگر ا د ب ر کا متوازی نہ ہو ۔ تو فرض کیا ا ح اس کا متوازی ہے ۔ اور اب ا ح د ہ سے ضرور کسی نقطے مثلاً ح پر ملیگا؎ ح ر کو ملایا ۔ تو مثلث ح ہ ر جو مثلث ا ب ج کے برابر ہے (ش ۳۸) مثلث د ہ ر کے برابر ہوگا (ع ۱) یعنی کل اور جزو برابر ہونگے ۔ اور یہ نا ممکن ہے ۔ تو ثابت ہو گیا کہ ب ر کا متوازی ا د ہی ہو سکتا ہے ۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

(۴۱) شکل نظری

دعوے ۔ اگر کوئی سطح متوازی الاضلاع اور مثلث دونو ایک قاعدے پر ایک طرف میں مابین دو متوازی خطوں کے واقع ہوں ۔ تو سطح مذکور مثلث مذکور سے دو چند ہوگی ۔

؎ اگر ا ح د ہ سے کسی طرف میں بھی نہ ملے ۔ تو ضرور اُس کا متوازی ہوگا اور ب ر بھی اس کا متوازی ہے (فرض) ۔ تو ماننا پڑیگا کہ ب ر اور د ہ بھی باہم متوازی ہوں (ش ۳۰) ۔ جو تقاطع بھی کئے ہوئے ہیں اور یہ نا ممکن ہے کہ تقاطع کرنے والے خط متوازی بھی ہوں + مترجم

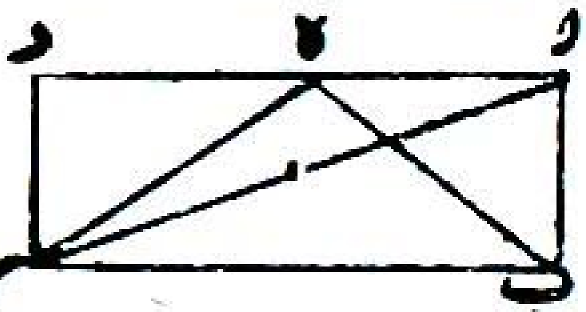
تصویر- ا ب ج د سطح متوازی الاضلاع اور ہ ب ج مثلث

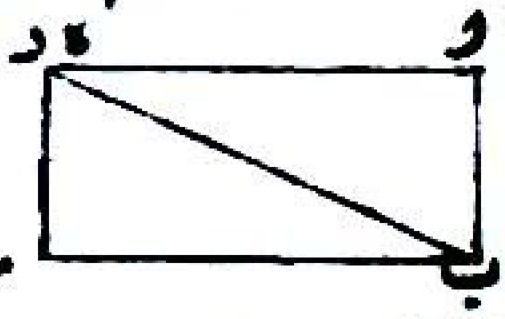


قاعدۂ ب ج پر مابین دو متوازی
خطوں ب ج اور ا ہ کے واقع ہیں-
تو سطح ا ب ج د مثلث ہ ب ج
سے دو چند ہوگی +

ثبوت- ا ج میں خط ملایا- تو سطح ا ب ج د مثلث ا ب ج سے
دو چند ہوگی (ش ۳۴)- لیکن مثلث ا ب ج مثلث ہ ب ج کے برابر
ہے (ش ۳۷)- تو سطح ا ب ج د مثلث ہ ب ج سے بھی دو چند ہوئی (نوٹ ۱)
اور یہی ثابت کرنا تھا + *(۲)

نوٹ (۱) اس شکل کی تصویر میں مذکورۂ بالا صورت کے علاوہ دو صورتیں اور بھی ہو سکتی

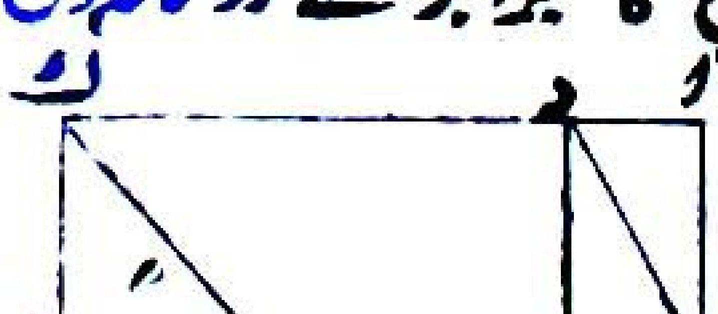




ہیں- (۱) نقطۂ ہ ا د کے درمیان
میں واقع ہو- اس صورت کا ثبوت
بھی وہی مذکورۂ بالا ثبوت ہے- (۲)
نقطۂ ہ نقطۂ د ہی پر منطبق ہو- تو اس کا ثبوت خود ظاہر ہے (ش ۳۴) + مترجم

*(۲) اگر سطح متوازی الاضلاع اور مثلث برابر کے دو قاعدوں پر ایک طرف
میں مابین دو متوازی خطوں کے واقع ہوں- تو بھی سطح مذکور مثلث مذکور
سے دو چند‡ ہوگی- چنانچہ اقلیدس نے ۱۲ مقالے کی ۳ شکل میں اس سے کام
لیا ہے + محرر

‡ فٹ نوٹ- مثلاً سطح ا ب ج د اور مثلث ک ح ہ برابر کے دو قاعدوں



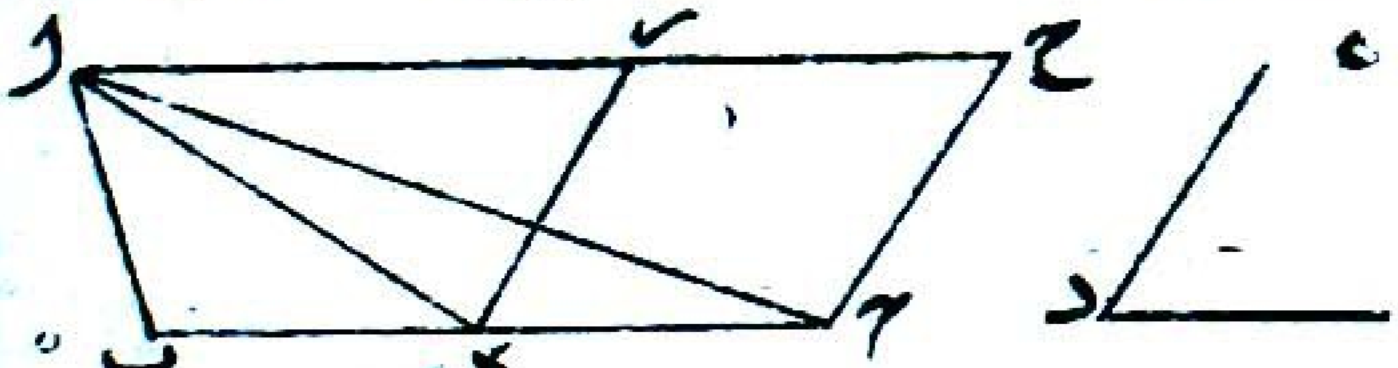
ب ج اور ح ہ پر ایک طرف میں مابین دو
متوازیوں ا ک اور ب ہ کے واقع ہیں- تو سطح
مذکور مثلث مذکور سے دو چند ہوگی +

ثبوت- د ب میں خط ملایا- تو سطح ا ب ج د مثلث د ب ج سے دو چند ہے
(ش ۳۴)- اور مثلث د ب ج مثلث ک ح ہ کے برابر ہے (ش ۳۸)- تو سطح مذکور مثلث
ک ح ہ سے بھی دو چند ہوئی + مترجم

شکل عملی (۴۲)

دعوےٰ - ایک سطح متوازی الاضلاع بنانا ہے
جو خود ایک مفروض مثلث کے اور جس کا ایک
زاویہ ایک مفروض زاویئے کے برابر ہو۔

تصویر - ا ب ج ایک مفروض مثلث اور د ایک مفروض زاویہ ہے - خط ب ج کو نقطۂ ہ پر تنصیف کیا (ش۱)۔ اور ا ہ میں خط ملایا۔



پھر خط ہ ج کے نقطۂ ہ پر ایک زاویۂ ج ہ ر مفروض زاویۂ د کے برابر بنایا (ش۲۳)- اور نقطۂ ا سے ج ہ کا متوازی ا ح کھینچا (ش۳۱)- تو وہ ضرور ہ ر سے کسی نقطے پر ملیگا+ - پھر نقطۂ ج سے ہ ر کا متوازی ج ح کھینچ کر (ش۳۱) اسے سیدھ میں بڑھا لے گئے کہ خط ا ح سے نقطۂ ح پر جا ملا - تو اب سطح متوازی الاضلاع ر ہ ج ح مثلث مفروض ا ب ج کے برابر ہوگی +

ثبوت - سطح مذکور اور مثلث ا ہ ج ایک قاعدہ ہ ج پر ایک طرف میں مابین دو متوازی خطوں ا ح ہ ج کے واقع ہیں - اسلئے سطح مذکور مثلث مذکور سے دو چند ہوگی (ش۴۱) - لیکن مثلث ا ب ج

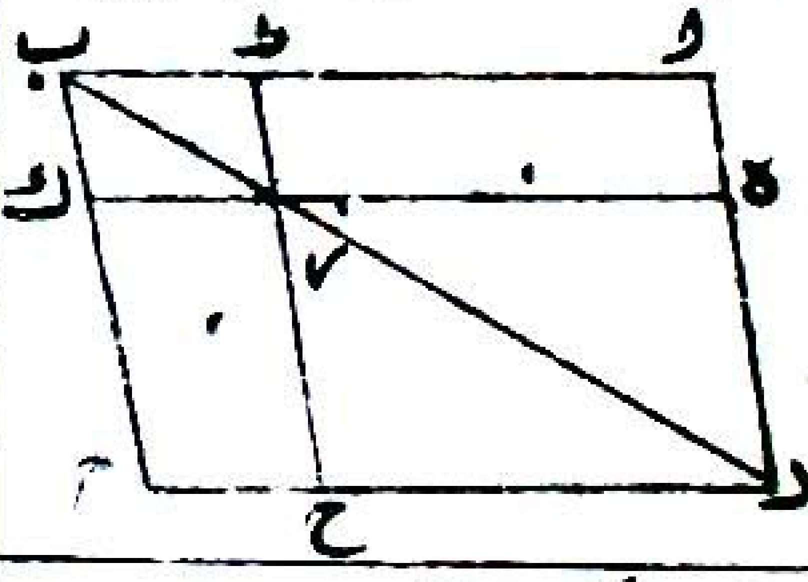
+ چونکہ ا ح ج ہ کا متوازی ہے (عمل) جن پر خط ہ ا واقع ہوا - اسلئے ایک طرف کے دو اندرونی زاویئے ح ا ہ اور ج ہ ا ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش۲۹) - اور اسلئے ح ا ہ اور ہ ا ر ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے - تو ا ح اور ہ ر ضرور مل جائینگے (ص۶) + مترجم

بھی مثلث ا ہ ج سے دو چند ہے[۱] (ش ۳۸) - تو سطح مذکور مثلث ا ب ج کے برابر ہوئی (غ) اور اس کا ایک زاویہ ج ہ س برابر ہے مفروض زاویہ د کے (عمل) - اور یہی ثابت کرنا تھا[۲]+

شکل نظری (۴۳)

دعوے - سطح متوازی الاضلاع کے دونو متمم[۳] باہم برابر ہوتے ہیں -

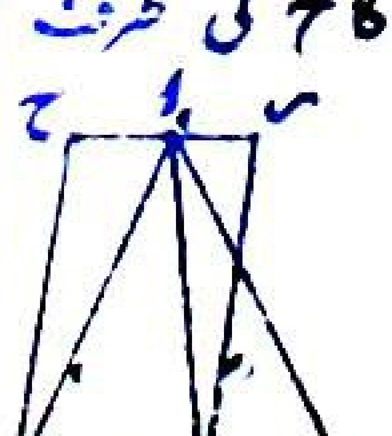
تصویر - ا ط س ہ اور س ک ج ح دو متوازی الاضلاع سطح ہیں -

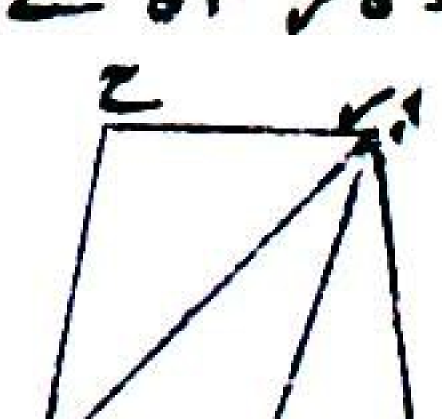


جو ا ب ج د سطح متوازی الاضلاع کے قطر ب د کے دونو پہلوؤں میں قطر مذکور کے نقطہ س پر ملتے ہوئے واقع ہیں - اور سطح ا ب ج د کا ایک ایک زاویہ

(۱) جب مثلث ا ب ج کے دو حصے ا ب ہ اور ا ہ ج برابر کے دو قاعدوں ب ہ اور ہ ج پر ایک طرف میں مابین دو متوازی خطوں ا ح اور ب ج کے واقع ہیں - تو دونو حصے برابر ہونگے (ش ۳۸) - اور جب دونو حصے برابر ہوئے - تو پورا مثلث ا ب ج ہر ایک سے دوچند ہوا + مترجم

(۲) اس شکل کی تصویریں کئی طرح سے ہو سکتی ہیں - لیکن ثبوت کا طریق سب میں ایک ہی ہے - (۱) زاویہ د زاویہ ا ہ ج سے چھوٹا اور خط ہ س ا ہ سے ہ ج کی طرف واقع ہو - جس طرح کتاب میں بیان ہوئی - (۲) زاویہ د زاویہ ا ہ ج کے برابر اور ہ س ا ہ پر منطبق ہو - (۳) زاویہ د زاویہ ا ہ ج سے بڑا - اور ہ س ا ہ سے ہ ب کی طرف واقع ہو + مترجم





(۳) متمم اُن دو متوازی الاضلاع سطحوں میں سے ہر ایک کا نام ہے جو کسی تیسری متوازی الاضلاع کے قطر کے دونو پہلوؤں میں اسی قطر کے کسی نقطے پر ملتے ہوئے واقع ہوں - نیز اس تیسری سطح متوازی الاضلاع کا ایک ایک زاویہ علیحدہ علیحدہ ان دونو متوازی الاضلاع میں مشترک بھی ہو + مترجم

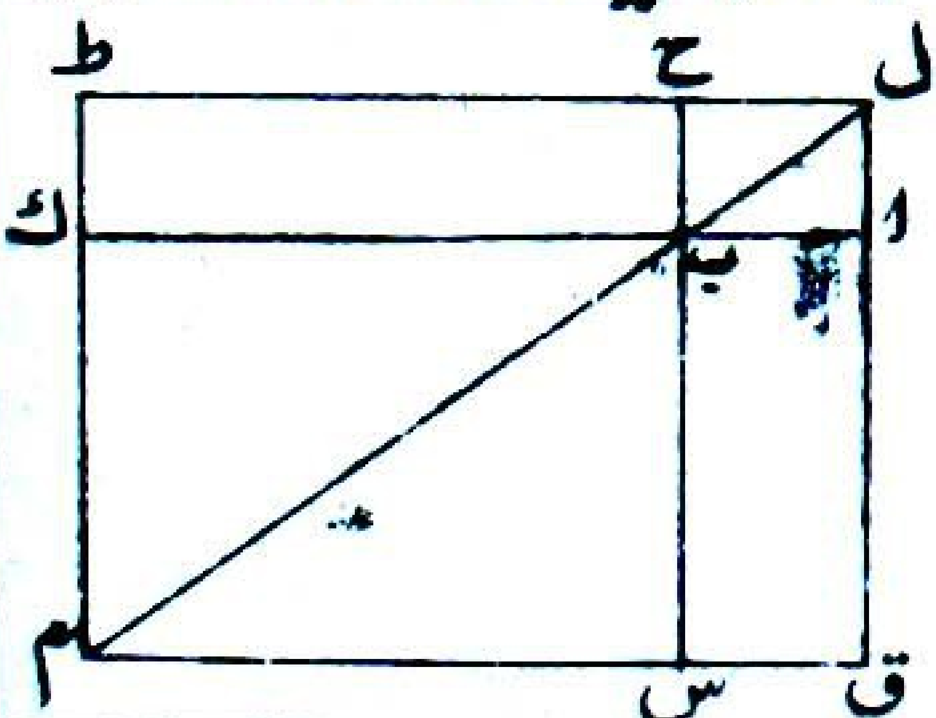
ل اور ح علیحدہ علیحدہ ا ط م ہ اور م ك ج ح میں مشترک بھی ہے - تو ہم کہتے ہیں - یہ دونو متوازی الاضلاع سطحیں یعنی ا ط م ہ اور م ك ج ح باہم برابر ہونگی +

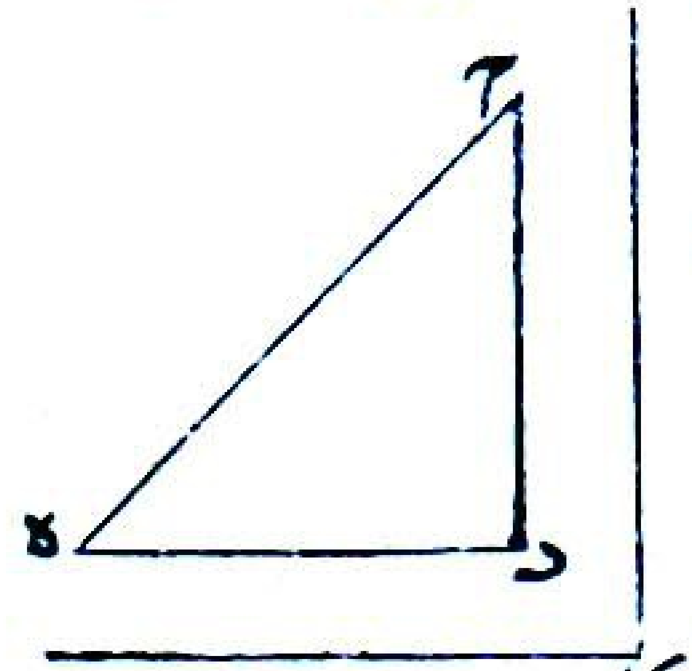
ثبوت - تینوں متوازی الاضلاع ا ب ج د ط ب ك م اور ہ م ح د کے بہ ترتیب د ب م ب اور م د قطروں نے برابر کے دو دو حصے کر دیئے ہیں اور اسلیئے مثلث ا ب د ط ب م اور ہ م د بہ ترتیب مثلثوں ب ج د ب ك م اور م ح د کے برابر ہیں (ش ۳۴) - اور اسلیئے جب دونو مثلثوں ط ب م ہ م د کو مثلث ا ب د میں سے اور دونو مثلثوں ب ك م م ح د کو مثلث ب ج د میں سے گھٹا دیں - تو باقی سطح ا ط م ہ باقی سطح م ك ج ح کے برابر ہوگی (ع ۳) - اور یہی ثابت کرنا تھا +

شکل عملی (۴۴)

دعوے - ایک مفروض خط پر ایک مفروض مثلث کے برابر ایک سطح متوازی الاضلاع بنانی ہے جس کا ایک زاویہ ایک مفروض زاویئے کے برابر ہو -

تصویر - ا ب ایک خط ہے جس پر ج د ہ ایک مثلث کے برابر ح ب ك ط ایک سطح متوازی الاضلاع بنانی ہے جس کا ایک زاویہ مفروض زاویۂ م کے برابر ہو +





ثبوت - مثلث ج د ہ کے برابر ح ب ك ط ایک سطح متوازی الاضلاع ایسی بنائی جس کا زاویۂ ب مفروض زاویۂ ر کے برابر (ش ۴۲) - اور جس کا ضلع ك ب مفروض خط ا ب کی سیدھ میں ہے (نوٹ ۱) - پھر ل ا ب ح کو پوری سطح متوازی الاضلاع بنائی (نوٹ ۲) - پھر ل ب میں خط ملاکر اُسے سیدھ میں بڑھا لیا اور ساتھ ہی ط ك کو بھی بڑھا لیا - کہ ل ب اور ط ك دونو نقطۂ م پر جا ملے (۳) - پھر

نوٹ (۱) سطح متوازی الاضلاع جو کسی مثلث کے برابر بنائی جائے - اُسی مثلث کے نصف قاعدے پر بنائی جاتی ہے جس طرح ۴۲ شکل کے بیان میں گزرا ہے - اسلئے اگر مثلث مفروض ج د ہ کا قاعدہ ا ب کی سیدھ میں ہو - تب تو سطح متوازی الاضلاع کے ضلعے ك ب کا ا ب کی سیدھ میں ہونا صاف ممکن ہے اور اب ا ب ك سیدھا ایک خط ہو جائیگا - لیکن اگر مثلث مذکور کا قاعدہ ا ب کی سیدھ میں نہ ہو - تو ہم ا ب کو اس کی سیدھ میں بڑھا کر اُسی میں سے قاعدہ د ہ کے برابر ب ك کاٹ لینگے (ش ۳) - اور ب ك پر ایک مثلث مثلث ج د ہ کے برابر بنائینگے (ش ۲۲) - اور پھر اس مثلث کے نصف قاعدے پر سطح متوازی الاضلاع مطلوب بنائینگے + مترجم

(۲) یعنی نقطۂ ح سے ح ل اور نقطۂ ا سے ا ل بہ ترتیب ا ب اور ب ح کے متوازی کھینچ کر (ش ۳۱) - ل ا ب ح پوری متوازی الاضلاع بنا لینگے + مترجم

(۳) چونکہ ل ا اور ب ح متوازی ہیں (عمل) - نیز ب ح اور ك ط متوازی ہیں (فرض) - تو ل ا بھی ط ك کا متوازی ہوگا (ش ۳۰) اور جب ان دو متوازیوں پر ل ط واقع ہوا - تو ایک طرف کے دونو اندرونی زاوئے ط ل ا اور ل ط ك ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - مگر زاویۂ ط ل ب جزو زاویۂ ط ل ا کل سے چھوٹا ہے - اسلئے دونو زاوئے ط ل ب اور ل ط ك ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے اور اس لئے ل ب اور ط ك ضرور کسی نقطے مثلاً م پر جا ملینگے (ص ۲) + مترجم

نقطۂ م سے لک ا کا متوازی م ق کھینچا (ش ۳۱)۔ اور ل ا ح ب کو اپنی اپنی سیدھ میں بڑھایا کہ وہ دونو بہ ترتیب م ق سے نقطۂ ق اور س پر جا ملے[نو]۔ اب ط ق ایک سطح متوازی الاضلاع بن گئی جس کے دو متمم دونو سطح ط ب اور ب ق ہیں۔ پھر سطح ب ق جو مفروض خط ا ب پر مبنی ہے۔ سطح ط ب کے برابر ہے (ش ۴۳) اور سطح ط ب مثلث ج د ہ کے (عمل)۔ تو سطح ب ق بھی مثلث ج د ہ کے برابر ہوگی (ع) اور سطح ط ب کا زاویۂ ح ب لک جو مفروض زاویۂ س کے برابر بنایا گیا تھا۔ سطح ب ق کے زاویۂ ا ب س کے برابر ہے (ش ۱۵)۔ تو سطح ب ق کا زاویۂ ا ب س، مفروض زاویۂ س کے برابر ہوگا (ع)۔ اسلئے ثابت ہوگیا کہ مفروض خط ا ب پر

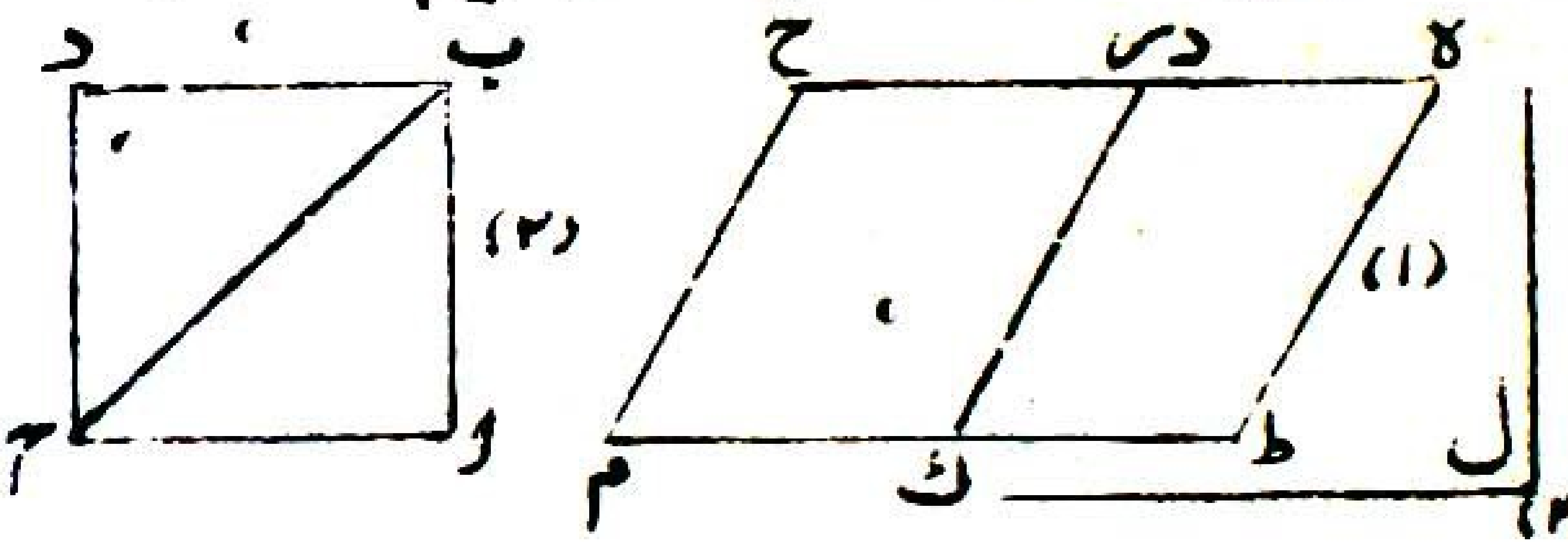
نو چونکہ م ق ا لک کا متوازی ہے (عمل) اور ان دونو متوازیوں پر خط ل م واقع ہوا۔ اسلئے اندرونی زاویۂ ق م ب اپنے مقابل کے بیرونی زاویۂ ا ب ل کے برابر ہوگا (ش ۲۹)۔ لیکن دو زاوئے ا ب ل ال ب ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں (ش ۱۷) تو دو زاوئے ق م ل ال ب یعنی ق ل م بھی ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے۔ اور اس لئے ل ا اور م ق ضرور کسی نقطے مثلاً ق پر جا ملینگے (ص ۶)۔ اسی طرح خط س م ب لک کا متوازی ہے (عمل)۔ اور ان دونو متوازیوں پر خط ل م واقع ہوا۔ تو اندرونی زاویۂ س م ب اپنے مقابل کے بیرونی زاویۂ و ب ل کے برابر ہوگا اور ل ا ح ب کا متوازی ہے۔ اور ان دونو متوازیوں پر خط ل م واقع ہوا۔ تو اندرونی زاویۂ ال ب اپنے مقابل کے بیرونی زاویۂ س ب م کے برابر ہوگا (ش ۲۹)۔ لیکن دو زاوئے ال ب اور ا ب ل ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں (ش ۱۷)۔ تو دو زاوئے س م ب اور س ب م بھی ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے۔ اور اس لئے ح ب م ق ضرور کسی نقطے مثلاً س پر مل جائینگے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

بنی ہوئی سطح ب ق مثلث مفروض ج د ہ کے اور اس کا ایک زاویۂ ا ب س مفروض زاویۂ س کے برابر ہے اور یہی مطلوب تھا +

شکل عملی (۴۵)

دعوے - ایک مفروض خط پر ایک متوازی الاضلاع سطح بنانی ہے جو خود ایک مفروض مستقیم الاضلاع سطح کے اور اُس کا ایک زاویہ ایک مفروض زاوئے کے برابر ہو -

تصویر - ہ ط ایک مفروض خط اور ا ب د ج ایک مفروض مستقیم الاضلاع سطح اور ل ایک مفروض



زاویہ ہے - ب ج میں خط ملانے سے سطح ا ب د ج کے دو مساوی حصے مثلث ا ب ج اور ب ج د حاصل ہوئے (ش ۳۴) - پھر مفروض خط ہ ط پر مثلث ا ب ج کے برابر س ہ ط ك سطح متوازی الاضلاع بنائی جس کا زاویۂ ہ مفروض زاویۂ ل کے برابر ہے (ش ۴۴) - پھر س ك پر جو ہ ط کے برابر ہے (ش ۳۴) مثلث ب ج د کے برابر ح س ك م ایک سطح متوازی الاضلاع بنائی جس کا زاویۂ ح س ك زاویۂ ل یعنی زاویۂ س ہ ط کے برابر ہے (ش ۴۴) + اب چونکہ دونو زاوئے ح س ك اور ہ س ك ملکر دو قائموں کے برابر ہیں -

---

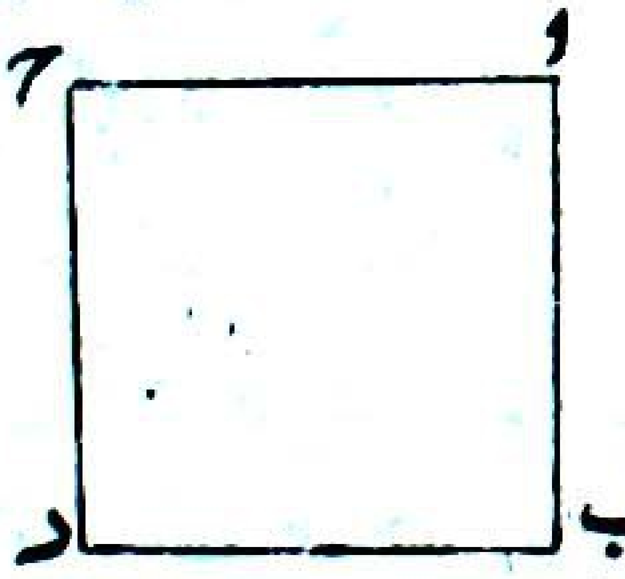
ہو چونکہ خط ہ ط اور س ك متوازی ہیں اور اُن پر خط ہ س واقع ہوا - تو ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے س ہ ط اور ہ س ك ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - پھر زاویۂ ح س ك زاویۂ س ہ ط کے برابر بنایا گیا ہے - اس لئے دونو زاوئے ح س ك اور ہ س ك بھی ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے + مترجم

اس لئے ہ ح ایک سیدھا خط ہوگا (ش ۱۴) - اسی طرح ثابت ہو سکتا[1] ہے کہ ط م بھی ایک سیدھا خط ہے - اسلئے سطح ہ م ایک متوازی الاضلاع سطح ہوئی جو مفروض خط ہ ط پر سطح مستقیم الاضلاع ا ب ج د کے برابر بنائی گئی ہے اور جس کا ایک زاویۂ ح ہ ط مفروض زاویۂ ل کے برابر ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا ٭

شکل (۴۶) عملی[2]

دعوےٰ - ایک مفروض خط پر مربع بنانا ہے -

تصویر - اب ایک مفروض خط ہے - اب کے نقطۂ ا پر ایک عمود ا ج قائم کیا (ش ۱۱) - اور ا ج غیر محدود خط میں سے اب کے برابر ا ج کاٹ لیا (ش ۳) - پھر مفروض خط کے نقطۂ ب سے ا ج کا متوازی ب د کھینچا (ش ۳۱) - اور نقطۂ ج سے اب کا متوازی ج د کھینچا (ش ۳۱) - تو یہ دونو خط ب د اور ج د ضرور



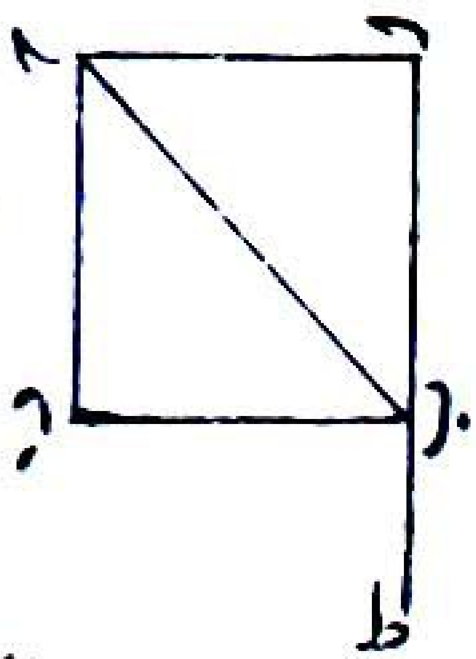
ہو (۱) چونکہ ر ح اور ک م متوازی ہیں اور ان پر خط ر ک واقع ہوا - اس لئے زاویۂ ح ر ک اور ر ک م ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۲۹) اور زاویۂ ح ر ک زاویۂ ر ہ ط کے برابر ہے (عمل) - نیز زاویۂ ر ہ ط اپنے مقابل کے زاویۂ ر ک ط کے برابر ہے (ش ۳۴) - تو دونو زاویئے ر ک م اور ر ک ط بھی مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے (ع ۱) اور جب دونو زاویئے ر ک م اور ر ک ط مل کر دو قائموں کے برابر ہوئے - تو ط م ایک سیدھا خط ہوا (ش ۱۴) - اور یہی ثابت کرنا تھا ٭ مترجم

٭ (۲) یہ شکل حجاج کے نسخے میں نہیں ہے ٭ محرر

کسی نقطے مثلاً دؔ پر مل جائینگے۔ اور یہی سطح ا د ج ا ب پر بنائی گئی ہے۔ مُربع مطلوب ہوگی +

ثبوت - ج ا ا ب کے برابر ہے (عمل) اور ا ب ج ا بہ ترتیب اپنے اپنے مقابل کے ضلعوں ج د اور ب د کے برابر ہیں (ش ۳۴)۔ اور زاویۂ ا قائمہ ہے (عمل) اور جب ب د ا ج کا متوازی ہے۔ تو زاویہ ا ب د بھی قائمہ ہوگا (ش ۲۹)۔ اور اسی طرح اُن کے مقابل کے زاوئے ا ج د اور ج د ب بھی بہ ترتیب اپنے مقابل کے زاویوں ا ب د اور ب ا ج کے برابر ہونگے (ش ۳۴)۔ لیکن ا ب د اور ب ا ج تو قائمے تھے۔ اسلئے ا ج د اور ج د ب بھی قائمے ہونگے (ص محرر) اور جب سطح ا ب ج د کے جو مفروض خط ا ب پر بنائی گئی ہے۔ چاروں ضلعے برابر اور چاروں زاوئے قائمے ہوئے۔ تو سطح مذکور مربع مطلوب ہوئی (ح ۲)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

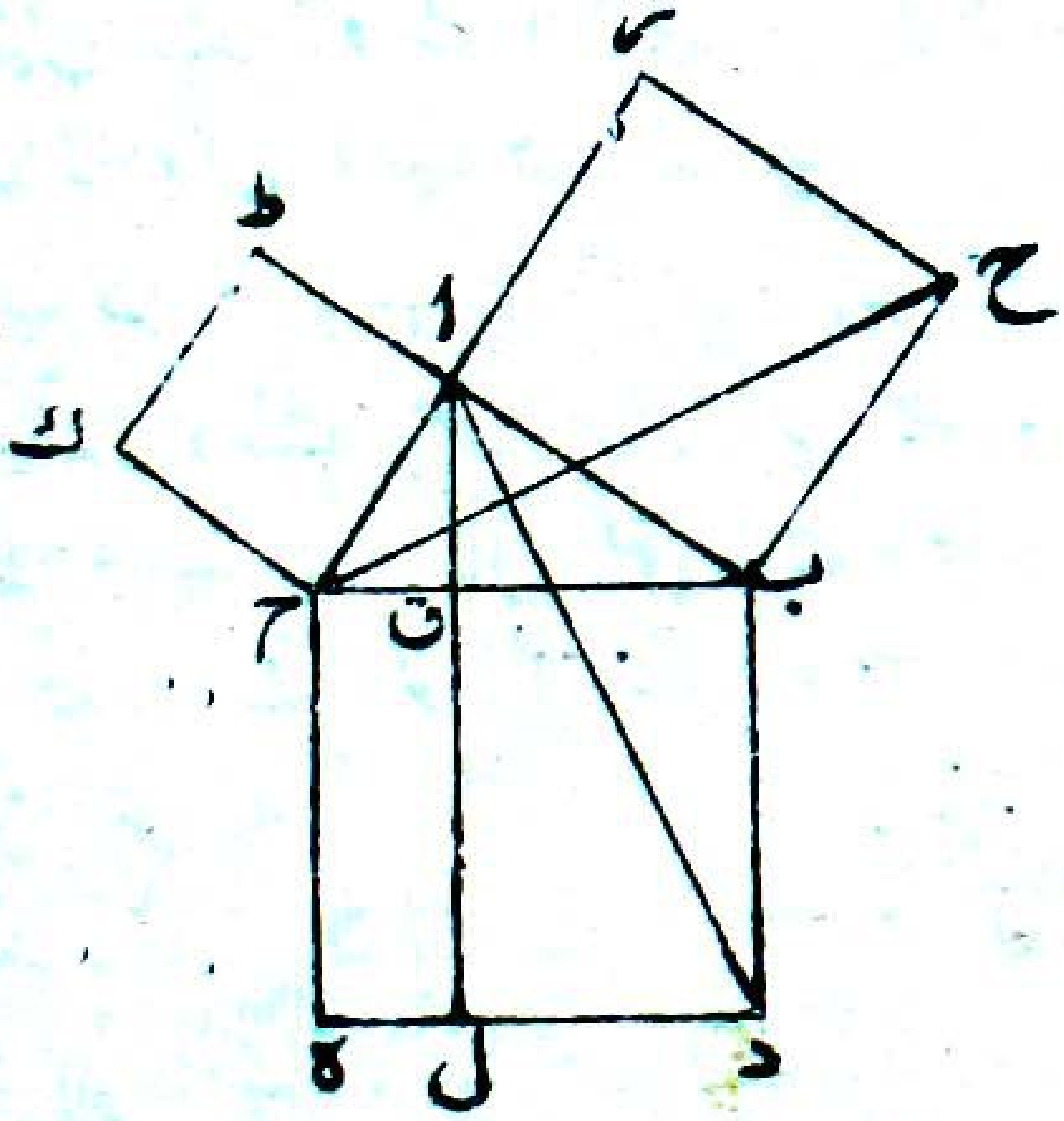
٭ اگر ا ب کو ط تک بڑھا کر ب ج میں خط ملا دیں۔ تو چونکہ ا ج ب د متوازی خطوں پر ج ب خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د ج ب اور ج ب ط ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)۔ اور زاویۂ ج ب د جزو ج ب ط کل سے چھوٹا ہے۔ اسلئے دونو زاوئے د ج ب اور ج ب د ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے اور اسلئے دونو خط ج د اور ا ب د ضرور کسی نقطے مثلاً د پر مل جائینگے (ص ۱۱)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم



(۴۷) شکل نظری

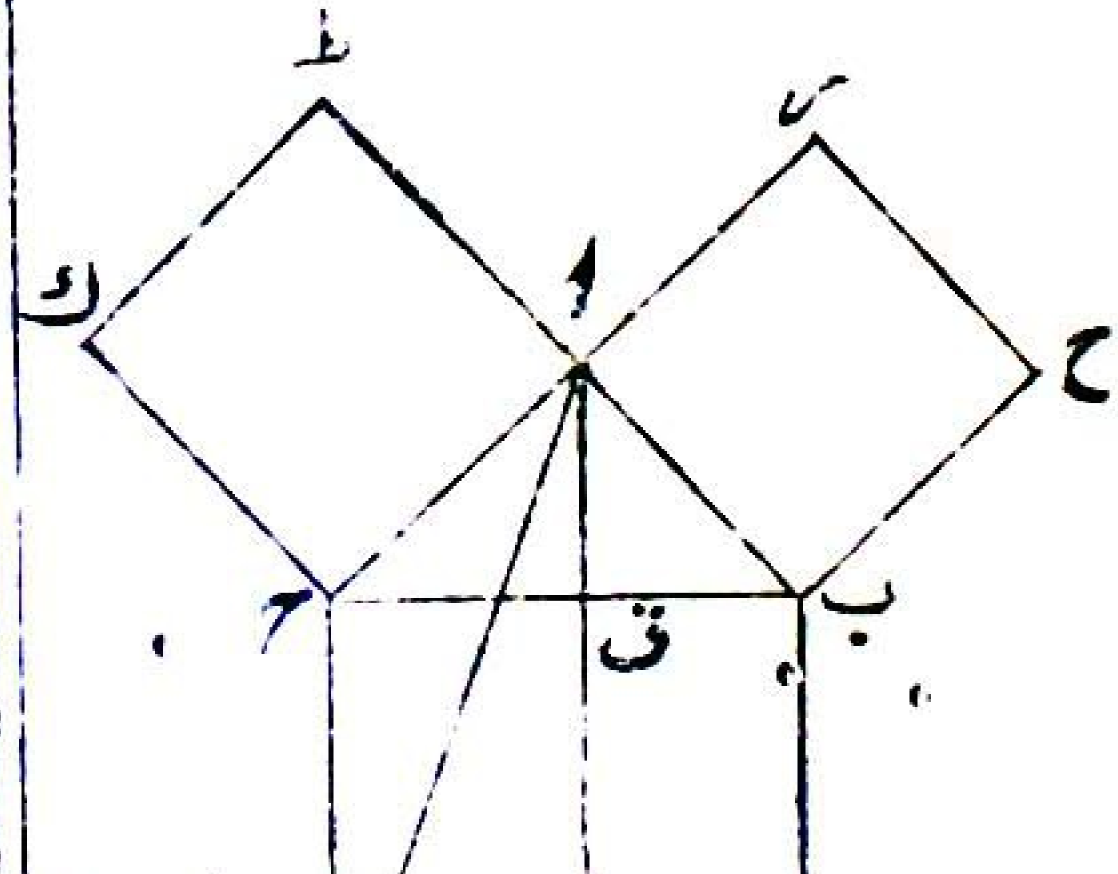
دعوےٰ - مثلث قائم الزاویئے میں زاویۂ قائمے کے وتر پر بنایا ہوا مربع اُن دو مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے جو اُسی زاویۂ قائمے کے دونو ضلعوں پر بنائے جائیں۔

تصویر - ا ب ج ایک مثلث قائم الزاویہ ہے جس کا ایک زاویۂ ا قائمہ ہے۔ اس کے تینوں ضلعوں ب ج ب ا اور ج ا پر بہ ترتیب ب د ہ ج ب ح ر ا اور ا ط ک ج تین مربعے بنائے (ش۴۶)۔ تو مربع ب د ہ ج مربع ر ب ح ر ا + ا ط ک ج ا کے برابر ہوگا۔



ثبوت - ب ا ر اور ب ا ج دو زاویئے قائمے ہیں (فرض و عمل)۔ اسلئے ر ا ج ایک سیدھا خط ہوگا (ش۱۴)۔ اسی طرح ب ا ط بھی ایک سیدھا خط ہوگا۔ نقطۂ ا سے ب د کا متوازی ایک خط ا ل کھینچا (ش۳۱)۔ پھر چونکہ ا ل ب د کا متوازی ہے (عمل) اور ان دونو متوازیوں پر ا ب کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاویئے د ب ا اور ب ا ل ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش۲۹)۔ لیکن زاویۂ د ب ا کل زاویۂ قائمہ د ب ج جزو سے بڑا ہے۔ اسلئے دونو زاویئے ا ب ج اور ب ا ل ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے۔

اور اسلیئے خط ا ل مثلث اب ج کے اندر اور اس کے ضلع ب ج سے نقطۂ ق پر تقاطع کرتا ہوا گذریگا (ص) جس سے مربع ب ہ کے ب ل اور ل ج دو حصے ہو جائینگے - اب ح ج اور ا د میں خط ملائے - تو مثلث ح ب ج کے ضلع ح ب ب ج اور درمیانی زاویۂ ح ب ج بہ ترتیب مثلث ا ب د کے ضلعوں ا ب ب د (عل) اور درمیانی زاویۂ ا ب د (عل و ع) کے برابر ہیں - اسلئے مثلث ح ب ج مثلث ب ا د کے برابر ہوگا (ش ۴) - لیکن مثلث ح ب ج مربع ا ب ح ر کے نصف کے برابر ہے (ش ۴۱) اور اسی طرح مثلث ب ا د سطح ب ل کے نصف کے برابر ہے (ش ۴۱) - تو پورا مربع ا ب پوری سطح ب ل کے برابر ہوا - اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ مربع ج ا سطح ج ل کے برابر ہے - تو پورا مربع ب ج



ہو یعنی ب ك اور ہ ا میں خط ملایا اب مثلث ب ك ج کے ضلعے ك ج ج ب اور درمیانی زاویۂ ك ج ب بہ ترتیب مثلث ج ا ہ کے ضلعوں ا ج ج ہ اور درمیانی زاویۂ ا ج ہ کے برابر ہیں - اس لئے دونو مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیروں کے برابر ہوئے (ش ۴) - لیکن مثلث ك ج ب مربع ط ج کا اور مثلث ج ا ہ سطح ج ل کا نصف ہے (ش ۴۱) - اسلئے سطح ج ل اور مربع ط ج یعنی ج ا برابر ہوئے (ع) اور یہی ثابت کرنا تھا * مترجم

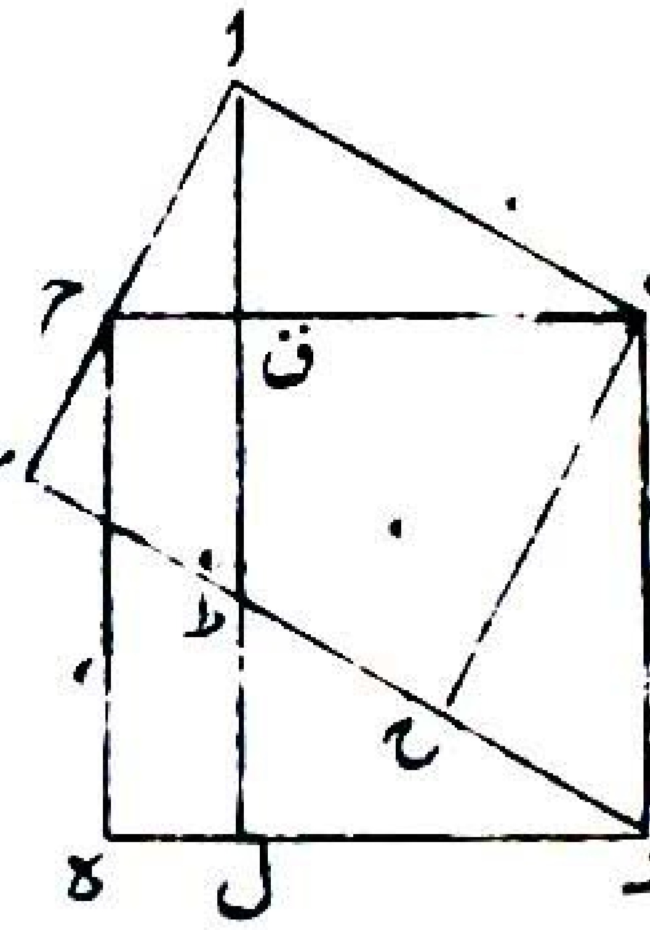
دونو مربعوں ب ا ا ج کے مجموعے کے برابر ہوا - اور یہی ثابت کرنا تھا +

تو یہ شکل - شکل عروس کے نام سے مشہور ہے اور اس کی تصویریں بہت مختلف طریقوں سے بنائی جا سکتی ہیں - مثلث کے ہر ایک ضلع کے دو دو پہلو ہوتے ہیں - اور ہر ایک پہلو پر مربع بنایا جا سکتا ہے - آٹھ* تصویریں تو اسی لحاظ سے ہو سکتی ہیں - پھر کبھی ب د کے متوازی ا ل نہیں کھینچ سکتے اور کبھی دونو ضلعوں پر یا کسی ایک پر بھی مربع نہیں بنایا جا سکتا - بلکہ دونو ضلعوں کے مجموعے پر یا اُن کے چھوٹے بڑے ہونے کی صورت میں بڑے ضلعے کے فاضل حصے پر مربع بنایا جاتا ہے - پھر ان مختلف تصویروں کے ثبوت اور دلیلوں میں بھی اکثر اختلاف اور تفاوت ہو سکتا ہے - اور اگرچہ ان سب کی تفصیل میں ایک قسم کا طول ضرور ہے - تو بھی ہم ان میں سے اکثروں کی طرف اشارہ کرنا چاہتے ہیں +

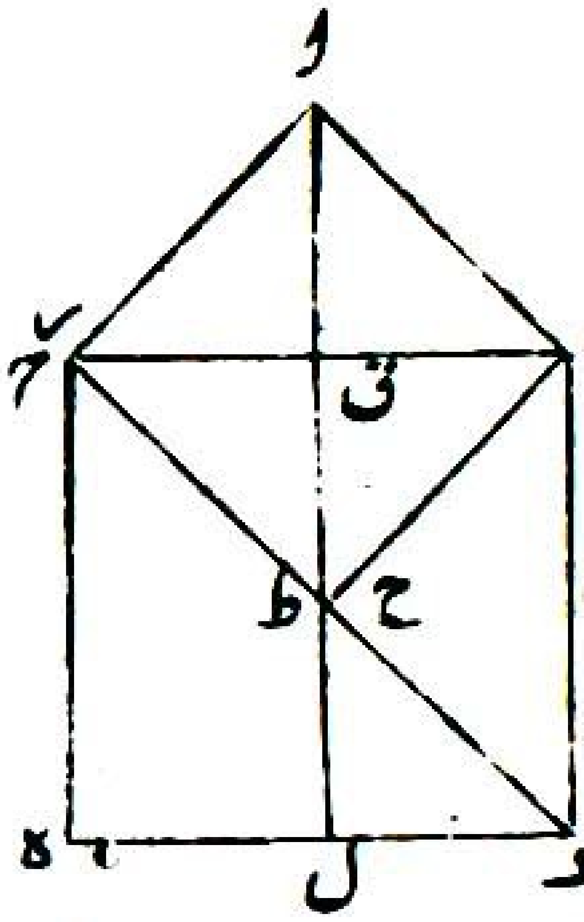
ضلع ا ب کا مربع ا ب ح ر مثلث کے موافق پہلو میں اور اس پر منطبق ہوتا ہوا بنایا گیا - لیکن ہم فرض کرتے ہیں کہ اور سب باتیں ویسی ہی ہیں - جیسی کتاب والی تصویر میں تھیں - اب ضلع ا ب یا تو ضلع ا ج

*. نوٹ (۱) وتر اور دونو ضلعوں کے مربعے مثلث کے مخالف پہلو میں ہوں - (۲) صرف وتر کا مربع مثلث کے مخالف پہلو میں ہو - (۳) وتر اور ضلع ا ب کے مربعے مثلث کے مخالف پہلو میں ہوں - (۴) وتر اور ضلع ا ج کے مربعے مثلث کے مخالف پہلو میں ہوں - (۵) وتر اور دونو ضلعوں کے مربعے مثلث کے موافق پہلو میں ہوں - (۶) صرف وتر کا مربع مثلث کے موافق پہلو میں ہو - (۷) وتر اور ضلع ا ب کے مربعے مثلث کے موافق پہلو میں ہوں - (۸) وتر اور ضلع ا ج کے مربعے مثلث کے موافق پہلو میں ہوں + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - کے برابر ہوگا یا اس سے بڑا یا اس سے چھوٹا - چونکہ مثلث ب ا ج کا زاویۂ ا اور مربع ب ا ر ح کا زاویۂ ب ا ر دونو قائمے ہیں (فرض و عمل) - اسلئے ضلع ا ر کا ا ج پر منطبق ہونا ضروری ہے - اب پہلی صورت میں یعنی جبکہ ا ب ا ج کے برابر ہو - نقطۂ ر بھی نقطۂ ج پر منطبق ہو جائیگا - اور دوسری صورت میں یعنی جبکہ ا ب ا ج سے بڑا ہو - نقطۂ ر نقطۂ ج سے آگے بڑھ کر اور تیسری صورت میں یعنی جبکہ

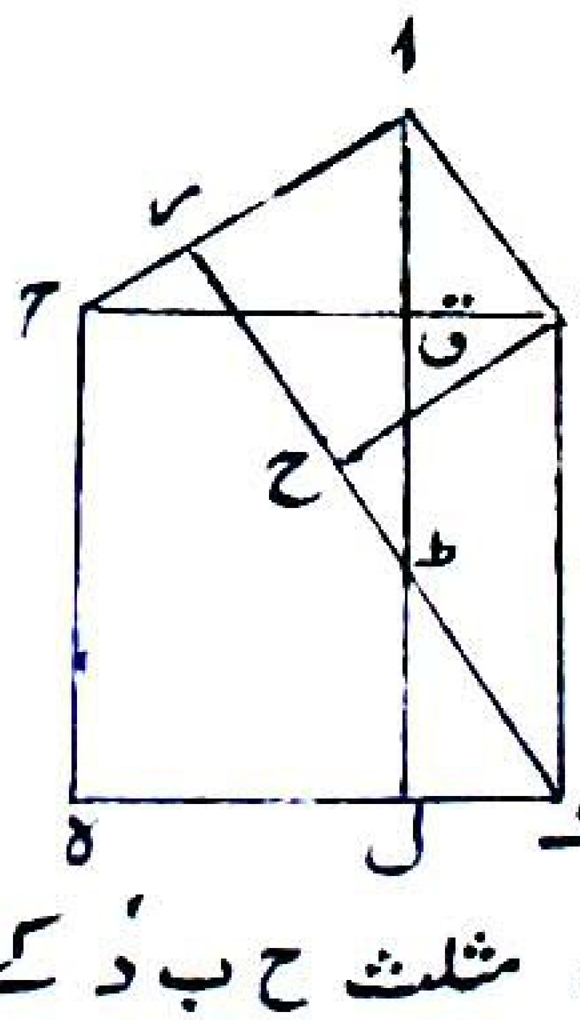


(۲)



(۱)

ا ب ا ج سے چھوٹا ہو - نقطۂ ر ا ج کے کسی درمیانی نقطے پر واقع ہوگا - بہر کیف ثبوت دعوے کے لئے د ح میں خط ملایا - تو چونکہ دونو زاوئے ا ب ح اور ج ب د قائمے ہیں (عمل) - اسلئے ان دونو میں سے مشترک زاویۂ ج ب ح کو گھٹا دینے کے بعد باقی دونو زاوئے ا ب ج اور ح ب د بھی برابر رہینگے (ع) - اب مثلث ب ا ج کے



(۳)

ضلعے ا ب ب ج اور درمیانی زاویۂ ا ب ج بہ ترتیب مثلث ح ب د کے ضلعوں ح ب ب د اور درمیانی زاویۂ ح ب د کے برابر ہیں - تو زاویۂ ب ح د اپنی نظیر زاویۂ قائمہ ب ا ج کے برابر اور قائمہ ہوگا (ش۴ د ص۹ محرر) - اور اس کا ہم پہلو زاویۂ ب ح ر بھی قائمہ ہے (عمل) - تو خط د ح ر ایک

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - سیدھا خط ہوگا (ش[۱۴]) - اور چونکہ ح س اب کا متوازی تھا (عمل) - تو سارا خط د ح س اب کا متوازی ہوگا اور خط ال سے جو ب د کا متوازی تھا - کسی نقطے مثلاً ط پر تقاطع کرتا ہوا[(۱)] گزریگا - پھر ف ا ھ اور ھ ب ا میں سے ہر ایک زاویہ زاویۂ ب ا ق سے[(۲)*] ملکر ایک زاویۂ قائمے کے برابر ہوتا ہے - تو زاویۂ ق ا ح اور ھ ب ا برابر ہونگے (ع) - پھر جب زاویۂ ق ا ھ زاویۂ ھ ب ا کے برابر ہوا - اور زاویۂ ا س ح یعنی ا ب ح قائمہ ہے (عمل) - تو درصورت مثلث قائم الزاویۂ ب ا ھ کے ضلعوں اب ھ ا کے

موفٹ نوٹ (۱) چونکہ زاویۂ ا س د قائمہ اور زاویۂ س ا ل قائمے سے چھوٹا ہے - اسلئے کہ سکتے ہیں کہ خط س د اور ا ل دو خطوں پر ایک خط ا س واقع ہوا - اور ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ا س د اور س ا ل ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں - اسلئے خط د ح س کا خط ا ل سے کسی نہ کسی نقطے پر تقاطع کرنا ضروری ہے (ق) - مترجم

* فٹ نوٹ (۲) جب زاویۂ ب ا ھ قائمہ ہے (فرض) تو ظاہر ہے کہ زاویۂ ق ا ھ اور ب ا ق سے ملکر ایک زاویۂ قائمہ ب ا ھ بن جاتا ہے - اور چونکہ ب د اور ا ل متوازی ہیں (عمل) - اور اُن پر ب ق خط واقع ہوا ہے - تو ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د ب ق اور ل ق ب ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش[۲۹]) - لیکن اکیلا د ب ق ایک قائمہ تھا (عمل) - تو باقی ل ق ب بھی ایک قائمہ ہوگا - پھر دو خطوں ل ا اور ب ھ نے نقطۂ ق پر تقاطع کیا ہے - تو دونو زاوئے ل ق ب اور ب ق ا ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش[۱۳]) - اور زاویہ ل ق ب کا قائمہ ہونا ابھی ثابت ہوا ہے - تو باقی ب ق ا بھی قائمہ ہوگا اور جب مثلث ب ق ا میں ایک زاویہ ب ق ا قائمہ ہوا - تو باقی دونو زاوئے ق ب ا اور ب ا ق ملکر ایک قائمے کے برابر ہونگے (ش[۳۲]) - اور جب زاویۂ ق ب ا یعنی ھ ب ا اور ب ا ق ملکر ایک قائمے کے برابر ہوئے جس طرح زاویۂ ق ا ھ اور ب ا ق ملکر ایک قائمے کے برابر تھے - تو صاف بات ہے کہ دونو زاوئے ق ا ح اور ھ ب ا باہم برابر ہونگے - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - برابر ہونے کے خط دح اور ال کا نقطۂ تقاطع ط مربع اب کے نقطۂ ح پر منطبق ہوگا - اور در صورت اب کے اج سے بڑے ہونے اور نقطۂ ہ کے نقطۂ ج سے آگے بڑھ کر واقع ہونے کے نقطۂ ط مابین ح اور ہ کے اور در صورت اب کے اج سے چھوٹے ہونے اور نقطۂ ہ کے نقطۂ ج سے ورے کسی نقطے پر واقع ہونے کے نقطۂ ط مابین ح اور د کے کسی نقطے پر واقع ہوگا - کیونکہ پہلی صورت میں زاویۂ طاج کا نصف قائمے کے برابر اور دوسری صورت میں نصف قائمے سے چھوٹا اور تیسری صورت میں نصف قائمے سے بڑا ہونا ضروری ہے - بہرکیف کوئی سی صورت بھی ہو - چونکہ

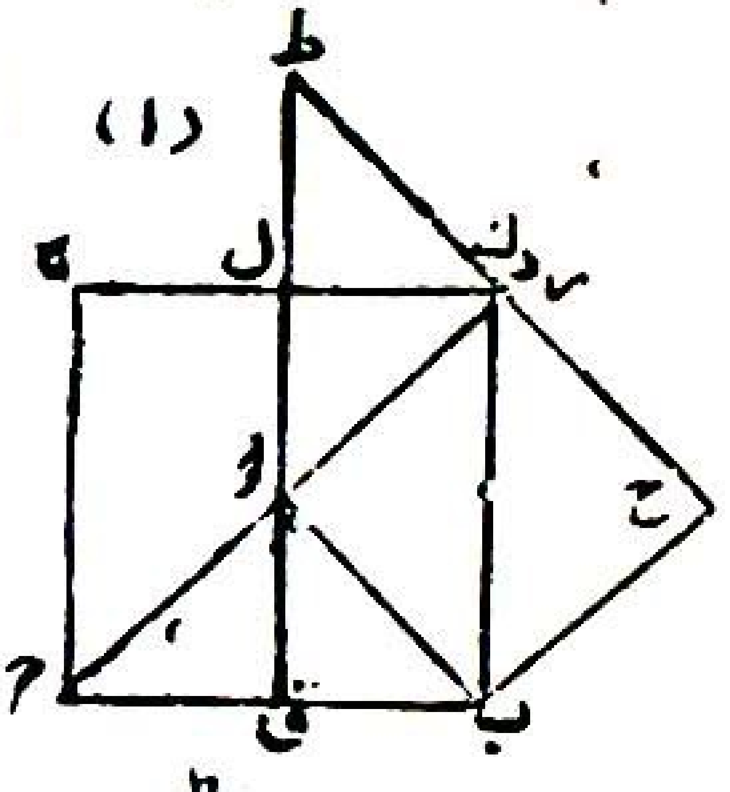
فٹ نوٹ - یعنی اور ایسا جبھی ہو سکتا ہے کہ پہلی صورت میں نقطۂ ط نقطۂ ح پر منطبق ہو - کیونکہ جب اب اج کے برابر ہے - تو اہ بھی اج کے برابر ہوگا - اور وتر ب ج مربع اب کا قطر اور زاویۂ ق ب ا یعنی ق اج زاویۂ قائمہ ب اج کا نصف ہوگا (ش ۱۳) - لیکن ق اج زاویۂ قائمہ ب اج کا نصف اسی حالت میں ہو سکتا ہے کہ خط اق ل نقطۂ ح پر گزرے اور مربع اب کا قطر واقع ہو - اور دوسری صورت میں نقطۂ ط مابین ح اور ہ کے کسی نقطے پر واقع ہو - کیونکہ جب اب اج سے بڑا ہے - تو ضلع اہ کا نقطۂ ہ نقطۂ ج سے آگے بڑھ کر واقع ہوگا - اور اب وتر ب ج فرضی قطر ب ہ سے ا کی طرف واقع ہوگا - اور زاویۂ ج ب ا جزو زاویۂ ہ ب ا کل نصف قائمے سے چھوٹا ہوگا - تو ضرور زاویۂ طاج کو بھی نصف قائمے سے چھوٹا ہونا چاہیے - لیکن اگر اس صورت میں نقطۂ ط نقطۂ ح پر منطبق ہو جائے - تو خط اط قطر اور زاویۂ طاج پورا نصف قائمہ ہو جائیگا یا مابین نقطۂ ح اور د کے واقع ہو - تو خط اط فرضی قطر ح و سے د کی طرف واقع ہوگا اور زاویۂ طاج کل زاویۂ ح اہ جزو سے جو قائمۂ باج کا نصف ہے بڑا ہوگا - حالانکہ وہ زاویۂ ج ب ا کے برابر تھا جو اس صورت میں نصف قائمے سے چھوٹا ہے - اور تیسری صورت میں نقطۂ ط مابین ح اور د کے کسی نقطے پر واقع ہو - کیونکہ جب اب اج سے چھوٹا ہے - تو اہ کا نقطۂ ہ مابین ا اور ج کے کسی نقطے پر واقع ہوگا - اور اب وتر ب ج فرضی قطر ب ہ سے ا کے مخالف جانب میں ہوگا - اور زاویۂ ج ب ا کل یعنی زاویۂ ق اج زاویۂ ہ ب ا جزو سے جو قائمے کا نصف ہے (ش ۱۳) بڑا ہوگا - لیکن اگر اس صورت میں نقطۂ ط نقطۂ ح پر منطبق ہو جائے - تو ظاہر ہے کہ زاویۂ طاج نصف قائمے کے برابر اور اگر مابین ح ہ کے کسی نقطے پر واقع ہو تو زاویہ طاج جزو زاویۂ ح اہ کل سے جو قائمے کا نصف ہے (ش ۱۳) چھوٹا ہوگا - حالانکہ وہ زاویۂ ج ب ا کے برابر تھا جو اس صورت میں جیسا کہ بیان ہو چکا ہے نصف قائمے سے بڑا ہے - تو ثابت ہو گیا کہ پہلی صورت میں نقطۂ ط نقطۂ ح پر منطبق ہوگا - اور دوسری صورت میں مابین ح اور ہ کے - اور تیسری صورت میں مابین ح اور د کے

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲)- مربع ب ا ر ح سطح ب ا ط د کے ساتھ ایک قاعدے ا ب پر دو متوازی خطوں ا ب د ر کے مابین واقع ہؤا ہے-اسلئے وہ دونو برابر ہونگے (ش ۳۵)- اسی طرح سطح ب ا ط د سطح ب ق ل د کے ساتھ ایک قاعدے ب د پر دو متوازی خطوں ب د اور ا ل کے مابین واقع ہوئی ہے- اسلئے یہ دونو سطحیں بھی برابر ہونگی (ش ۳۵)، اور اسلئے مربع ب ا ر ح سطح ب ق ل د کے برابر ہؤا (غ)، جو مربع ب ح ط د کا ایک حصہ ہے-اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ مثلث کے دوسرے ضلع ا ح کا مربع بھی خواہ مثلث ا ب ح کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہؤا بنایا گیا ہو- یا اُس کے مخالف پہلو میں اور اس سے بچا ہؤا ہو سطح ح ل کے برابر ہے جو مربع ب ح ط د کا دوسرا حصہ ہے-اور اب ثابت ہوگیا کہ (مربع ا ب + مربع ا ح) اکیلے مربع ب ح کے برابر ہے-اس تمام بیان سے مذکورۂ بالا آٹھ صورتوں میں سے چار صورتوں کا ثبوت ہوگیا-اور اب وہ چار صورتیں باقی ہیں-جن میں مثلث قائم الزاویئے کے وتر ب ح کا مربع مثلث مذکور کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہؤا بنایا جائے +

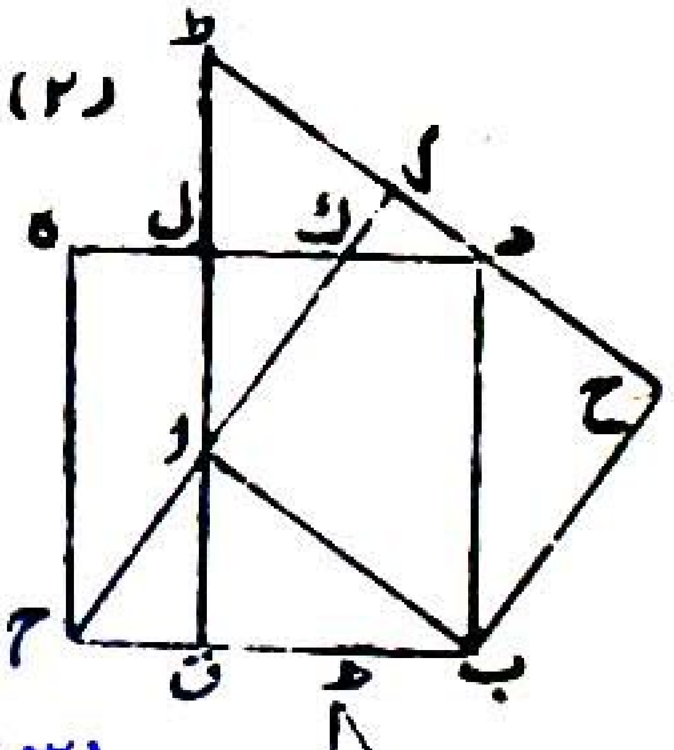
موءلف نوٹ (۱) جبکہ تینوں مربعے مثلث کے مخالف پہلو میں بنائے گئے ہوں اس صورت کا ثبوت اصل کتاب میں بیان ہؤا ہے (۲) جبکہ صرف ا ب کا مربع مثلث کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہؤا بنایا گیا ہو-اس صورت کا مفصل ثبوت محقق محرر نے اسی مذکورۂ بالا نوٹ میں بیان کیا ہے (۳) جبکہ صرف ا ح کا مربع مثلث کے موافق پہلو میں اور اس پر منطبق ہوتا ہؤا بنایا گیا ہو (۴) جبکہ صرف ا ب اور ا ح کے مربعے مثلث کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتے ہوئے بنائے ہوں-ان دونو صورتوں کا ثبوت اسی طرح ہو سکتا ہے-جس طرح محقق محرر نے دوسری صورت کا ثبوت اپنے نوٹ میں بیان کیا ہے + مترجم

بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲)- فرض کیا کہ مربع ب ح ھ د مثلث پر منطبق اور مربع اب اس کے مخالف پہلو میں واقع ہے۔ ب د کے متوازی ا ل کھینچا (ث ۳) جو ب ح سے نقطۂ ق پر اور د ھ سے نقطۂ ل پر تقاطع کرتا ہوا گزرا۔ پھر ح ا کو اس کی سیدھ میں اتنی دور تک بڑھایا کہ وہ مربع ب ح سے باہر نکل گیا۔ اب اگر مثلث قائم الزاویہ کا ضلع اب ضلع ح ا کے برابر ہو۔ تو ح ا اپنی سیدھ میں بڑھتے ہوئے مربع ب ح د ھ کے نقطۂ د پر اور اب ا ح سے بڑا ہو۔ تو ح ا د اور ھ کے کسی درمیانی نقطے مثلاً ک پر اور اگر اب ا ح سے چھوٹا ہو۔ تو ح ا دب کے کسی درمیانی نقطے مثلاً ک پر گزریگا۔ کیونکہ پہلی صورت میں اگر ح ا اپنی سیدھ میں بڑھتے ہوئے نقطۂ د پر نہ گزرے۔ بلکہ د ھ کے نقطۂ ک یا دب کے نقطۂ ک پر گزرے۔ تو ح ا مربع ب ح کا قطر اور زاویۂ ا ح ب زاویۂ قائمہ کا نصف نہ ہوگا۔ بلکہ پہلی صورت میں زاویۂ ا ح ب نصف قائمہ سے بڑا اور دوسری صورت میں نصف قائمہ سے چھوٹا ہوگا۔ حالانکہ جب ضلع اب ح ا برابر ہیں۔ تو زاویۂ ح ا ب کو زاویۂ قائمہ کا نصف ہونا ضروری ہے (ث ۵ م ۱)۔ اور دوسری صورت میں اگر وہ د ھ کے درمیانی نقطے مثلاً ک پر نہ گزرے۔ تو ضرور یا نقطۂ د پر گزریگا یا دب کے کسی درمیانی

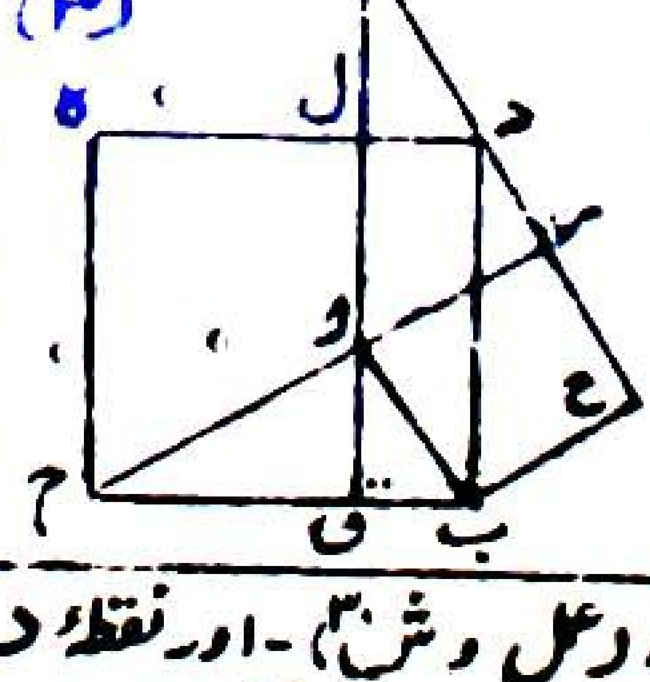
(۱)



(۲)



(۳)



موقت نوٹ۔ چونکہ ا ل ب د اور ھ ح دونو کا متوازی ہے (ع ل و ث ۳)۔ اور نقطۂ د اور ھ یا نقطۂ ب اور ح پر اُس کا گزرنا ممکن نہیں ہے۔ تو ضرور مابین نقطہائے د ھ اور ب ح ہی سے گزریگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲)- نقطے پر- پہلی صورت میں ظاہر ہے کہ اج جو مربع ب ج کے مقابل کے زاویوں ج اور د میں ملایا گیا ہے- اُس کا قطر اور زاویۂ اج ب زاوئے قائمے کا نصف ہوگا (ش ۳۴)- اور دوسری صورت میں صاف ہے کہ زاویۂ د ج ب کل جو فرضی قطر د ج سے حاصل ہو سکتا ہے زاوئے قائمے کا نصف اور زاویۂ لہ ج ب جزو نصف قائمے سے چھوٹا ہوگا- حالانکہ اب کے اج سے بڑے ہونے کی صورت میں زاویۂ لہ ج ب کا نصف قائمے سے بڑا ہونا ضروری ہے (فرض و ش ۱۸ و ۳۲)- تو ماننا پڑیگا کہ اس صورت میں اج اپنی سیدھ میں د ہ کے نقطۂ درمیانی لہ ہی پر گزریگا- اور تیسری صورت میں اگر د ب کے درمیانی نقطۂ لہ پر نہ گزرے- تو پھر یا نقطۂ د پر گزریگا یا د ہ کے درمیانی نقطے لہ پر- د پر گزرے- تو ماننا پڑیگا کہ زاویۂ اج ب قائمے کا نصف ہے (ش ۳۴)- اور د ہ کے درمیانی نقطے لہ پر گزرے- تو ماننا پڑیگا کہ زاویۂ مذکور نصف قائمے سے بھی بڑا ہے- حالانکہ اب کے اج سے چھوٹے ہونے کی صورت میں زاویۂ اج ب کا نصف قائمے سے چھوٹا ہونا ضروری ہے (فرض و ش ۱۸ و ۳۲)- تو ثابت ہوا کہ اس صورت میں اج اپنی سیدھ میں د ب ہی کے درمیانی نقطے لہ پر گزریگا- الغرض مذکورۂ بالا صورتوں میں سے کوئی سی صورت بھی ہو ضلع اب کے نقطۂ ب سے ب ح ایک عمود کھینچا (ش ۱۱)- اور د ب د کے نقطۂ د سے ب ح پر ایک عمود د ح ڈالا (ش ۱۲)- اور چونکہ ح ا میں خط ملانے سے د اور لہ کی طرف پیدا ہونے والے دو زاوئے دو قائموں سے چھوٹے ہونگے

نوٹ- چونکہ د ح ح ب پر عمود ہے (عمل)- اسلئے زاویۂ د ح ب قائمہ ہوگا- اور زاویۂ لہ اب بھی قائمہ ہے (فرض و ش ۱۳)- اسلئے ح ا فرضی خط سے پیدا ہونے والے زاوئے د ح ا اور لہ اح جزو دونو زاوئے قائموں د ح ب اور لہ اب کل سے چھوٹے ہونگے- مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - ہوتے ہیں - اسلئے دونو خط ح د اور ا ک د اور ک کی طرف اپنی اپنی سیدھ میں بڑھنے سے پہلے یا پیچھے کسی نہ کسی نقطے مثلاً ر پر ضرور جا ملینگے [1] (ص ۶) اور اب سطح ا ب ح ر متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہوگی [2] - پھر چونکہ مثلث د ح ب کا ضلع د ب اور دونو

فٹ نوٹ (۱) اگر مثلث قائم الزاویۂ کے دونو ضلعے ا ب ا ح برابر ہوں - تو ح د اور ا ک کو بڑھانے کی ضرورت نہ ہوگی - بلکہ اس صورت میں تینوں نقطے د - ک اور ر ایک دوسرے پر منطبق ہونگے - اور اگر ا ب ا ح سے چھوٹا ہو - تو صرف ا ک کو بڑھانے کی ضرورت ہوگی اور وہ ح د کے کسی درمیانی نقطے ر پر مل جائیگا - لیکن اگر ا ب ا ح سے بڑا ہو - تو ح د اور ا ک دونو کو بہ ترتیب د اور ک کی طرف بڑھائینگے جو نقطۂ ر پر جا ملینگے - کیونکہ اس صورت میں نقطۂ ک خط د ک پر واقع ہوگا - اور اسلئے جب تک ح د اور ا ک اپنی اپنی سیدھ میں نہ بڑھینگے ملاقات ہونی ناممکن ہوگی + مترجم

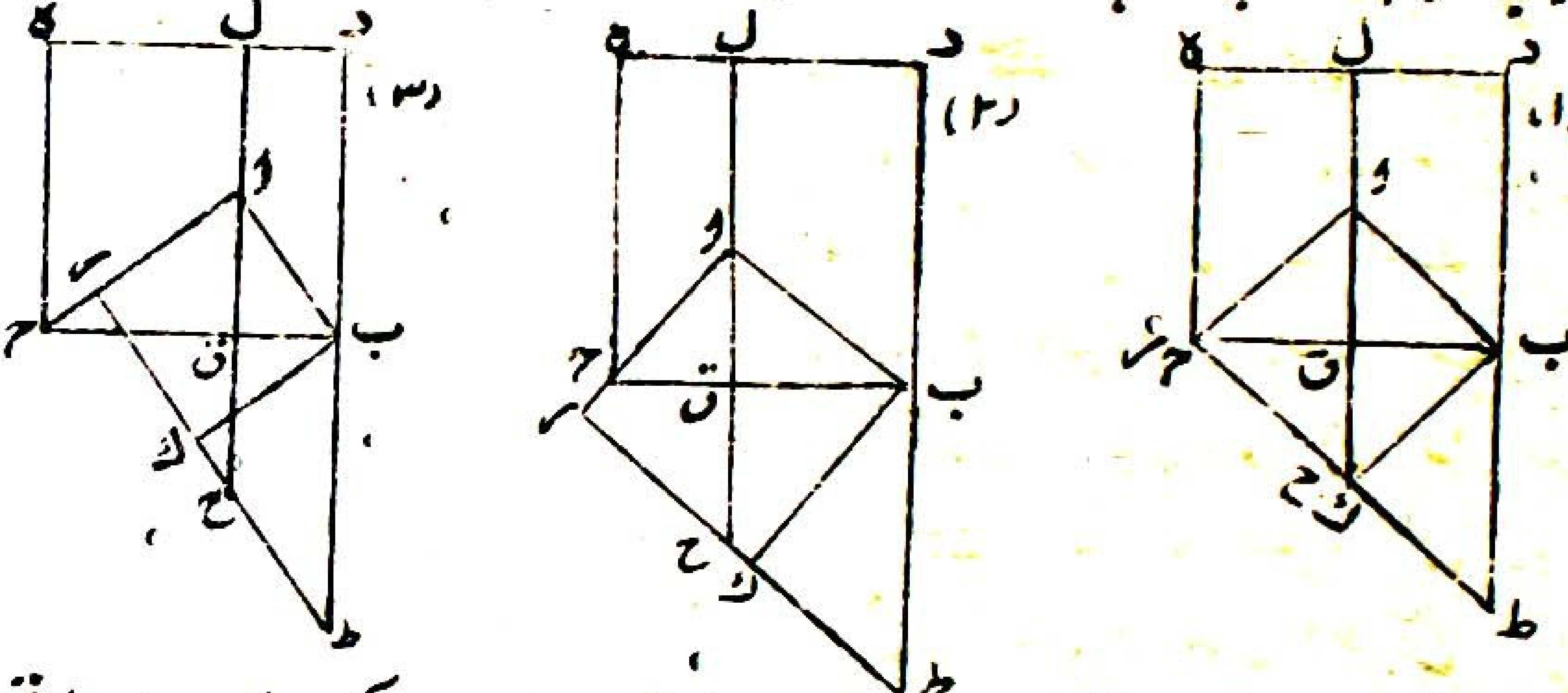
فٹ نوٹ (۲) کیونکہ دونو خطوں ر ح اور ا ب پر ح ب خط واقع ہؤا اور ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د ح ب اور ا ب ح دو قائمے ہیں (عل) - تو دونو خط ر ح اور ا ب متوازی ہونگے (ش ۲۸) - اور اسی طرح ح ب اور ر ا پر ا ب واقع ہؤا - اور دونو زاوئے ا ب ح (عل) اور ر ا ب (فرض و ش ۱۳) دو قائمے ہیں - تو دونو خط ح ب اور ر ا بھی متوازی ہونگے (ش ۲۸) اور اب ظاہر ہے کہ سطح ا ب ح ر متوازی الاضلاع ہوئی اور سطح متوازی الاضلاع میں مقابل کے زاوئے برابر ہوتے ہیں (ش ۳۴) - اسلئے زاویۂ ا ر ح اپنے مقابل کے زاویۂ قائمۂ ا ب ح کے برابر اور قائمہ ہوگا - یا یوں کہو کہ جب دونو متوازی خطوں ح ب ر ا پر ح ر خط واقع ہؤا - تو ضرور ایک طرف کے دونو اندرونی زاوئے دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) اور ب ح ر قائمہ ہے (عل) - تو زاویۂ ح ر ا بھی قائمہ ہوگا - اور ب ح ر ر ا ب میں سے ہر ایک کا قائمہ ہونا پہلے سے معلوم ہے - تو سطح مذکور

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - زاوئے د ح ب د ب ح بہ ترتیب مثلث ا ب ح کے ضلع ب ح اور زاویوں ب ا ح ح ب ا کے برابر ہیں - اسلئے ضلع ا ب بھی اپنی نظیر ضلع ب ح کے برابر ہوگا (ش ۲۶) اور جب ا ب اور ب ح برابر ہوئے - تو سطح ا ب ح ر ایک شکل مربع (۱) ہوئی (ش ۴۶ و ح ۲) - جو ضلع د ب پر واقع اور مثلث ا ب ح پر غیر منطبق ہے - جیسا کہ ہم نے چاہا تھا - اب ح ر ا ل کو بہ ترتیب ر اور ل کی طرف اپنی اپنی سیدھ میں بڑھایا - تو چونکہ ان دونو پر خط ا ر کے واقع ہونے سے ر اور ل کی طرف پیدا ہونے والے زاویوں کا مجموعہ دو قائموں سے چھوٹا ہوتا ہے (۲) - اسلئے وہ دونو کسی نہ کسی نقطے مثلاً ط پر ضرور ملینگے (ص ۶) - پھر چونکہ سطح متوازی الاضلاع د ب ا ط ایک طرف تو مربع ا ب کے برابر ہے (ش ۳۵) - کیونکہ وہ دونو ایک قاعدہ ا ب پر مابین دو متوازی خطوں ب د ح ط کے واقع ہیں اور ایک طرف سطح متوازی الاضلاع د ب ق ل کے برابر ہے (ش ۳۵) - کیونکہ وہ دونو بھی ایک قاعدۂ ب د پر مابین دو متوازی خطوں ب د . ط ق کے واقع ہیں - اسلئے مربع ا ب اور سطح د ب ق ل باہم بھی برابر ہیں (ع ۲) - ایسے ہی مربع ا ح اور سطح ق ک کے برابر ہونے سے ثابت ہو جائیگا - کہ مربع ا ب + مربع ا ح ا مربع ب ح کے برابر ہے - اب فرض کیا کہ مربع ب ح کی طرح مربع ا ب بھی مثلث ا ب ح کے موافق

فٹ نوٹ (۱) یہ بات کہ سطح ا ب ح ر خط ا ب کا مربع ہے - پہلی ہی شکل سے بہ سہولت ثابت ہو سکتی ہے - لیکن محقق محرر نے ایک نئی دلیل سے ثابت کرکے علم ریاضی میں اپنی قدرت کا ثبوت دیا ہے + مترجم

فٹ نوٹ (۲) چونکہ زاویۂ ا ر ح قائمہ ہے - اسلئے زاویۂ ط ر ا بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳) اور اگر ب ا کو ا کی طرف سیدھا م تک بڑھائیں - تو زاویۂ م ا ر بھی قائمہ ہوگا (فرض و ش ۱۳) - لیکن زاویۂ ط ا ر جزو زاویۂ قائمہ م ا ر کل سے چھوٹا ہے - اسلئے زاویۂ (ط ر ا + ط ا ر) دو قائموں سے چھوٹا ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - پہلو ہیں اور اُسی پر منطبق ہوتا ہؤا بنایا گیا ہے - اب اگر اب اح کے برابر ہے - تو نقطۂ ر نقطۂ ح پر منطبق ہوگا - اور اگر اب اح سے بڑا ہے - تو وہ اح کے نقطۂ ح سے آگے بڑھ کر اور اگر اب اح سے چھوٹا ہے - تو وہ اح ہی کے کسی درمیانی نقطے پر واقع ہوگا -



پھر چونکہ دو زاویوں ق اح اور ح ب د میں سے ہر ایک زاویہ ب اق کے ساتھ ملکر ایک قائمے کے برابر ہوتا ہے - اسلئے وہ دونو باہم بھی برابر ہونگے (ع) - اب اق کو اس کی سیدھ میں بڑھاتے گئے کہ وہ ر ج سے نقطۂ ك پر جا ملا - پھر اب اح کے برابر ہو - تو نقطۂ ك نقطۂ ح پر منطبق

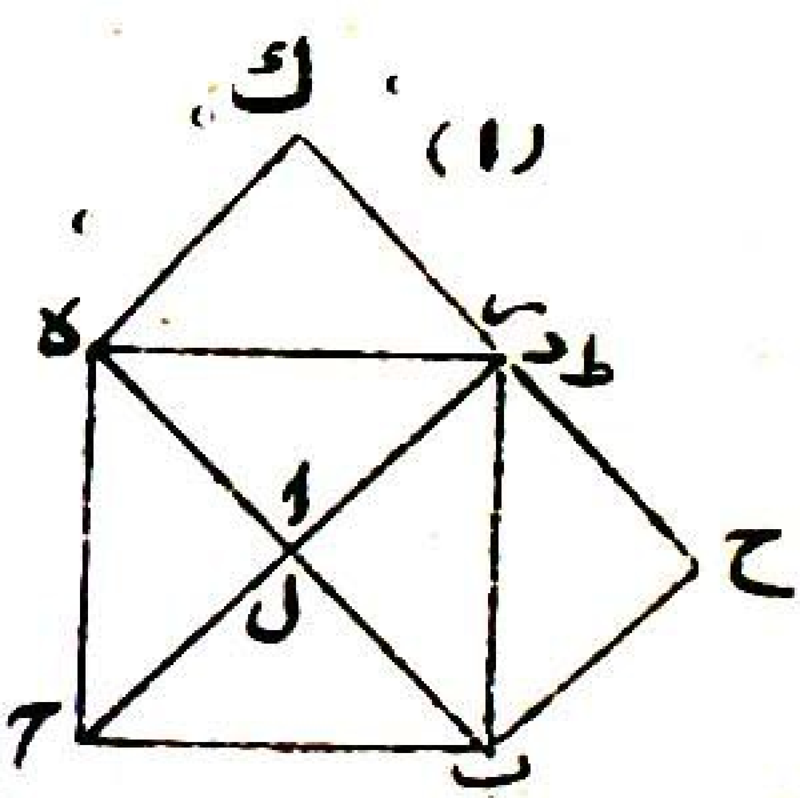
موفٹ نوٹ - (ق اح + ب اق) کا ایک زاویۂ قائمے کے برابر ہونا تو صاف ہے کیونکہ دونو ملکر زاویۂ ب اح کے برابر ہیں جو قائمہ تھا (فرض) اور (ح ب ا + ب اق) اسلئے ایک قائمے کے برابر ہے کہ ب د ق ل دو متوازی خطوں پر ب ق خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاویئے د ب ق اور ل ق ب ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۹) - لیکن اکیلا زاویۂ د ب ق یا د ب ح قائمہ ہے (عل) - تو دوسرا زاویۂ ل ق ب بھی ایک قائمہ ہوگا (ع) اور جب مثلث ق ب ا کا ایک زاویۂ ق قائمہ ہؤا - تو باقی دو زاویئے ق ب ا اور ق اح ملکر ایک قائمے کے برابر ہونگے (ش ۳۲) + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - ہوگا اور زاویۂ ق ا ح یا ح ب ا زاویئے قائمے کا نصف ہوگا (ش ۳۲) - اور اب ا ح سے بڑا ہو - تو نقطۂ ک ضلع ر ح ہی کے نقطہائے ر ح کے مابین کسی نقطے پر واقع ہوگا - اور اب زاویۂ ق ا ح نصف قائمے سے چھوٹا ہوگا - لیکن اگر اب ا ح سے چھوٹا ہو - تو نقطۂ ک ضلع ر ح کو ح کی طرف بڑھانے کے بعد اس کے کسی نقطے پر واقع ہوگا - اور اس صورت میں زاویۂ ق ا ح نصف قائمے سے بڑا ہوگا - اب د ب اور ر ک کو اپنی اپنی سیدھ میں بڑھاتے گئے کہ وہ دونو نقطۂ ط پر مل گئے - اب مثلث ا ب ح کا ضلع ا ب اور اس کے دونو زاویئے ب ا ح ا ب ح بہ ترتیب مثلث ا ر ک کے ضلع ا ر اور زاویوں ا ر ک ر ا ک کے برابر ہیں - تو ضلع ا ک اپنی نظیر ضلع ب ح کے برابر ہوگا - یعنی دونو ضلعے د ب اور ب ط ضلع ا ک کے برابر ہونگے (ش ۲۶ و ع وش ۳۴) اور اب سطح متوازی الاضلاع ا ط سطح متوازی الاضلاع د ق کے برابر ہوگی (ش ۳۶) - کیونکہ وہ دونو برابر کے دو قاعدوں د ب اور ب ط پر ایک جانب میں مابین دو متوازی خطوں د ط اور ل ک کے واقع ہوئے ہیں - نیز سطح ا ط مربع ا ب ح ر کے برابر ہوگی (ش ۳۵) - کیونکہ وہ دونو ایک قاعدۂ اب پر ایک جانب میں مابین دو متوازی خطوں ا ب ر ط کے واقع ہیں - اسلئے سطح متوازی الاضلاع د ق اور مربع ا ب ح ر بھی برابر ہونگے (ع) اور جب اسی طرح ہم ثابت کر دینگے کہ ضلع ا ح کا مربع سطح متوازی الاضلاع ح ل کے برابر ہے - خواہ مربع مذکور مثلث ا ب ح

حٰ نوٹ - کیونکہ د ب ر ک دو خطوں پر ب ح خط واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاویئے ب ح ط اور ط ب ح ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں - اسلئے کہ زاویۂ ب ح ط اگرچہ قائمہ ہے - مگر زاویۂ ط ب ح زاویۂ قائمہ ط ب ح کا جزو ہے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہُوا بنایا گیا ہو یا اُس کے مخالف پہلو میں اور غیر منطبق ہوتا ہُوا - تو ثابت ہو جائیگا - کہ (مربع اب + مربع اج) مربع ب ج کے برابر ہے - اور یہی دعوےٰ تھا +

مذکورۂ بالا آٹھوں صورتوں میں وتر زاویۂ قائمہ ب ج کے مربعے کو ال خط متوازی کے ذریعے سے دو سطحوں میں تقسیم کرکے دعوے ثابت کیا گیا ہے - لیکن اگر اُس کے دو حصے نہ کئے جائیں اور مربع مذکور کو مثلث اب ج پر منطبق مانیں - تو اس کا ثبوت ذیل کے طریق سے ہوگا - مثلث اب ج کے کسی ایک ضلع مثلاً اج کو اس کی سیدھ میں ا کی طرف بڑھاتے گئے کہ وہ مربع مذکور سے نقطۂ ط پر تقاطع کرتا ہُوا نکل گیا - اب اگر نقطۂ ط نقطۂ د پر منطبق ہو - تو مثلث کے دونو ضلعے اب اج برابر ہونگے - لیکن اگر وہ ضلع دب یا ده کے نقطۂ د کے سوا کسی اور نقطے پر تقاطع کرے - تو



فٹ نوٹ - اس تمام بیان سے اُن باقی چار صورتوں کا بھی ثبوت ہوگیا - جن میں ب ج کا مربع مثلث کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہُوا بنایا گیا ہو -

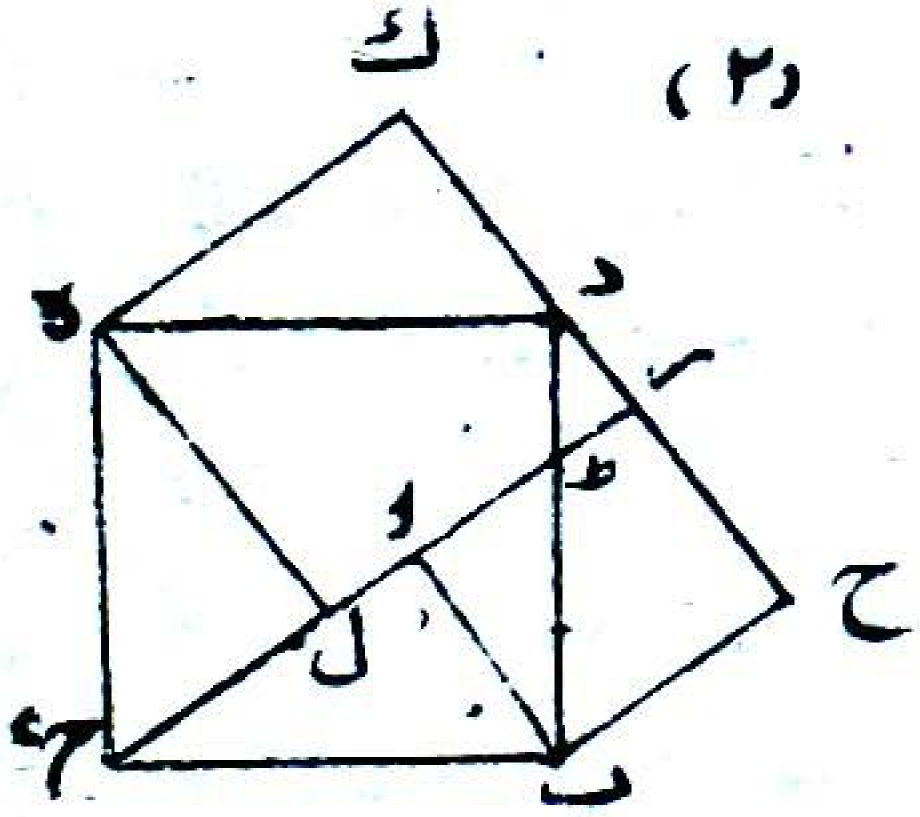
(۱) ب ج اور اج کے مربعے مثلث پر منطبق اور اب کا مربع غیر منطبق ہو -

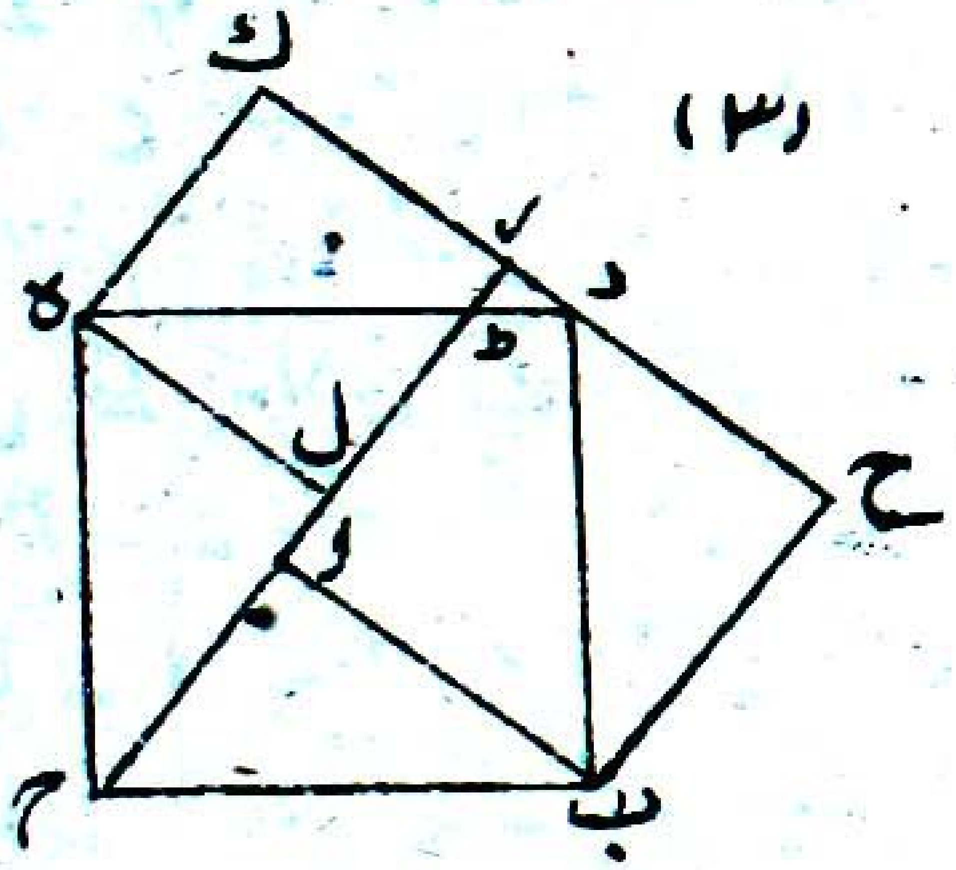
(۲) ب ج اور اب دونو کے مربعے مثلث پر منطبق اور اج کا غیر منطبق ہو - ان دونو صورتوں کا مفصل ثبوت محقق محرر نے مذکورۂ بالا نوٹ میں بیان کر دیا ہے -

(۳) ب ج کا مربع منطبق اور اب اج کے مربعے غیر منطبق ہوں -

(۴) ب ج اب اج تینوں کے مربعے مثلث پر منطبق ہوں - ان دونو صورتوں کا ثبوت مذکورۂ بالا پہلی دو صورتوں کے ثبوت پر قیاس کیا جا سکتا ہے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲)- ضرور اب اور ا ج چھوٹے بڑے ہونگے(۱۰)- اب بڑھائے ہوئے خط ا ج





پر نقطۂ د سے د ر عمود(۲) قائم کیا- اور اس عمود د ر پر ا سے دونو طرف سیدھ میں بڑھا کر نقطہائے ب اور ہ سے بہ ترتیب ب ح اور ہ ک دو عمود ڈالے (ش ۱۲)- اور نقطۂ ہ سے ج ر پر عمود ہ ل ڈالا (ش ۱۲)- اب اگر اب اور ا ج برابر ہوں- تو نقطۂ ل نقطۂ ا پر منطبق اور

فٹ نوٹ (۱) اگر نقطۂ ط ضلع د ب کے کسی درمیانی نقطے پر منطبق ہو- تو زاویۂ ا ج ب فرضی قطر کے زاویۂ د ج ب یعنی نصف قائمے سے چھوٹا ہوگا- اور اب مثلث کا دوسرا زاویۂ ا ب ج ضرور نصف قائمے سے بڑا ہوگا (فرض و ش ۳۲)- اور اسلئے ا ب ج کے مقابل کا ضلع ا ج بھی ا ج ب کے مقابل کے ضلع اب سے بڑا ہوگا (ش ۱۹)- اور اگر نقطۂ ط ضلع د ہ کے کسی درمیانی نقطے پر منطبق ہو- تو زاویۂ ا ج ب کل فرضی قطر کے زاویۂ د ج ب جزو یعنی نصف قائمے سے بڑا ہوگا (فرض و ش ۳۲)- اور اب ظاہر ہے کہ ضلع اب ضلع ا ج سے بڑا ہوگا (ش ۱۹) مترجم

فٹ نوٹ (۲) اگر نقطۂ ط نقطۂ د پر منطبق ہو- تو یہ عمود بحکم نوٹ نمبری متعلقہ شکل ۱۱ کے قائم کیا جائیگا- اور اگر وہ نقطۂ د پر منطبق نہ ہو- تو عمود مذکور بحکم شکل ۱۲ کے ڈالا جائیگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - ہ ل ا ب سے ملکر ایک سیدھا خط ہو جائیگا - اور اگر
اب اج سے بڑا ہو یا چھوٹا - تو نقطۂ ل نقطۂ ا کے سوا پہلی صورت
میں اط کے اور دوسری صورت میں اج کے کسی اور درمیانی نقطے
پر واقع ہوگا - اب چاروں مثلثوں اب ج ج ب د ک ہ د اور ل ہ ج
میں بہ ترتیب مربع ب ج کے ضلعے ب ج ب د د ہ اور ہ ج باہم
برابر ہیں - اور بہ ترتیب چاروں زاوئے ا ج ک اور ل قائمے اور ایک
دوسرے کے برابر ہیں - اسی طرح ان کے باقی زاوئے بھی اپنی اپنی نظیر
کے یعنی زاویۂ اب ج ج ب د ک د ہ اور ل ج ہ اور اسی طرح زوایا ے

فٹ نوٹ - جب اب اور ج ا برابر ہوں - تو دونو زاویوں اب ج
اور اج ب میں سے ہر ایک نصف قائمے کے برابر ہوگا (فرض
و ش ۵ و ش ۳۲) - اور اب دونو ضلعے اب اور اج اپنی اپنی سیدھ
میں بڑھ کر مربع ب ج د ہ کے دو قطر اور بہ ترتیب نقطہاے
ہ اور د پر منتہی ہونگے - اور اس حالت میں اگر اب ہ ل
سے مل کر سیدھا ایک خط نہ ہو جائے - بلکہ نقطۂ ل نقطۂ ا سے
علیحدہ ایک طرف میں واقع ہو - تو ب ا کو ہ تک سیدھا لے
جانے سے ہ ا ل ایک مثلث پیدا ہو جائیگا - جس کے صرف دو
زاوئے ہ ل ا ہ ا ل مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے - ہ ل ا
تو اس لئے قائمہ ہوگا - کہ ہ ل ج س پر عمود ڈالا گیا ہے - اور جب
زاویۂ ب ا ج قائمہ ہے (فرض) - تو اس کا ہم پہلو زاویۂ ہ ا ل
بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳) - اور یہ ناممکن ہے (ش ۱۷ و ۳۲) + مترجم

بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲)- ا ح ب ح د ب ک ۵ د اور ل ۵ ح باہم برابر ہیں- تو چاروں مثلث باہم اور اُن کے سارے ضلعے اپنی اپنی نظیروں

موقت نوٹ- چونکہ دونو زاویوں اب ح اور ح ب د میں سے ہر ایک زاویۂ اب د سے ملکر ایک قائمہ ہے- اسلئے اب ح اپنی نظیر ح ب د کے برابر ہوگا (غ وغ) (اب ح + اب د) کا ایک قائمہ ہونا تو صاف ہے کہ زاویۂ ح ب د مربع ب خ کے چار زاوئے قائموں میں سے ایک زاویہ ہے- لیکن (ح ب ڈ + اب د)- اسلئے ایک قائمہ ہے کہ دو خطوں ح ب اور س ا پر ایک خط ح س کے واقع ہونے سے دو اندرونی زاوئے ح اور س دو قائموں کے برابر ہیں- اسلئے کہ خط ح ب د س پر اور د س ا س پر عمود ہے (عمل)- تو دونو خط ح ب س ا متوازی ہونگے (ش۲۸) اور جب ح ب س ا متوازی خطوں پر ب ا ایک خط واقع ہوا- تو ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے (ح ب ا + ب ا س) دو قائموں کے برابر ہونگے (ش۲۹)- لیکن اکیلا زاویۂ ب ا س ایک قائمہ ہے (فرض وش۱۱) تو باقی زاویۂ ح ب ا یعنی زاویۂ (اب د + ح ب د) ایک قائمے کے برابر ہوگا- پھر زاویۂ (ح ب د + ح د ب) ایک قائمے کے برابر ہے (عمل وش۳۲)- اسی طرح (اب ح + ا ح ب) ایک قائمے کے برابر ہے (فرض وش۳۲)- تو ا ح ب اپنی نظیر ح د ب کے برابر ہؤا (غ وغ)- پھر جس طرح زاویۂ (اب ح + ا ح ب) ایک قائمے کے برابر ہے- جیسا کہ ابھی بیان ہؤا- اسی طرح زاویۂ (ل ح ۵ + ا ح ب) بھی ایک قائمہ ۵ ح ب کے برابر ہے- ان میں سے مشترک زاویۂ ا ح ب کو گھٹا دینے سے زاویۂ ل ح ۵ اپنی نظیروں اب ح اور ح ب د کے برابر ہوگا (غ وغ)- پھر (اب ح + ا ح ب) کی طرح (ل ۵ ح + ل ح ۵) بھی

(بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۱۶) ایک قائمے کے برابر ہے (عل و ش ۳۲)۔ ان میں سے
برابر کے زاویوں اب ح اور ل ح ہ کو گھٹا دینے سے باقی ل ہ ح اپنی نظیروں
ا ح ب اور ح د ب کے برابر ہوگا (غ و غ و غ)۔ پھر زاویۂ (د ہ ل +
ل ہ ح) زاویۂ قائمہ د ہ ح کے برابر ہے۔ اور اسی طرح (د ہ ل + ک ہ د)
زاویۂ قائمہ ک ہ ل کے برابر ہے۔ ان میں سے مشترک زاویۂ د ہ ل کو
گھٹا دینے سے باقی ک ہ د اپنی نظیروں ل ہ ح ا ح ب ح د ب کے برابر
ہوگا (غ و غ و غ)۔ مذکورۂ بالا دو زاویوں د ہ ح ک ہ ل میں سے اول الذکر
زاویے کا قائمہ ہونا تو ظاہر ہے۔ کہ وہ مربع ب ح کے چار زاویے قائموں میں
سے ایک زاویہ ہے۔ مگر زاویۂ ک ہ ل اسلئے قائمہ ہے۔ کہ ہ ک خط ح د ک
پر اور د ر خط ح ا ر پر عمود ڈالے گئے تھے۔ اسلئے دونو زاویے ہ ک ر
اور ک ر ا مل کر دو قائمے ہونگے (عل ا)۔ اور جب دو خطوں ک ہ ر ل
پر ک ر خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاویے دو قائموں
کے برابر ہوئے۔ تو دونو خط ک ہ ر ل متوازی ہونگے (ش ۲۸)۔ اور جب ان دو
متوازی خطوں پر خط ہ ل واقع ہوا۔ تو ایک طرف کے دو اندرونی زاویے ک ہ ل
اور ہ ل ر ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)۔ مگر ہ ل ح ر پر عمود تھا۔ اسلئے
اکیلا زاویۂ ہ ل ر ایک قائمہ ہوگا۔ اور اسلئے باقی زاویۂ ک ہ ل بھی ایک قائمہ
ہوگا۔ پھر دونو زاویے ک د ہ . ک ہ د ملکر ایک قائمے کے برابر ہیں (عل و
ش ۳۲)۔ اسی طرح دونو زاویے ل ہ ح اور ل ح ہ بھی ملکر ایک قائمے کے
برابر ہیں (عل و ش ۳۲)۔ ان میں سے ل ہ ح اور ک ہ د کے برابر ہی ابھی
ثابت ہو چکی ہے۔ تو باقی زاویۂ ک د ہ اپنی نظیروں ل ح ہ اب ح ح ب د کے
برابر ہوگا (غ و غ و غ)۔ اس بیان سے ثابت ہو گیا کہ مذکورۂ بالا چاروں مثلثوں کے
سارے زاویے اپنی اپنی نظیروں کے برابر ہیں۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

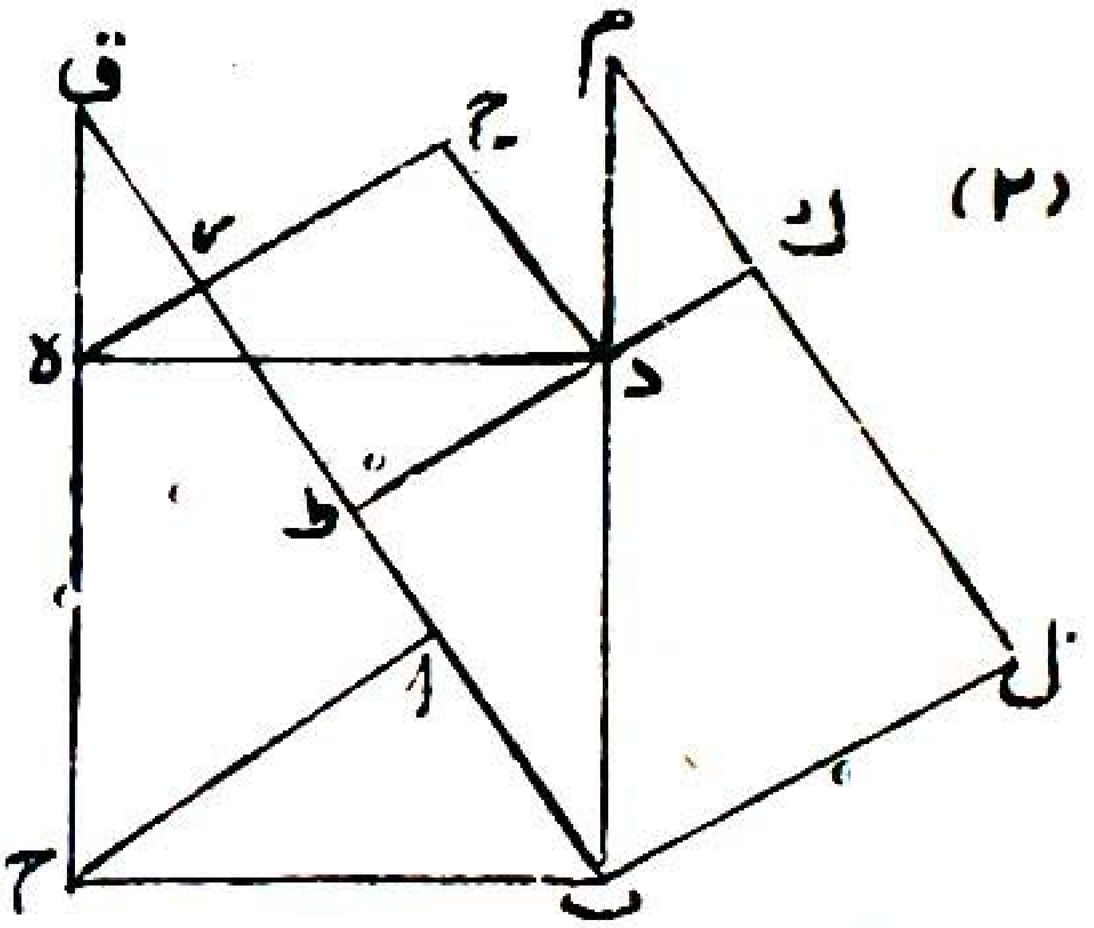
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کے برابر ہونگے (ش ۲۶)۔ اور سطح ا ب ح ر، ضلع ا ب کی مربع ہوگی۔ کیونکہ اُس کے چاروں ضلعے متوازی۔ چاروں زاوئے قائمے اور دونو ضلعے ا ب ب ح برابر ہیں[(۱)]۔ اور سطح ل ک بھی مربع ہوگی۔ کیونکہ اس کے بھی چاروں ضلعے متوازی اور چاروں زاوئے قائمے اور دونو ضلعے ک ا ک ک ا ل برابر ہیں۔ اور چونکہ ک ا ل ا ح کے برابر ہے۔ اس لئے سطح ل ک مربع ا ح کے برابر ہوگی۔ اب ہم کہتے ہیں۔ مربع ا ب اور مربع ا ح ملکر پورے مربع د ب ہ ح یعنی ب ح وتر زاویہ قائمے کے مربع کے برابر ہے۔ کیونکہ مثلث (ح د ب + د ک ہ) مثلث (ا ب ح + ل ہ ک) کے برابر ہے۔ اب اگر ہم باقی سطح کو پہلے مثلثوں کے مجموعے میں شامل کر دیں۔ تو ا ب اور ا ح کے پورے مربعے بن جائینگے۔ اور اگر پچھلے مثلثوں کے مجموعے میں شامل کر دیں۔ تو ب ح کا پورا مربع بن جائیگا۔ جس کا لازمی نتیجہ یہ ہؤا۔ کہ ا ب اور ا ح کے مربعوں کا مجموعہ ب ح وتر زاوئے قائمے کے اکیلے مربعے کے برابر ہؤا (ع)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا ÷

اب[(۲)] اگر ہم یہ چاہیں۔ کہ ا ب اور ا ح ضلعوں کے چھوٹے بڑے

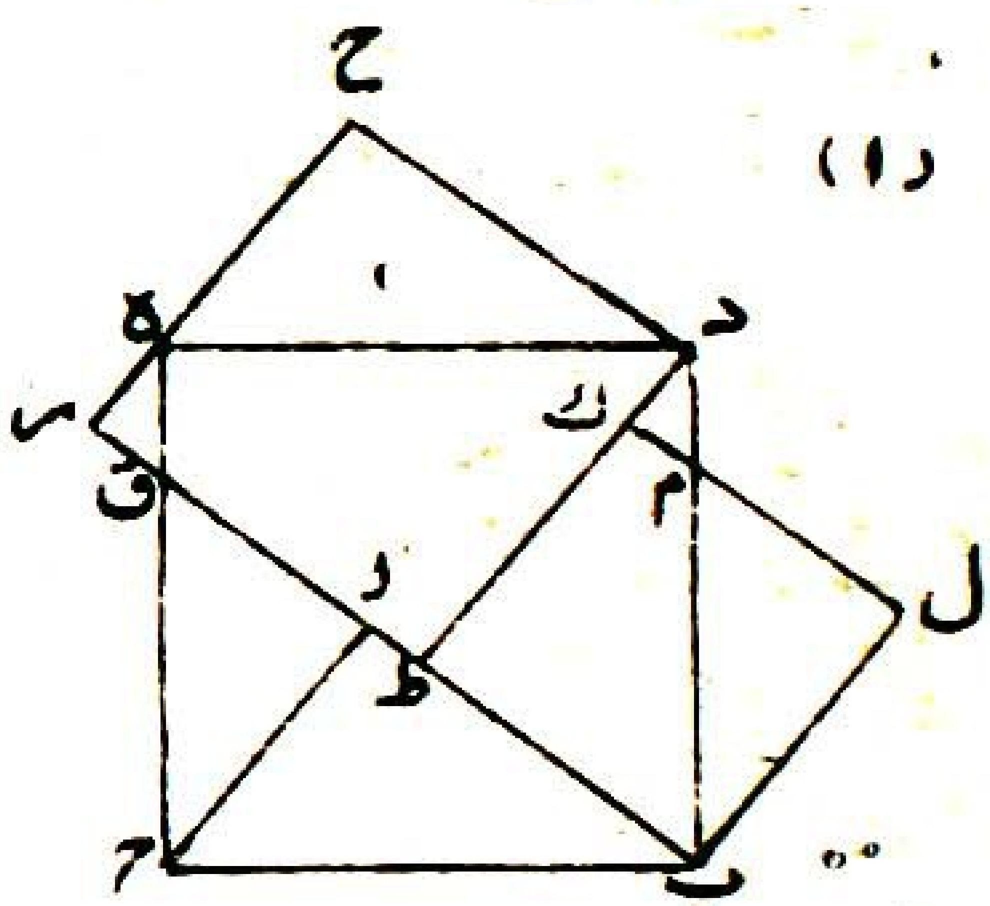
فٹ نوٹ (۱) اور جب ا ب ب ح برابر ہوئے۔ تو ان کے مقابل کے ضلعے ر ح ر ا بھی برابر ہونگے (ش ۳۴)۔ اور اسی طرح جب ک ا ک ک ا ل برابر ہیں۔ تو ان کے مقابل کے ضلعے ل ر ر ک بھی برابر ہونگے (ش ۳۴) ÷ مترجم

* فٹ نوٹ (۲) اس سے پہلی صورت میں ب ح وتر زاوئے قائمے کا مربع ب ح ہی پر مثلث ا ب ح کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہؤا بنایا گیا تھا۔ اور ا ب کا مربع بنایا۔ تو ا ب ہی پر گیا تھا۔ لیکن مثلث کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہؤا نہیں بنایا گیا تھا۔ اور ا ح کا مربع نہ خود ا ح پر بنایا گیا تھا نہ وہ مثلث ا ب ح پر منطبق تھا۔ اب اگر ہم یہ چاہیں الخ۔ مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ہونے کی صورت میں ضلع اب کا مربع بھی خود اب پر نہ بنائیں جس طرح اح کا مربع اسی صورت میں خود اح پر نہیں بنایا تھا۔ تو ضلع اب کو اُس کی سیدھ میں یہاں تک بڑھایا کہ ضلع حہ سے نقطۂ ق پر اس کا تقاطع ہوا۔ خواہ یہ تقاطع حہ کو بڑھانے سے پہلے ہوا ہو یا اُس کے بڑھانے کے بعد۔ پھر ضلع دہ سے



(۲)



(۱)

ب ا پر ہ س اور دط دو عمود ڈالے (شکل ۲) اور س ہ کو اُس کی سیدھ میں ہ یا س کی طرف بڑھایا۔ پھر نقطۂ د سے س ہ پر دح عمود قائم

فٹ نوٹ۔ جب خط ب ح پر اب حہ دو خطوں کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاویے اب ح اور ہ ح ب ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں تو اب ہ ح ضرور کسی نقطے مثلاً ق پر ملینگے (ص ق)۔ پھر اگر ضلع اب ضلع اح سے بڑا ہو۔ تو زاویۂ اب ح نصف قائمے سے چھوٹا اور زاویۂ اح ب نصف قائمے سے بڑا ہوگا۔ اور اس صورت میں ضلع اب مربع دب ح ہ کے ضلع ح ہ کو درمیان سے کاٹتا ہوا گزریگا۔ لیکن اگر ضلع اب ضلع اح سے چھوٹا ہو۔ تو زاویۂ اب ح نصف قائمے سے بڑا اور زاویۂ اح ب نصف قائمے سے چھوٹا ہوگا۔ اور اس صورت میں اب مربع مذکور کے ضلع دہ کو درمیان سے کاٹتا ہوا گزریگا اور ح ہ سے ح ہ کو ہ کی طرف بڑھانے کے بعد کسی نقطے مثلاً ق پر ملیگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کیا (ش ۱۱)۔ پھر اگر ط ب ط د سے چھوٹا ہو۔ تو ط د ہی میں سے ط ب کے برابر ط ک کاٹ لیا اور اگر ط ب ط د سے بڑا ہو۔ تو ط د کو د کی طرف بڑھا کر اس میں سے ط ب کے برابر ط ک کاٹ لیا (ش ۳)۔ پھر نقطۂ ک سے ک ل ط ب کا متوازی کھینچا (ش ۱۳) جو د ب سے بدون اسے بڑھانے کے یا بعد بڑھانے کے نقطۂ م پر ملا۔ پھر نقطۂ ب سے ک ل کے نقطۂ ل پر ب ل عمود ڈالا (ش ۱۲)۔ اب ہم کہتے ہیں تینوں مثلث ا ب ح ط د ب اور ح د ہ

موقت نوٹ۔ جب د ک پر دو خطوں ک ل اور د ب کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ک د م اور د ک م ملکر دو زاوئے قائموں سے چھوٹے ہیں۔ تو ک ل اور د ب ضرور کسی نقطے مثلاً م پر ملینگے (ص)۔ اب یہ بات کہ دونو زاوئے ک د م اور د ک م ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ اس کا ثبوت یہ ہے کہ جب ک ل ط ب کا متوازی ہے (عل)۔ تو دونو زاوئے ل ک ط اور ک ط ب مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)۔ لیکن زاویۂ ک ط ب اکیلا ایک قائمہ ہے (عل)۔ تو ل ک ط بھی پورا ایک قائمہ ہوگا۔ اور اسلئے زاویۂ د ک ل یا د ک م بھی پورا ایک قائمہ ہوگا (ش ۱۳)۔ لیکن زاویۂ ک د م یا تو زاویۂ قائمہ ک د ب کا جزو ہے۔ جبکہ ط ب ط د سے چھوٹا ہو یا زاویۂ قائمہ س د ب کا جزو ہے۔ جبکہ ط ب ط د سے بڑا ہو۔ اور ضلع ط د کو د کی طرف نقطۂ س تک بڑھائیں۔ اور جب ہر صورت میں ک د م زاوئے قائمے کا جزو ہوا۔ تو ظاہر ہے۔ کہ ک د م اور د ک م ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) باہم برابر ہیں۔ اور یہ کہ دونو سطحیں ل ط اور در

فٹ نوٹ۔ کیونکہ بہ ترتیب تینوں مثلثوں کے ضلعے ب ح د ب اور د ہ مربع ب ح کے ضلعے اور باہم برابر ہیں۔ اور اسی طرح بہ ترتیب زوایاے ا (فرض) ط اور ح (عمل) قائمے اور باہم برابر ہیں (ص مر)۔ پھر زاویۂ ط ب د ایک طرف تو زاویۂ اب ح سے ملکر زاویۂ قائمہ د ب ح کے برابر ہے۔ اور ایک طرف ب د ط سے ملکر ایک زاوئے قائمے کے برابر ہے (عمل و ش ۳۲)۔ اسلئے زاویۂ اب ح اپنی نظیر زاویۂ ب د ط کے برابر ہوگا (غ و غ)۔ اسی طرح زاویۂ اب ح ایک طرف تو اب د کے ساتھ ملکر زاویۂ قائمہ د ب ح کے برابر ہے۔ اور ایک طرف اح ب کے ساتھ ملکر ایک قائمے کے برابر ہے (فرض و ش ۳۲)۔ اسلئے اح ب بھی اپنی نظیر د ب ط کے برابر ہوگا (غ و غ)۔ پھر اسی طرح زاویۂ ط د ہ ایک طرف زاویۂ ط د ب کے ساتھ ملکر زاویۂ قائمہ ہ د ب کے برابر ہے اور ایک طرف ح د ہ کے ساتھ ملکر ایک قائمے ط د ح کے برابر ہے۔ زاویۂ ط د ح اسلئے قائمہ ہے۔ کہ دو خطوں د ط ح س پر ط س خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د ط س اور ہ س ط یا ح س ط ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (عمل و ش ۱۳)۔ اسلئے خط د ط اور ح س متوازی ہونگے (ش ۲۸)۔ ان متوازی خطوں پر د ح خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د ح ہ اور ح د ط مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے لیکن اکیلا زاویۂ د ح ہ ایک قائمہ ہے (عمل)۔ تو باقی زاویۂ ح د ط بھی ایک قائمہ ہوگا (غ)۔ اس لئے زاویہ ح د ہ اپنی نظیروں زاویۂ ط د ب اور اب ح کے برابر ہوگا (غ و غ)۔ پھر ح د ہ اور ح ہ د مل کر ایک قائمے کے برابر ہیں (عمل و ش ۳۲)۔ اور ایسی ہی ط ب د اور

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) دو مربع شکلیں اور بہ ترتیب ضلعوں ا ح اور ا ب کے مربعوں کے برابر ہیں +

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۲۱) ط د ب بھی ملکر ایک قائمے کے برابر ہیں (عل د شت۱۳) - اسلئے پہلے دونو زاویوں کا مجموعہ پچھلے دونو زاویوں کے مجموعے کے برابر ہوگا (غ ۱) - ان برابر کے مجموعوں میں سے زاویۂ ح د ہ زاویۂ ط د ب کے برابر ہے - جیساکہ ابھی بیان ہؤا ہے - تو باقی زاویۂ ح ہ د اپنی نظیروں زاویۂ ط ب د اور ا ح ب کے برابر ہوگا (غ و غ) - اس تمام بیان سے واضح ہوگیا - کہ تینوں مثلثوں کا ایک ایک ضلع اور کم از کم دو دو زاوئے اپنی اپنی نظیروں کے برابر ہیں - اسلئے سارے مثلث باہم برابر ہونگے (شت۲۶) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ - د ط ا ب پر اور ب ل ک ل پر عمود ہیں (عل) - اسلئے دونو زاوئے ل اور ط قائمے ہونگے - پھر ک ل اور ط ب متوازی ہیں (عل) اور ان پر علیحدہ علیحدہ دو خط ک ط اور ل ب واقع ہوئے ہیں - تو ان میں سے ہر ایک خط کی ایک جہت کے دو اندرونی زاوئے (ب + ل) اور (ط + ک) دو قائموں کے برابر ہونگے (شت۲۹) - لیکن زوایاے ط اور ل قائمے تھے - اسلئے زوایاے ب اور ک بھی قائمے ہونگے (غ۳) - پھر ضلعے ک ل اور ط ب متوازی ہیں (عل) اور دونو زاوئے ل ب ط اور ب ط ک دو قائموں کے برابر ہیں - جیساکہ ابھی بیان ہؤا ہے - تو دونو ضلعے ل ب اور ک ط بھی متوازی ہونگے (شت۲۸) - پھر ک ط اور ط ب برابر ہیں (عل) - اسلئے ان کے متقابل کے ضلعے ل ب اور ل ک بھی برابر ہونگے (شت۳۴) - اور جب اس سطح ل ط کے چاروں ضلعے برابر اور چاروں زاوئے قائمے ہوئے - تو یہ سطح ایک مربع شکل ہوئی (ح۲۷)۔

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - اور چونکہ ل ب ا ح کے برابر ہے - اور

(بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۲۲) - اسی طرح سطح د ر بھی ایک مربع شکل ہے۔ کیونکہ اس کے تینوں زاوئے ط ر ح قائمے ہیں (عمل) اور جب د ط ح ر خطوں پر ط ر خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د ط ر ط ر ح دو قائموں کے برابر ہیں - تو د ط اور ح ر دو متوازی خط ہوئے (ش ۲۸) اور جب ان متوازی خطوں پر خط د ح واقع ہوا - تو ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ط د ح اور د ح ر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - لیکن اکیلا زاویۂ د ح ر ایک قائمہ ہے - تو باقی زاویۂ ط د ح بھی ایک قائمہ ہوگا (ع ۱) - پھر مثلثوں ط د ب اور ح د ہ کے ضلعوں ط د د ح کا برابر ہونا پہلے ثابت ہو چکا ہے - اس لئے اُن کے مقابل کے ضلعے ط ر ر ح بھی برابر ہونگے (ش ۳۴) - اور جب اس سطح د ر کے چاروں ضلعے برابر اور چاروں زاوئے قائمے ہوئے - تو یہ سطح د ر بھی سطح ل ط کی طرح ایک مربع شکل ہوئی (ح ۲) - پھر چونکہ مثلث ا ب ح کا ضلع ا ح مثلث ط ب د کے ضلع ط ب اپنی نظیر کے اور اُس کا ضلع ا ب مثلث د ح ہ کے ضلع د ح اپنی نظیر کے برابر ہے - جیسا کہ پہلے بیان ہو چکا ہے - اس لئے مربع ل ط اور د ر بہ ترتیب ا ح اور ا ب کے مربعوں کے برابر ہونگے - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

٭ فٹ نوٹ - جب مربع ل ط مربع ا ح کے برابر ہے - جیسا کہ ابھی بیان ہوا ہے - تو پہلے مربع کا ضلع ل ب ضرور دوسرے مربع کے ضلع ا ح کے برابر ہوگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲)- مثلث ل ب م کے سارے زاوئے مثلث ا ح ق کے سارے زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں- تو مثلث ل ب م مثلث ا ح ق کے برابر ہوگا (ش۲۶)- اسی طرح مثلث د م ك ہ ق ر کے بہ ترتیب ضلعے م د اور ق ہ اور

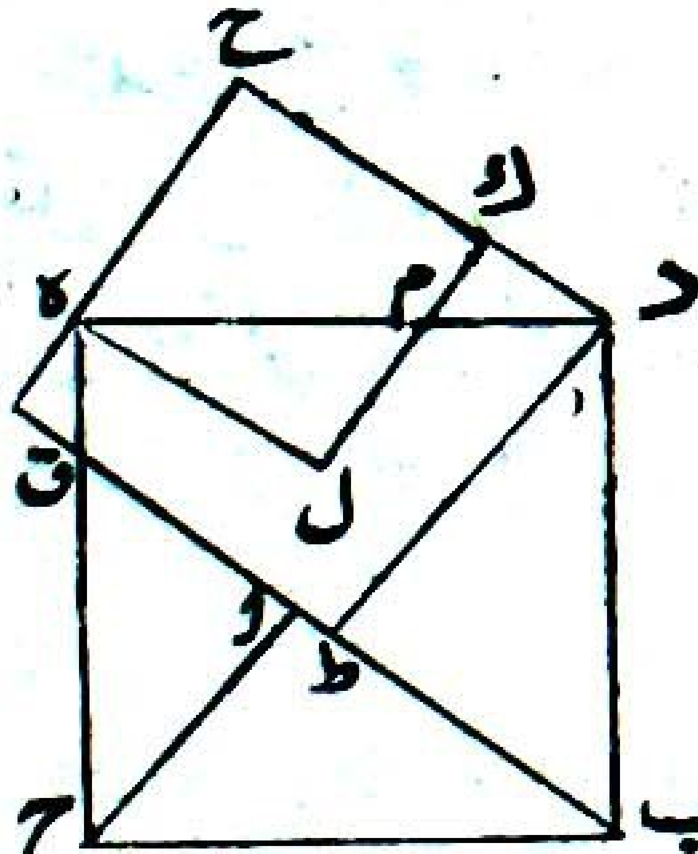
فٹ نوٹ- کیونکہ دونو زاوئے ب ل م اور ح ا ق تو قائمے ہیں (عمل و فرض و ش۱۱)- اور زاویۂ ا ب د ایک طرف تو زاویۂ ل ب م سے مل کر زاویۂ قائمہ ل ب ط کے برابر ہے اور دوسری طرف زاویۂ ا ب ح سے مل کر زاویۂ قائمہ د ب ح کے برابر ہے- اس لئے زاویۂ ل ب م زاویۂ ا ب ح کے برابر ہوگا (ع و ع)- اسی طرح زاویۂ ا ح ب ایک طرف تو ا ح ق سے مل کر زاویۂ قائمہ ق ح ب کے برابر ہے (عمل)- اور دوسری طرف ا ب ح سے ملکر ایک زاوئے قائمے کے برابر ہے (فرض و ش۳۲)- تو زاویۂ ا ح ق زاویۂ ا ب ح اور زاویۂ ل ب م کے برابر ہوگا (ع و ع و ع)- پھر دونو زاوئے ا ح ق اور ا ق ح ملکر ایک قائمے کے برابر ہیں (فرض و ش۱۱ و ش۳۲) - اور ایسے ہی دونو زاوئے ل ب م اور ل م ب ملکر ایک قائمے کے برابر ہیں (ش۳۲)- کیونکہ زاویۂ ب ل م کا قائمہ ہونا ثابت ہو چکا ہے اور پہلے مجموعے میں سے زاویۂ ا ح ق کا دوسرے مجموعے میں سے زاویۂ ل ب م کے ساتھ برابر ہونا ابھی معلوم ہوا ہے- تو باقی ل م ب اور ا ق ح بھی برابر ہونگے (ع)- پس ثابت ہوگیا- کہ مثلث ل ب م کے سارے زاوئے مثلث ا ح ق کے سارے زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں- اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - زاوئے د ك م ہ ر ق اور د م ك ہ ق ر برابر ہیں[1] - اس لئے یہ دونو مثلث بھی برابر ہونگے (ش ۲۶) - اور دونو مثلث ل ب م اور د ب ط ملکر یعنی مربع ل ط اور مثلث ہ ق ر ل کر پورے مثلث ب ق ح کے برابر[2] ہونگے - اب پہلے مجموعے میں مثلث ح د ہ اور دوسرے میں ط د ب جو پہلے برابر ثابت ہو چکے ہیں ملا دئے - پھر اگر ا ب ح ا سے بڑا ہو - تو پوری سطح د ط ق ہ کو دونو مجموعوں میں شامل کر دیا - اور اگر ا ب ح ا سے چھوٹا ہو - تو سطح مذکور کا صرف وہ حصہ جو مربع ب ح کے اندر ہے شامل کر دیا - اور اُس کا وہ حصہ جو مربع مذکور سے باہر ہو - دونو مجموعوں میں سے گھٹا دیا - تو (مربع ا ب + مربع ح ا) ب ح وتر زاویۂ قائمہ کے مربعے کے برابر ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ (۱) ضلع م د اور ق ہ تو برابر کے ضلعوں ب م ح ق یا ب د ح ہ میں سے برابر کے حصوں ب د ح ہ یا ب م ح ق کے گھٹانے کے بعد باقی بچے ہوئے برابر کے حصے ہیں (ع ۳) اور دونو زاوئے د ك م ہ ر ق قائمے ہیں (عمل و ش ۳) - اور دونو زاوئے د م ك ہ ق ر برابر کے متناظر زاویوں ل م ب اور ا ق ح یا برابر کے متناظر زاویوں ل م ب اور ا ق ح کے مقابل کے زاوئے اور باہم برابر ہیں (ش ۱۵) + مترجم

فٹ نوٹ (۲) کیونکہ پہلے مجموعے میں سے مثلث ل ب م ا ح ق کے اور د ب ط ا ب ح کے برابر ہے - جس کا پہلے بیان ہو چکا ہے - پھر مثلث د م ك ہ ق ر کے برابر ہے جس کا ابھی بیان ہوا ہے - اسلئے مربع ل ط اور مثلث ہ ق ر کا مجموعہ ضرور پورے مثلث ب ق ح کے برابر ہوگا (ع ۶) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - اور اگر ان سب٭(۱) باتوں کے ساتھ ہم یہ بھی
چاہیں - کہ ایک ضلعے کا مربع دوسرے ضلعے کے مربعے پر منطبق ہو - تو
ہم وہی عمل کرینگے جو ابھی پہلی صورت٭٭(۲) میں کر چکے ہیں - مگر یہاں
ح د میں سے ح ہ کے برابر ح ك کاٹینگے٭(۳) پھر ك ل اور ہ ل
بہ ترتیب ح ر اور ح د کے متوازی



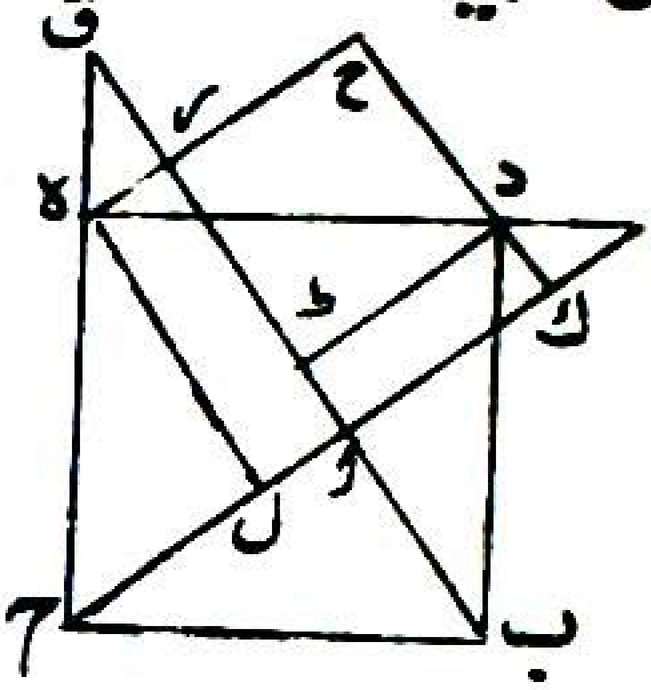
کھینچینگے (ش ۱۳) - جو نقطۂ ل پر مل جائینگے -
پھر اگر اصل مثلث کا ضلع اب ضلع
اح سے بڑا ہو - تو یہ ك ل د ہ سے
بدون اس کے کہ اُسے کسی جانب میں
بڑھائیں نقطۂ م پر تقاطع کریگا - اور
اگر اب اح سے چھوٹا ہو - تو د ہ کو د کی طرف بڑھانے کے بعد ك ل

٭ فٹ نوٹ (۱) یعنی وتر کے مربعے کو مثلث پر منطبق ماننے اور دونو ضلعوں
کے مربعوں کو اُس پر منطبق نہ ماننے اور ال خط متوازی کے نہ
کھینچنے اور دونو ضلعوں کے مربعوں کو خود ضلعوں پر نہ بنانے کے ساتھ یہ
بھی چاہیں کہ ایک ضلعے کا الخ + مترجم

٭٭ فٹ نوٹ (۲) یعنی اب کو سیدھ میں بڑھائینگے کہ وہ ح ہ سے نقطۂ ق پر تقاطع
کرے - بدون اُس کے بڑھانے کے یا بعد بڑھانے کے - پھر اُس پر دو نقطوں ہ اور د
سے ہ ر اور د ط دو عمود ڈالینگے - پھر ہ ر کو اس کی سیدھ میں بڑھاکر نقطۂ د سے
اُس پر د ح عمود ڈالینگے - اتنا عمل کر چکنے کے بعد وہ عمل کرینگے جو محقق محرر
نے لفظ "مگر" سے آگے بیان کیا ہے + مترجم

٭ فٹ نوٹ (۳) یعنی اگر ح ہ ح د سے چھوٹا ہو - تو ح د ہی میں سے ح ہ
کے برابر ح ك کاٹ لینگے - ورنہ ح د کو د کی طرف سیدھ میں بڑھاکر اس
میں سے ح ہ کے برابر ح ك کاٹینگے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اس سے نقطۂ م پر تقاطع کریگا۔ اور اب ح ا سے
ملکر سیدھا ایک خط مستقیم ہو جائیگا۔



اب ہم کہتے ہیں۔ تینوں مثلث
ا ب ح د ط ب اور ح د ہ
برابر ہیں۔ اسی طرح دونو مثلثوں
ہ ل م اور ح ا ق میں ضلع ہ ل ضلع ح ا
کے اور دونو زاوئے م ل ہ اور ل ہ م بہ ترتیب دونو زاویوں ق ح ا اور

ہو فٹ نوٹ۔ کیونکہ ان تینوں مثلثوں کے بہ ترتیب ضلعے ب ح د ب
اور د ہ جو مربع ب ح کے ضلعے ہیں برابر ہیں۔ اسی طرح ان کے زوایاے
ا (فرض) ط اور ح (عل) قائمے اور برابر ہیں۔ پھر زاویۂ د ب ط ایک
طرف تو ط ب ح سے ملکر اور دوسری طرف ط د ب سے ملکر ایک قائمے
کے برابر ہوتا ہے (عل و ش۳۲)۔ اس لئے ا ب ح اپنی نظیر ط د ب کے
برابر ہوگا (ع)۔ ایسے ہی زاویۂ ط د ہ ایک طرف تو ط د ب سے
مل کر زاویۂ قائمہ ہ د ب اور دوسری طرف ہ د ح سے مل کر زاویۂ
قائمہ ح د ط* بناتا ہے۔ اس لئے زاویۂ ح د ہ اپنی نظیروں ط د ب
اور ط ب ح کے برابر ہوگا (ع و ع)۔ اور جب ان مثلثوں کے ایک
ایک ضلعے اور دو دو زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے۔ تو اُن
کے باقی سب ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے اور مثلث مثلثوں کے
برابر ہونگے (ش۲۶)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

* فٹ نوٹ۔ زاویۂ ح د ط اسلئے قائمہ ہے۔ کہ د ط ح ر عمودوں پر ساقط خط
کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د ط ر ط ر ح دو قائموں کے
برابر ہیں (عل و ش۳۳)۔ تو د ط اور ح ر متوازی ہوئے (ش۲۸)۔ ان متوازی
خطوں پر د ح واقع ہؤا۔ تو دونو زاوئے ر ح د اور ح د ط مل کر دو
قائموں کے برابر ہونگے (ش۲۹)۔ لیکن زاویۂ ر ح د قائمہ ہے (عل)۔ تو باقی
ح د ط بھی قائمہ ہوگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اح ق کے برابر ہیں (ش ۱)- اسلئے دونو مثلث ہ ل م اور ح ا ق - ان کے باقی ضلعے اور زاویے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۶)- اسی طرح دونو مثلثوں د ک م اور ہ ر ق میں ضلع د ک ضلع ہ ر کے اور دونو زاویے د ک م اور د م ک بہ ترتیب دونو زاویوں ہ ر ق اور ہ ق ر کے برابر ہیں (ش ۲۶)- تو یہ دونو مثلث باہم بھی برابر

فٹ نوٹ (۱) جب سطح ک ل ح ہ متوازی الاضلاع ہے اور اس کا ضلع ح ک ح ہ کے برابر ہے (عمل)- تو اُس کے سب ضلعے برابر ہونگے (ش ۳۴ و غ)- اور ابھی ثابت ہو چکا ہے - کہ ح ہ اح کے برابر ہے - تو ہ ل بھی اح کے برابر ہوگا (غ)- پھر جب د ح عمود اور زاویۂ ک ح ہ قائمہ ہے (عمل) تو زاویۂ ہ ل ک بھی قائمہ ہوگا (ش ۲۹)- اور زاویۂ ق اح ب اح سے ملکر دو قائموں کے برابر ہے (ش ۱۳) اور ب اح قائمہ ہے (فرض)- تو ق اح بھی قائمہ ہوگا - پھر ایک طرف زاویۂ (ل ہ م + ح ہ د) ایک قائمہ ح ہ ل کے برابر ہے - اور دوسری طرف (اح ق + اح ب) ایک قائمہ ہ ح ب کے برابر ہے - اور اح ب ح ہ د کی برابری ابھی ثابت ہو چکی ہے - تو باقی ل ہ م اور اح ق بھی برابر ہونگے (غ)۔ مترجم

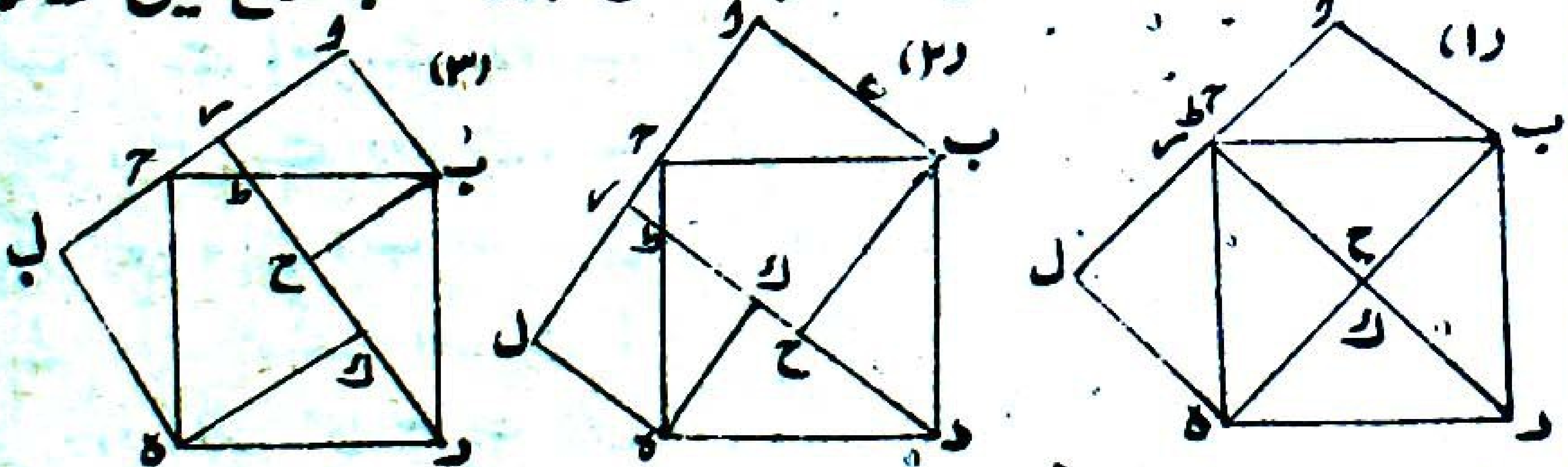
٭ فٹ نوٹ (۲) یعنی جب ح د اب کے اور ح ہ اح کے برابر ہے جیساکہ ابھی ثابت ہو چکا ہے - اور ح ک ح ہ یعنی اح کے برابر بنایا گیا ہے - تو د ک یا اُب کا بہ نسبت اح کے زائد حصہ ہے یا اح کا بہ نسبت اب کے زائد حصہ ہے - اسی طرح ح ر اب کے اور ح ہ اح کے برابر ہے - اسلئے ہ ر یا اب کا بہ نسبت اح کے زائد حصہ ہے یا اح کا بہ نسبت اب کے زائد حصہ ہے - لہذا د ک اور ہ ر ضرور برابر ہونگے - اور جب زاویۂ ح ک ل قائمہ ہے - تو د ک م بھی

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ہوگئے (ش ۲۶)۔ تو دونو مثلث د ح ہ م ل ہ مل کر
یعنی (مربع ح ل + مثلث ہ ق ر) مثلث ب ق ح کے برابر ہوگا۔
اب پہلے مجموعے میں مثلث د ح ہ کو اور مثلث ب ق ح میں مثلث
د ط ب کو شامل کر دیا۔ پھر اگر ا ب ا ح سے بڑا ہے۔ تو پوری سطح
د ہ ق ط کو پہلے اور دوسرے دونو مجموعوں میں شامل کر دیا۔ اور اگر
ا ب ا ح سے چھوٹا ہو۔ تو سطح د ہ ق ط کے اُس حصے کو جو مربع
ب ح سے باہر ہے دونو سے گھٹا دیا۔ اور اُس حصے کو جو مربع ب ح
میں داخل ہے دونو ہیں شامل کر دیا تو دونو مربعے ح ل اور ح ط
بلکہ یعنی مربع ا ب اور مربع ا ح ملکر مربع د ح یعنی اکیلے مربع ب ح
کے برابر ہونگے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا +

اور اگر اسی صورت میں یعنی جبکہ ا ل خط متوازی سے مربع ا ب
کے دو حصے نہ کئے جائیں۔ ہم یہ چاہیں۔ کہ وتر زاویۂ قائمہ یعنی ا ب کا
مربع مثلث ا ب ح پر منطبق نہ ہو۔ بلکہ دونو ضلعوں میں سے صرف

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۲۸۔ قائمہ ہوگا (ش ۳۱) اور زاویۂ ہ ر ق یا تو مربع د ر
کے چار زاویوں میں سے ایک زاویہ ہے۔ اسلئے قائمہ ہوگا یا اُس کے
زاویۂ ح ر ط کے مقابل کا زاویہ ہے۔ اسلئے قائمہ ہوگا (ش ۱۵) اور زاویۂ ک م د زاویۂ
ہ ق ر کے برابر ہے یا تو اسلئے کہ وہ دونو مثلثوں ہ ل م ح ا ق کے متناظر زاویے
ہیں۔ جن کا برابر ہونا پہلے ثابت ہو چکا ہے اور یا اسلئے کہ ک م د ل م ہ کے اور
ہ ق ر ا ق ح کے برابر ہے (ش ۱۵)۔ اور ل م ہ اور ا ق ح کا برابر ہونا ابھی ثابت
ہو چکا ہے۔ اسلئے ک م د اور ہ ق ر بھی برابر ہونگے (غ)۔ اور جب مثلثوں د ک م اور
ہ ر ق کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے۔ تو باقی ضلعے
اور زاوئے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے اور مثلث برابر ہوگا مثلث کے (ش ۲۶) + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کسی ایک مثلاً ضلع اب کا مربع ار ح ب مثلث پر منطبق ہو - اب اگر اب اج کے برابر ہو - تو ضرور نقطۂ ر نقطۂ ج پر منطبق ہو جائیگا - اور اگر اب اج سے بڑا ہو - تو نقطۂ ر نقطۂ ج کے سوا اج کے کسی اور نقطے پر منطبق ہوگا جبکہ اج اپنی سیدھ میں کسی حد تک بڑھایا جائے - اور اگر اب اج سے چھوٹا ہو - تو نقطۂ ر اج کے مابین ہی کسی نقطے پر منطبق ہوگا - اب دح میں خط ملایا -



تو خط دح ر ایک سیدھا خط ہوگا - پھر نقطۂ ک سے در اور ار پر

فٹ نوٹ - کیونکہ دونو مثلثوں اب ج ب ح د میں بہ ترتیب دونو ضلعے اب ب ج دونو ضلعوں ب ح ب د کے برابر ہیں - کیونکہ اب ب ح مربع اب ر ح کے ضلعے ہیں اور ب ج ب د مربع ب ج ہ د کے ضلعے ہیں - اور جب زاویۂ ح ب ج ایک طرف زاویۂ ج ب ا سے ملکر زاویۂ قائمہ ح ب ا کے اور دوسری طرف ح ب د سے ملکر زاویۂ قائمہ ج ب د کے برابر ہے - تو دونو درمیانی زاویے ج ب ا اور ح ب د بھی برابر ہوئے (ع و ع) - تو زاویۂ ب ح د بھی اپنی نظیر زاویۂ قائمہ ب اج کے برابر ہوگا (ش ۴) اور قائمہ ہوگا (ص ۹ محرر) اور زاویۂ ب ح ر بھی قائمہ ہے (ع ل و ح) اور جب خط ب ح کے نقطۂ ح پر دح اور ح ر ملے اور اس کے پہلوؤں میں دو زاویے قائمے پیدا کئے - تو وہ دونو سیدھے ایک خط ہونگے (ش ۱۴) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) بہ ترتیب ہ ک اور ہ ل دو عمود ڈالے (ش ۱۲)۔ اب اگر اب ا ح کے برابر ہو۔ تو ہ ک اور ب ح ملکر سیدھے (۱) ایک خط ہو جائینگے۔ اور اب ا ح سے بڑا ہو۔ تو نقطۂ ک ر ح کے مابین اور چھوٹا ہو۔ تو ح د کے مابین کسی نقطے پر* (۲) واقع ہوگا۔

فوٹ نوٹ (۱) کیونکہ جب اب ا ح کے برابر ہو۔ تو وتر ب ح مربع ا ر ح ب کا قطر اور ا ب ح ح ب ح میں سے ہر ایک زاویہ نصف قائمے کے برابر ہوگا (ش ۳۴)۔ اور جب ح ب ح نصف قائمہ ہؤا۔ تو ح ب د بھی نصف قائمہ ہوگا۔ کیونکہ ح ب د پورا زاویۂ قائمہ ہے۔ اور جب ح ب د نصف قائمہ ہؤا۔ تو خط ب ح مربع ب ح کا قطر ہوگا۔ اب اگر عمود ہ ک اپنی سیدھ میں نقطۂ ح سے ملاقی نہ ہو۔ تو ضرور ح د یا ح ر کے مابین کسی نقطے پر واقع ہوگا۔ اور اب ہ ح میں خط ملا دینے سے ایک مثلث ہ ک ح پیدا ہوگا جس کے دونو زاویئے ہ ک ح اور ہ ح ک قائمے ہونگے۔ کیونکہ ب ح د کا قائمہ ہونا ابھی ثابت ہو چکا ہے۔ تو ہ ح ک بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳)۔ اور ہ ک د ر پر عمود ہی ہے (عل) اور ایک مثلث کے دو زاویوں کا دو قائموں کے برابر ہونا صریح ناممکن ہے (ش ۱)۔ تو ماننا پڑیگا کہ ہ ک اپنی سیدھ میں نقطۂ ح سے ملیگا اور جب خط د ح کے نقطۂ ح پر ب ح اور ہ ک نے ملاقات کرتے ہوئے اُس کے پہلوؤں میں دو زاوئے دو قائموں کے برابر پیدا کئے تو وہ دونو ضرور ایک سیدھ میں ہونگے (ش ۱۴)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

* فٹ نوٹ (۲) اب کے ا ح سے بڑے ہونے کی صورت میں اگر عمود ہ ک کا نقطۂ ک ب ح کے نقطۂ ح پر منطبق ہو جائے۔ تو ضرور ب ح ہ ک سے ملکر سیدھا خط اور مربع ب ح ہ د کا قطر ہوگا۔ جیسا کہ

بقیہ فٹ نوٹ صفحہ ۱۳۱ - ابھی بیان ہوا ہے - اور اسلئے زاویۂ ح ب ج زاویۂ
قائمہ ج ب د کا نصف ہوگا اور جب ح ب ج نصف ہوا - تو باقی ا ب ج بھی نصف
ہوگا - کیونکہ زاویۂ ا ب ح مربع ا ر ح ب کا ایک زاویہ ہے اور جب زاویۂ ا ب ج
نصف قائمہ ہوا - تو دوسرا زاویۂ ا ج ب بھی نصف قائمہ ہوگا (فرض و ش ۳۲) -
اور جب ا ب ج ا ج ب دونو زاوئے برابر ہوئے - تو دونو ضلعے ا ب ا ج
بھی برابر ہونگے (ش ۶) اور فرض کیا تھا کہ ا ب ا ج سے بڑا ہے - تو ماننا
پڑیگا کہ عمود ہ ک کا نقطۂ ک ب ح کے نقطۂ ح پر منطبق نہیں ہو سکتا -
اور اسی طرح نقطۂ ک مابین ح د کے بھی نہیں واقع ہو سکتا - کیونکہ ضلع ا ب
ا ج سے بڑا ہے - اسلئے زاویۂ قائمہ ا ب ح کے دو حصوں میں سے زاویۂ
ا ب ج نصف قائمے سے چھوٹا - اور زاویۂ ح ب ج نصف قائمے سے بڑا ہوگا
(فرض و ش ۳۲) - اب اگر عمود ہ ک کا نقطۂ ک مابین ح د کے واقع ہو - تو زاویۂ
ک ہ ج بھی نصف قائمے سے بڑا ہوگا - اور اب فرضی قطر ب ہ پر دو خطوں ب ح
ہ ک کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ح ب ہ اور ک ہ ب دو قائموں سے
چھوٹے ہونگے - اسلئے ب ح ہ ک اپنی اپنی سیدھ میں بڑھنے سے کسی نقطے مثلاً م پر تقاطع
کرینگے - جس سے ایک مثلث ح م ک پیدا ہو جائیگا - جس کے دونو زاوئے م ک ح اور ک ح م
دو قائمے ہونگے - کیونکہ ہ ک د ر پر عمود ہے - تو زاویۂ م ک ح قائمہ ہوگا اور ب ح ر زاویۂ قائمہ
ہے - تو اس کے مقابل کا زاویۂ ک ح م بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۵) اور کسی مثلث کے دو زاویوں کا دو
قائموں کے برابر ہونا صریح نا ممکن ہے (ش ۱۷) - تو ماننا پڑیگا کہ اس صورت میں عمود ہ ک کا نقطۂ
ک مابین ح ر کے واقع ہوگا - اور اگر ا ب ا ج سے چھوٹا ہو - تو نقطۂ ک مابین ح د کے واقع
ہوگا - کیونکہ اگر وہ ح پر منطبق ہو - تو ا ب ا ج کے برابر ہو جائیگا - جس طرح ابھی بیان ہوا ہے -
اور ح ر کے مابین واقع ہو - تو پہلی صورت کی طرح اب بھی ب ح اور ہ ک میں تقاطع ہوگا
جس سے ایک مثلث پیدا ہو جائیگا جس کے صرف دو زاوئے دو قائموں کے برابر ہونگے اور یہ نا ممکن
ہے (ش ۱۷) - تو ثابت ہو گیا کہ اس صورت میں نقطۂ ک مابین ح د کے واقع ہوگا - مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) پھر ہم کہتے ہیں۔ چاروں مثلث اب ح ل ہ ح ک د ہ اور ح ب د باہم برابر ہیں۔ نیز ہ ک ہ ل کے

فٹ نوٹ۔ چونکہ مثلث اب ح کے ضلعے اب ب ح اور درمیانی زاویۂ اب ح بہ ترتیب مثلث ح ب د کے ضلعوں ح ب ب د اور درمیانی زاویۂ ح ب د کے برابر ہیں۔ اسلئے مثلث اب ح اس کے باقی ضلعے اور زاوئے بہ ترتیب مثلث ح ب د اس کے باقی ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۴)۔ پھر مثلث ح ب د کا ضلع ب د اور دونو زاوئے د ب ح د ح ب بہ ترتیب مثلث ک د ہ کے ضلع د ہ اور دونو زاویوں ک د ہ ہ ک د کے برابر ہیں۔ اسلئے مثلث ک د ہ اس کے باقی ضلعے اور زاوئے مثلث ح ب د اور اب ح ان کے باقی ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶ و غ)۔ پھر مثلث ل ح ہ کا ضلع ح ہ اور دونو زاوئے ہ ل ح ل ہ ح بہ ترتیب مثلث ک د ہ کے ضلع ہ د اور زاویوں ہ ک د ک ہ د کے برابر ہیں۔ تو مثلث ل ح ہ اس کے باقی ضلعے اور زاوئے مثلث ک د ہ ح ب د اب ح ان کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیروں کے برابر ہونگے (ش ۲۶ و غ)۔ تو ثابت ہوگیا کہ چاروں مثلث ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیروں کے برابر ہیں۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ ضلع ہ ح اور ہ د تو مربع ب ح کے ضلع ہیں اسلئے برابر ہیں اور جب ہ ک ہ ل عمود تھے (عل)۔ تو دونو زاوئے ک اور ل قائمے اور برابر ہونگے اور زاویۂ ح ہ ک ایک طرف تو ک ہ د کے ساتھ ایک قائمہ ح ہ د کے اور ایک طرف ل ہ ح کے ساتھ قائمہ ل ہ ک کے برابر ہے۔ اسلئے دونو زاوئے ک ہ د ل ہ ح برابر ہونگے (ع و غ) ل ہ ک اسلئے قائمہ ہے۔ کہ جب دونو زاوئے ہ ل ر ل ر ک دو قائمے ہیں (عل و ش ۱۳)۔ تو دونو خط ک ر ہ ل متوازی ہونگے (ش ۲۸) اور جب ک ر د ل متوازی ہوئے۔ تو دونو زاوئے ل ہ ک ہ ک ر بھی دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)۔ لیکن ہ ک ر قائمہ ہے۔ کیونکہ ہ ک عمود تھا۔ تو ل ہ ک بھی قائمہ ہوگا۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) برابر ہے(۱) - تو سطح ک ل مربع(۲)* اور ا ح کے مربع کے برابر‡(۳) ہوگی (ش ۳۴ و ع ۱) +

پھر مثلث (ا ب ح + ل ح ہ) مثلث (ک د ہ + ح ب د) کے برابر ہے - جیسا کہ ابھی بیان ہو چکا ہے - تو باقی سطح کو دونو مجموعوں میں شامل کر دینے سے ثابت ہو جائیگا - کہ (مربع ا ب + مربع ا ح) اکیلے مربع ب ح کے برابر ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا +

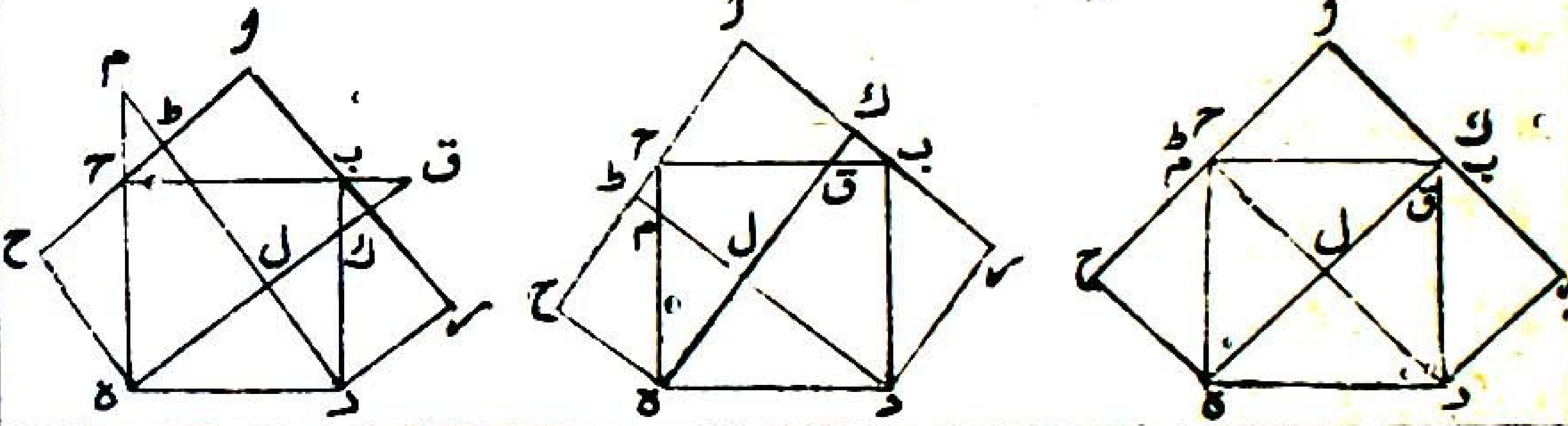
اور اگر ہم یہ چاہیں - کہ وتر زاویۂ قائمہ ب ح کے مربع کی طرح دونو ضلعوں کے مربعے بھی مثلث پر منطبق نہ ہوں اور نہ ضلعوں کے مربعے خود ضلعوں پر بنائے جائیں - تو اس کا ثبوت ذیل کے طریق سے ہو سکتا ہے - مثلث کے مخالف پہلو میں ب ح پر مربع ب ح ہ د بنا کر ضلع ا ب ا ح کو ب اور ح کی طرف اپنی اپنی سیدھ میں بڑھا لیا - پھر بڑھے ہوئے ا ب ا ح پر مربع ب ح کے ضلعے د ہ کے نقطہائے د اور ہ سے بہ ترتیب د ر اور ہ ح دو عمود ڈالے (ش ۱۲) - پھر اُسی د ہ کے نقطہائے د اور ہ

فٹ نوٹ (۱) کیونکہ ہ ک اور ہ ل دونو مثلثوں ک د ہ اور ل ح ہ کے متناظر ضلعے ہیں جن کی برابری ابھی ثابت ہو چکی ہے + مترجم

* فٹ نوٹ (۲) اس سطح ک ل کے چاروں زاویوں کا قائمہ ہونا ابھی ثابت ہو چکا ہے - اسلئے اس کے چاروں ضلعے متوازی ہونگے (ش ۲۸) اور ہ ک ہ ل مثلثوں ک د ہ ل ح ہ کے متناظر ضلعے ہیں جن کی برابری ابھی ثابت ہو چکی ہے - اسلئے سب ضلعے برابر ہونگے (ش ۳۴ و ع ۱) + مترجم

‡ فٹ نوٹ (۳) فٹ نوٹ نمبری (۱) صفحہ ۱۳۳ میں ثابت ہو چکا ہے - کہ مثلث ا ب ح کا ضلع ا ح مثلث ل ح ہ کے ضلع ل ہ اپنی نظیر کے برابر ہے - تو صاف بات ہے - کہ مربع ک ل مربع ا ح کے برابر ہوگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) سے اب اور حا کے متوازی بہ ترتیب دط اور
ہک کھینچے (ش۳)۔ جو نقطۂ ل پر باہم تقاطع کرینگے[فٹ نوٹ ۱] اور نقطہاے ک اور
ط پر بہ ترتیب اب اور حا سے[فٹ نوٹ ۲] اور نقطہاے م اور ق پر بہ ترتیب
مربع کے ضلعوں حہ اور حب سے بدون کسی ضلعے کے بڑھانے کے
جبکہ اب اور حا برابر ہوں یا اب حا سے بڑا ہو اور حہ حب
کو بہ ترتیب ح اور ب کی طرف بڑھانے کے بعد جبکہ وب وح سے
چھوٹا ہو تقاطع[فٹ نوٹ ۳] کرتے ہوئے گزرینگے۔ پھر اگر اب حا برابر ہوں۔



فٹ نوٹ (۱) چونکہ ان دونو متوازیوں پر خط دہ کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاویئے ل دہ اور ل ہد جو مربع ب ح کے زاویئے قائموں ب دہ دہ ح کے جزو ہیں۔ مگر دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ اسلئے یہ دونو متوازی خط کسی نہ کسی نقطے مثلاً ل پر مل جائینگے (ص) + مترجم

فٹ نوٹ (۲) چونکہ حا اور دط پر فرضی خط ود کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاویئے حاد اور ادط جو زاوئے قائموں حاب ب دہ کے جزو ہیں دو قائموں سے چھوٹے ہونگے۔ اسلئے حا اور دط کسی نہ کسی نقطے مثلاً ط پر مل جائینگے (ص)۔ اسی طرح ہک اور اب بھی مثلاً نقطۂ ک پر مل جائینگے + مترجم

فٹ نوٹ (۳) چونکہ دط اور ہح پر دہ کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے دہح (جو زاویۂ قائمہ ہے) اور طدہ (جو زاویۂ قائمہ ب دہ کا جزو ہے) مگر دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ اسلئے دونو خط دط حہ کسی نہ کسی نقطے مثلاً م پر مل جائینگے۔ اسی طرح ہک اور حب پر حہ کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ہحب اور حہک مگر دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ تو ہک اور حب بھی کسی نہ کسی نقطے مثلاً ق پر مل جائینگے (ص) + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) تو ہ ک جو ا ح کا متوازی ہے۔ مربع ب ح کا قطر ہوگا اور دونو نقطے ک اور ق نقطۂ ب پر منطبق ہو جائینگے۔

ہو خط نوٹ۔ کیونکہ اگر ہ ک قطر نہ ہو۔ بلکہ فرضی قطر ب ہ کے کسی ایک طرف میں واقع ہو۔ تو ایک مثلث ک ہ ب پیدا ہوگا جس کے دو زاوئے ہ ک ب اور ہ ب ک دو قائمے ہونگے۔ اور ایسا ہونا ناممکن ہے (ش ۱۷)۔ زاویۂ ہ ک ب تو اسلئے قائمہ ہوگا کہ ہ ک اور ا ح متوازی ہیں (عمل) جن پر خط اب کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ح ا ک اور ا ک ہ دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۲۹)۔ لیکن زاویۂ ا ایک قائمہ ہے (فرض)۔ تو زاویۂ ا ک ہ بھی قائمہ ہوگا۔ اور زاویۂ ہ ک ب یا تو بعینہٖ زاویۂ ا ک ہ ہے۔ جبکہ نقطہ ک مابین ب اور س کے واقع ہو یا اس کا ہم پہلو ہے۔ جبکہ نقطۂ ک مابین ا اور ب کے واقع ہو۔ اور جب زاویۂ قائمہ کا ہم پہلو ہوا۔ تو خود بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳)۔ اور زاویۂ ہ ب ک اسلئے قائمہ ہے کہ یا تو وہ بعینہٖ زاویۂ قائمہ ہ ب ا ہے۔ جبکہ نقطۂ ک مابین ا اور ب کے واقع ہو یا زاویۂ ہ ب ا کا ہم پہلو ہے۔ جبکہ نقطۂ ک مابین ب اور س کے واقع ہو۔ اور جب زاویۂ قائمہ کا ہم پہلو ہوا۔ تو خود بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳)۔ رہی یہ بات کہ زاویۂ ہ ب ا قائمہ ہے۔ تو اسلئے کہ جب خط ہ ب قطر ہے۔ تو زاویۂ ہ ب ح قائمے کا نصف ہوگا (ش ۳۴)۔ اور جب دونو ضلعے اب ا ح برابر ہیں اور زاویۂ ا قائمہ ہے۔ تو زاویۂ اب ح بھی قائمے کا نصف ہوگا (ش ۵) اور جب زاویۂ ہ ب ح اور اب ح میں سے ہر ایک قائمے کا نصف ہے۔ تو ظاہر ہے۔ کہ ان دونو کا مجموعہ زاویۂ ہ ب ا پورا ایک قائمہ ہوگا۔ اور جب ثابت ہو گیا کہ اب ا ح کے برابر ہونے کی صورت میں ہ ک کا۔ فرضی قطر ب ہ کے کسی طرف میں واقع ہونا ناممکن ہے۔ تو ضرور وہ قطر ب ہ پر منطبق ہی ہوگا۔ اور تینوں نقطے ب ک اور ق ایک دوسرے پر منطبق اور باہم متحد ہونگے اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ اب ا ح کے برابر ہونے کی صورت میں د ط بھی جو اب کا متوازی ہے مربع ب ح کا قطر ہے اور تینوں نقطے ح م ط ایک دوسرے پر منطبق اور باہم متحد ہیں۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اسی طرح د ط جو ا ب کا متوازی ہے مربع مذکور کا قطر ہوگا اور دونو نقطے م اور ط نقطۂ ج پر منطبق ہو جائینگے اور اگر ا ب ا ج چھوٹے بڑے ہوں - تو مذکورہ بالا تینوں نقطے بَ كَ قَ اور اور ایسے ہی جَ مَ طَ علٰحدہ علٰحدہ واقع ہوکر بہ ترتیب ایک ایک مثلث ب ك ق اور ج م ط کو گھیر لینگے[(1)] - پھر ا ب ا ج سے بڑا ہو - تو ه ك مربع ب ج کے ضلع بَ جَ[(2)] کو کاٹتا ہؤا ا ر سے مابین ا ب کے اور د ه ط ضلع ج ه کو کاٹتا ہؤا ا ح سے مابین ج ح کے تقاطع کرتا ہؤا گزریگا - پھر

فٹ نوٹ (۱) ا ب ا ج کے چھوٹے بڑے ہونے کی صورت میں اگر خط ه ك قطر ه ب پر منطبق ہو - تو زاویۂ ه ك ا بھی زاویۂ ه ب ا پر منطبق ہوگا - لیکن زاویۂ ه ك ا قائمہ ہے (فرض و عل وش[۲۹]) - تو زاویۂ ه ب ا بھی قائمہ ہوگا (ع) - پھر زاویۂ ه ب ا کا حصہ ه ب ج قائمے کا نصف ہے (ش[۳۴]) - تو باقی زاویۂ ج ب ا بھی قائمے کا نصف ہوگا - اور جب ج ب ا قائمے کا نصف ہؤا اور زاویۂ ا تو قائمہ ہی ہے (فرض) - تو زاویۂ ا ج ب بھی قائمے کا نصف ہوگا (ش[۳۲]) اور جب دونو زاویئے ج ب ا اور ا ج ب برابر نصف نصف قائمے ہوئے - تو دونو ضلعے ا ب ا ج برابر ہونگے (ش[۶]) حالانکہ فرض یہ کیا تھا کہ ا ب ا ج چھوٹے بڑے ہیں - تو ثابت ہو گیا - کہ ان ضلعوں کے کم و بیش ہونے کی صورت میں ه ك ج ب اور ا ب سے ملکر ایک مثلث ب ك ق پیدا کریگا - اور ایسی ہی تقریر سے ثابت ہو سکتا ہے - کہ د ط بھی ج ه اور ا ح سے ملکر ایک مثلث ج م ط پیدا کریگا - اور یہی ثابت کرنا تھا ✦ مترجم

فٹ نوٹ (۲) اگر ه ك ضلع د ب کو کاٹ کر ا ر سے مابین ب اور ر کے تقاطع کرے - تو چونکہ اس صورت میں مثلث ا ب ج کا زاویۂ ج نصف قائمے سے بڑا اور زاویۂ ب نصف قائمے سے چھوٹا ہے (فرض و ش[۳۲] و ش[۱۸])

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ہم کہتے ہیں چاروں مثلث ا ب ج ر د ب ل د ہ اور ح ج ہ باہم برابر ہیں۔ اور سطح ر ل ل ح دو

(بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۳۷)۔ اور جب زاویۂ ج نصف قائمے سے بڑا ہؤا۔ تو مثلث ل د ہ کا زاویۂ ل ہ د بھی جو زاویۂ ج کے برابر ہے جس کا ثبوت ابھی آتا ہے۔ نصف قائمے سے بڑا ہوگا۔ اب اگر ہ ك ضلع د ب کو کاٹ کر ا ر سے مابین ب اور ر کے تقاطع کرے۔ تو زاویۂ ل ہ د نصف قائمے سے بھی چھوٹا ہو جائیگا۔ کیونکہ اب وہ زاویۂ ب ہ د کا جو فرضی قطر ب ہ سے پیدا ہؤا اور ایک قائمے کا نصف ہے (ش ۳۲) جزو ہوگا جس سے زاویۂ ج کا بھی نصف قائمے سے چھوٹا ہونا لازم آئیگا۔ اور جب ا ب کو ج ا سے بڑا اور زاویۂ و کو قائمہ مانا ہؤا ہے۔ تو زاویۂ ج کا نصف قائمے سے چھوٹا ہونا ناممکن ہے (ش ۱۹)۔ اسلئے ضرور اس صورت میں ہ ك ب ج کو کاٹتا ہؤا ا ر سے مابین ا اور ب کے تقاطع کریگا۔ اور ایسی ہی تقریر سے ثابت ہوسکتا ہے کہ د ط بھی ج ہ کو کاٹتے ہوئے ا ح سے مابین ج ح کے تقاطع کریگا۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ اور اگر ا ب ج ا سے چھوٹا ہو۔ تو ہ ك مربع ب ج کے ضلع د ب کو کاٹتا ہؤا ا ر سے مابین ب ر کے اور د ط ضلع ب ج کو کاٹتا ہؤا ا ح سے مابین ج ا کے تقاطع کرتا ہؤا گزریگا۔ اس کے ثبوت کی تقریر کو مذکورۂ بالا ثبوت کی تقریر پر قیاس کرو۔ مترجم

مو فٹ نوٹ۔ مثلث ا ب ج کا ضلع ب ج اور دو زاوئے ج ا ب ا ج ب بہ ترتیب مثلث ر د ب کے ضلع د ب اور دو زاویوں د ر ب د ب ر کے برابر ہیں۔ تو

فٹ نوٹ لہ چونکہ ب ج اور د ب مربع ب ج کے ضلعے ہیں اور دونو زاوئے ا اور ر قائمے ہیں (عل و فرض) اسلئے برابر ہونگے (تخ دعل) اور جب بیرونی زاویۂ ج ب ر اپنے مقابل کے دو اندرونی زاویوں (ب ج ا + ب ا ج) کے (ش ۳۲) اور زاویۂ قائمہ ج ب د زاویۂ قائمہ ب ا ج کے برابر ہے (ص ع)۔ تو باقی زاویۂ ج ا ب باقی زاویۂ د ب ر کے برابر ہوگا (ع ع) مترجم

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۳۸) مثلث ا ب ح اُس کے ضلعے اور زاوئے مثلث ر د ب اس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲) اور ایسی ہی تقریر سے مثلث ا ب ح اور ح ح ہ ان کے ضلعے اور زاوئے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ثابت ہو سکتے ہیں۔ اور جب مثلث ح ح ہ اور ر د ب دونو مثلث ا ب ح کے برابر ہیں۔ تو باہم بھی برابر ہونگے (ع) اسی طرح مثلث ر د ب کا ضلع د ب اور دو زاوئے د ر ب ر د ب بہ ترتیب مثلث ل د ہ کے ضلع د ہ اور دو زاویوں د ل ہ ہ د ل کے برابر* ہیں۔ تو مثلث اول الذکر اس کے ضلعے اور زاوئے مثلث آخر الذکر۔ اس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲) اور جب مثلث ل د ہ مثلث ر د ب کے برابر ہوا۔ تو مثلث ا ب ح اور ح ح ہ کے بھی برابر ہوگا جو ر د ب کے برابر تھے (ع)۔ تو اب ثابت ہو گیا کہ چاروں مثلث ا ب ح ر د ب ل د ہ اور ح ح ہ ان کے سب ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

* فٹ نوٹ۔ اس لئے کہ د ب اور د ہ مربع ب ح کے مساوی ضلعے ہیں (ح ۲۰) اور زاویۂ د ر ب قائمہ ہے (عل) اسی طرح زاویۂ د ل ہ بھی قائمہ ہے۔ کیونکہ ہ ک اور و ح متوازی خطوں پر د ط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ا ط ل ط ل ک دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۲۹) اور اس د ط متوازی خطوں پر ا ح کے واقع ہونے سے دو زاوئے ر ا ط د ط ا بھی دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۲۹) مگر ر ا ط قائمہ ہے (فرض)۔ تو د ط ا بھی قائمہ ہوگا۔ اور جب د ط ا قائمہ ہوا۔ تو ط ل ک بھی قائمہ ہوگا اور ط ل ک قائمہ ہوا۔ تو اس کے مقابل کا زاویۂ د ل ہ بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۵) اور اس کا ہم پہلو زاویۂ د ل ک بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳) اور د ل ک کے مقابل کا زاویۂ ہ ل ط بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۵) اور جب ا ح د ط متوازی ہیں اور اکیلا زاویۂ ا ر د قائمہ ہے (عل)۔ تو باقی زاویۂ ر د ط بھی قائمہ ہوگا (ش ۲۹) اب زاویۂ ط د ب ایک طرف تو زاویۂ ر د ب سے مل کر ایک قائمے کے برابر ہے اور دوسری طرف زاویۂ ہ د ل سے مل کر ایک قائمے کے برابر ہے۔ تو زاویۂ ر د ب اور ہ د ل برابر ہونگے (ع ع و ع ۲) + مترجم

بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) مربع[1] شکلیں اور یہ ترتیب مربع ا ب اور مربع ح ا کے برابر[2] ہیں - پھر مثلث ب ک ق کا ضلع ب ک اور دو زاوئے ب ک ق اور ک ب ق بہ ترتیب مثلث ح م ط کے ضلع ح ط اور

فٹ نوٹ (۱) چونکہ سطح ر ل کے چاروں زاوئے ر - د - ل - ک قائمے علہ اور چاروں ضلعے ر د د ل ل ک ک ر متوازی علہ اور ضلع ر د د ل برابر ہیں - جیساکہ مثلثوں کی برابری کے ثبوت میں بیان ہوا ہے - تو سب ضلعے برابر ہوئے (ش[34] و ع) - اسلئے سطح ر ل مربع شکل ہوئی (ح[2]) اسی طرح سطح ل ح کے چاروں زاوئے ل - ہ - ح - ط قائمے اور چاروں ضلعے ل ہ ہ ح ح ط ط ل متوازی اور دونو ضلعے ل ہ ہ ح برابر ہیں - جیساکہ بیان سابق سے معلوم ہو سکتا ہے - تو سب ضلعے برابر ہوئے (ش[34] و ع) - اس لئے سطح ل ح بھی مربع شکل ہوئی (ح[2]) - اور یہی دعوے تھا ❊ مترجم

❊ فٹ نوٹ (۲) چونکہ دو مربع ا ب اور ایسے ہی ہ ح ح ا باہم متناظر اور برابر ہیں - جیساکہ مثلثوں کی برابری کے ثبوت میں واضح ہو چکا ہے - تو سطح ر ل مربع ا ب کے اور سطح ل ح مربع ح ا کے برابر ہوگی ❊ مترجم

علہ ر - د - ل زاویوں کے قائمے ہونے کا ثبوت تو ابھی گزر چکا ہے اور زاویۂ ک اسلئے قائمہ ہے - کہ کا ک ا ح متوازی خطوں پر ا ک کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ح ا ک ا ک ہ ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (ش[29]) اور زاویۂ ا ایک قائمہ ہے (فرض) - تو باقی ا ک ہ بھی ایک قائمہ ہوگا - اور جب ا ک ہ قائمہ ہوا - تو اس کا ہم پہلو ل ک ر بھی قائمہ ہوگا (ش[13]) - اور یہی ثابت کرنا تھا ❊ مترجم

علہ جب ر د ل ک خطوں پر ر ک خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ل ک ر ک ر د ملکر دو قائموں کے برابر ہیں - جیساکہ ابھی بیان ہو چکا ہے - تو ر د ل ک متوازی ہوئے (ش[28]) اور د ل ک ر متوازی ہیں (عمل) ❊ مترجم

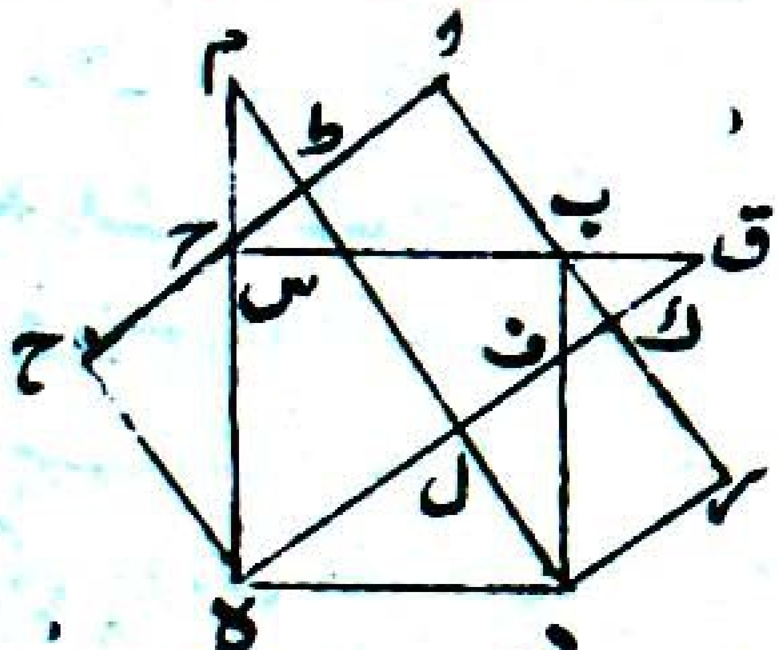
(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) زاویوں ج ط م ط ج م کے برابر ہیں[نوٹ (۱)]-تو اول الذکر مثلث اُس کے ضلعے اور زاوئے آخر الذکر مثلث اُس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶)-اسی طرح ثابت[*(۲)] ہو سکتا ہے-کہ مثلث د م ہ اور ہ ق ج بھی برابر ہیں-ان دونو میں سے مشترک مثلث م ل ہ کو گھٹا دینے کے بعد شکل منحرف ق ل م ج مثلث ل د ہ یعنی مثلث ح ج ہ یعنی (شکل منحرف م ہ ح ط + مثلث ب ک ق) کے ساتھ برابر ہوگی (ع ۲)-پھر شکل منحرف ق ل م ج میں مثلث

فٹ نوٹ (۱) چونکہ ر ک مربع ا ب کا ضلع اور ا ب کے برابر ہے اور ر ب جو بصورت ا ب کے بڑے ہونے کے ر ک کا جزو اور بصورت ا ب کے چھوٹے ہونے کے ر ک کا کل ہے ا ج کا نظیر اور اس کے برابر ہے-جیسا کہ مثلثوں کی برابری کے سلسلے میں واضح ہو چکا ہے-تو ب ک ا ب کا بہ نسبت ا ج کے یا ا ج کا بہ نسبت ا ب کے زائد حصہ ہوا-اسی طرح ح ط مربع ا ج کا ضلع اور ا ج کے برابر ہے-اور ا ط جو بصورت ا ب کے بڑے ہونے کے ا ج کا کل اور بصورت ا ب کے چھوٹے ہونے کے ا ج کا جزو اور مربع ا ب کے ضلع ک ل کا مقابل اور متوازی ہے-ا ب کے برابر ہوگا (ش ۳۴ و غ)-اسلئے ج ط بھی ا ب کا بہ نسبت ا ج کے یا ا ج کا بہ نسبت ا ب کے زائد حصہ ہے-تو ضرور ب ک ج ط برابر ہونگے-اور ب ک ق ج ط م زاویوں میں سے ہر ایک قائمہ ہے-اور ک ب ق ط ج م مثلث ا ب ج اور ح ج ہ کے متناظر زاوئے ہیں-جیسا کہ پہلے بیان ہو چکا ہے+مترجم

* فٹ نوٹ (۲) چونکہ مثلث د م ہ کا ضلع د ہ اور دو زاوئے د ہ م د م ہ بہ ترتیب مثلث ہ ق ج کے ضلع ہ ج اور زاویوں ہ ج ق ہ ق ج کے برابر ہیں-اسلئے د م ہ ہ ق ج کے برابر ہوگا (ش ۲۶)۔ ضلع د ہ ہ ج مربع ب ج کے ضلعے اور د ہ ج ہ ج ق مربع ب ج کے زاوئے ہیں-اسلئے برابر ہونگے-اور د م ہ ہ ق ج ط م ج ب ق ک کے مقابل کے زاوئے ہیں اور وہ برابر تھی-تو یہ بھی برابر ہونگے (ش ۱۵ و غ)-اور یہی ثابت کرنا تھا+ مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ل د ہ کو اور شکل منحرف (م ہ ح ط + مثلث ب ا ق)
میں مثلث ر د ب کو جو پہلے برابر ثابت ہو چکے ہیں شامل کر دیا اور
شکل منحرف (ب ق ل د + مثلث م ل ہ) کو (ق ل م ج + د ل ہ) اور
(م ہ ح ط + ب ک ق + ر د ب) دونو میں شامل کر دیا - تو اکیلا مربع
ب ج مربع ا ب ا ج کے مجموعے کے برابر ہوگا - اور یہی ثابت کرنا تھا +

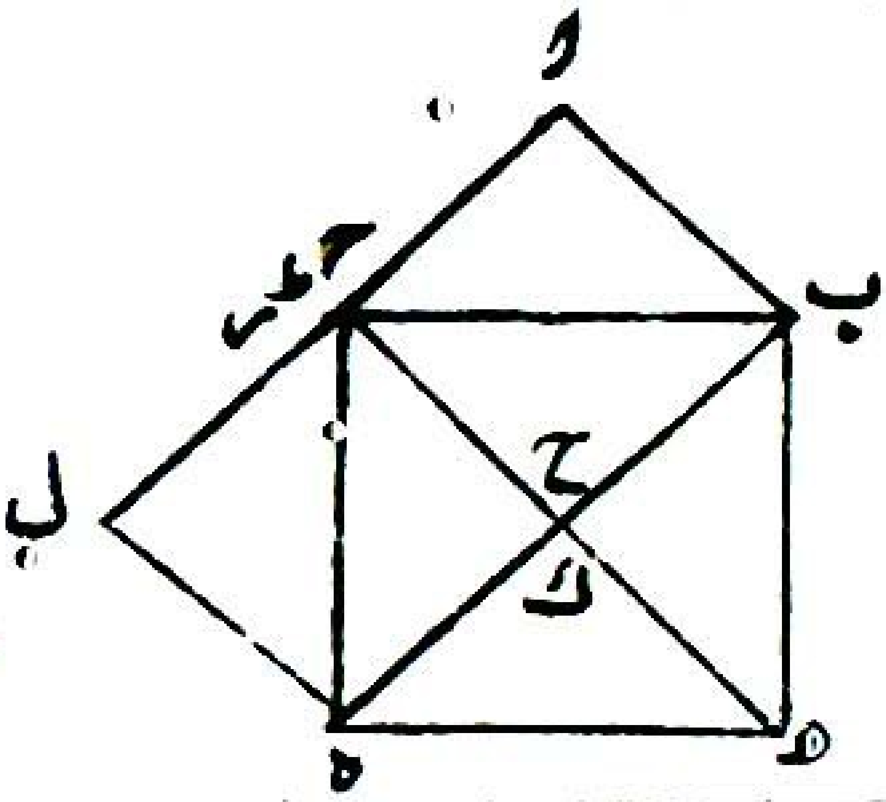
دوسرا نوٹ - اب ا ج سے بڑا ہو - تو یہ سارا بیان بالکل صاف ہے - لیکن



اگر ا ج بڑا ہو - تو دونو مثلثوں د م ہ ہ ق ج کی
برابری ثابت کرنے کے بعد ہم کہینگے مثلث ط ج س
کا ضلع ط ج اور دونو زاوئے ج ط س س ج ط بر ترتیب
مثلث ب ف ک کے ضلع ب ک اور دونو زاویوں ب ک ف
ف ب ک کے برابر ہیں - اسلئے مثلث ط ج س مثلث
ب ف ک کے برابر ہوگا (ش ۲۶) -

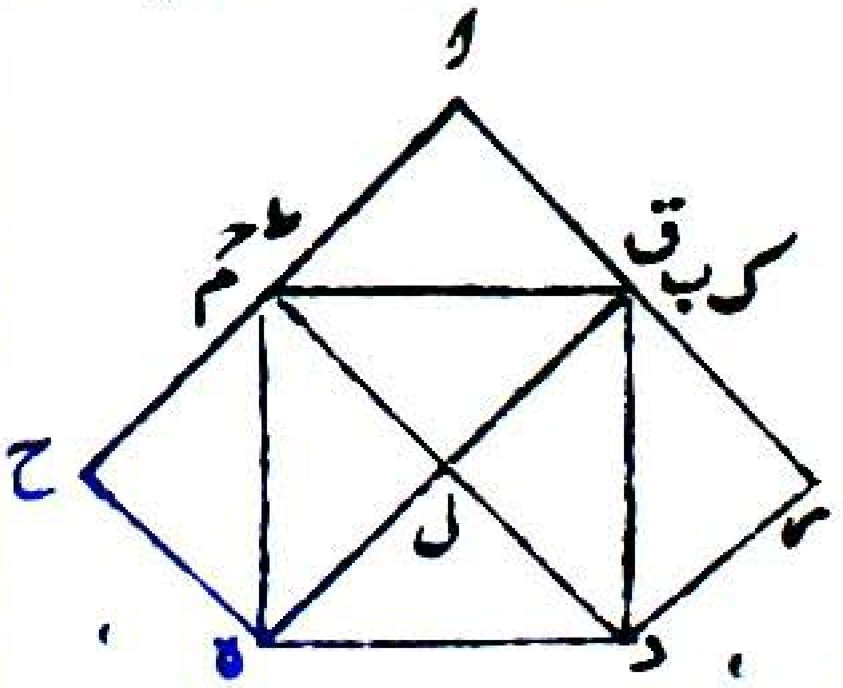
ثبوت - ضلع ب ک اور ط ج کی برابری تو ابھی ثابت ہو چکی ہے اور دونو
زاوئے ج ط س ب ک ف قائمے ہیں (ش ۳۰ و ش ۳۱) اور دونو زاوئے س ج ط ف ب ک
برابر کے دو مثلثوں ا ب ج ر د ب کے متناظر زاوئے ہیں - پھر ہم کہتے
ہیں برابر کے مثلثوں د م ہ ہ ق ج میں سے سطح مشترک ل ہ ج س اور
دونو مثلثوں ج س م ف ق ب کو گھٹا دینے سے سطح منحرف ب ف ل س
مثلث ل د ہ یعنی ر د ب یعنی (سطح منحرف ر ک ف د + مثلث ط س ج) کے
برابر ہوگی - پھر سطح منحرف ب ف ل س کے ساتھ مثلث ل د ہ کو اور
سطح منحرف (ر ک ف د + مثلث ط س ج) کے ساتھ مثلث ح ج ہ کو
شامل کرنے اور سطح منحرف (ل ہ ج س + مثلث ل د ف) کو دونو
میں شامل کر دینے سے دونو مربعے ر ل اور ل ج یعنی مربع ا ب +
مربع ا ج) اکیلے مربع ب ہ یعنی مربع ب ج کے برابر ہو نگے (ع) اور
یہی ثابت کرنا تھا -

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور اگر باوجود اس کے کہ نہ تو کوئی مربع مثلث پر منطبق ہو۔ اور نہ وتر زاویہ قائمہ کا مربع ال متوازی خط سے دو حصے کیا جائے اور نہ اب اج کے مربعے خود اُن پر بنائے جائیں۔ ہم نہ چاہیں کہ ایک ضلعے کا مربع دوسرے ضلعے کے مربعے پر منطبق ہو۔ اس صورت میں اگر اب اج برابر ہوں۔ تو ظاہر ہے۔ لیکن اگر وہ



چھوٹے بڑے ہوں۔ تو پہلے وتر ب ج کا مربع بنائینگے۔ پھر اب کو اس کی سیدھ میں بڑھا کر ضلع دہ کے دونو نقطوں د اور ہ سے اُس پر در ہ ح دو عمود ڈالینگے (ش۲) جن میں سے ہ ح ضلع ب ج سے

(بقیہ فٹ نوٹ صفحہ ۱۴۲) اور اگر ضلع اب اج برابر ہوں۔ تو برابر کے

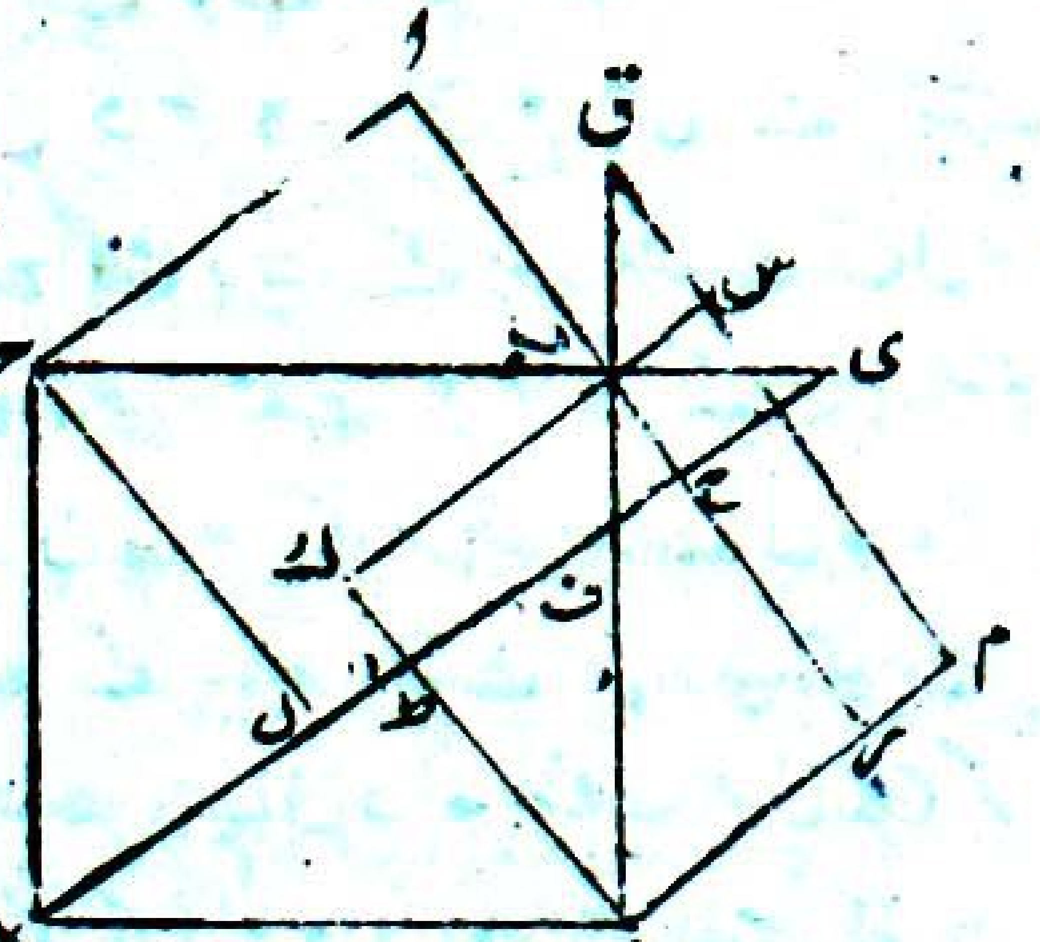


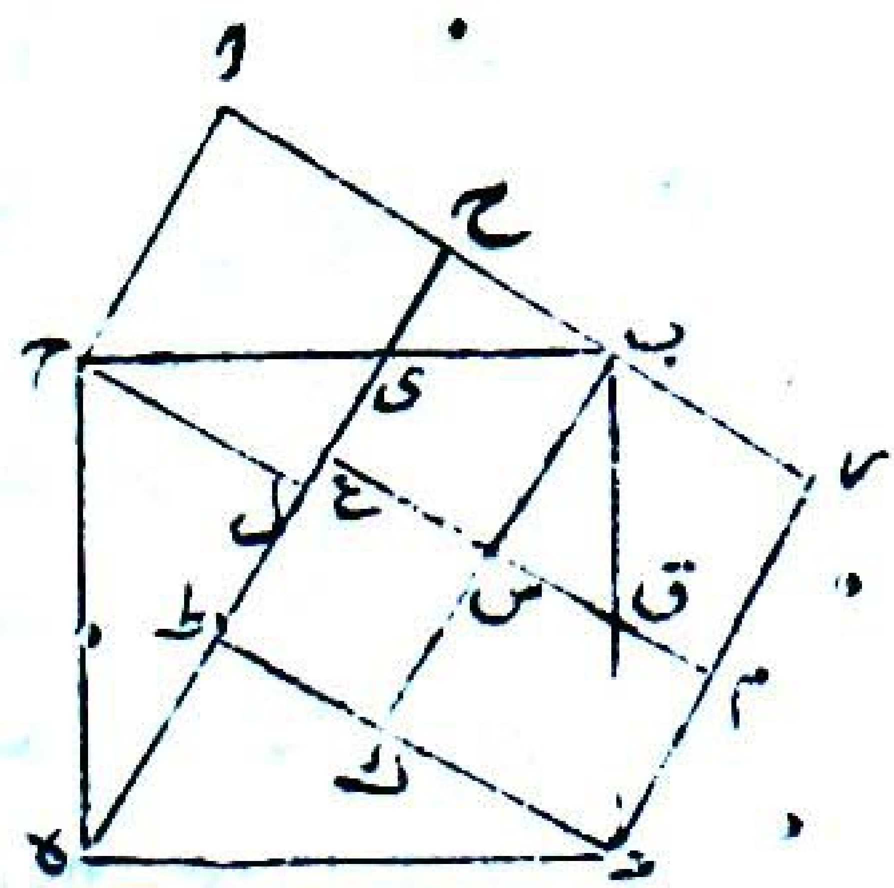
مثلثوں د م ہ ہ ق ج میں سے مشترک مثلث م ل ہ گھٹا دینے کے بعد مثلث ق ل م مثلث ل د ہ یعنی مثلث ح ج ہ کے برابر ہوگا۔ پھر مثلث ق ل م کے ساتھ مثلث ل د ہ کو اور مثلث ح ج ہ کے ساتھ مثلث ر د ب کو شامل کرنے اور مثلث ر ب ل د + مثلث م ل ہ) کو دونو کے ساتھ شامل کردینے پر دونو مربع ر ب ل ل ح مگر اکیلے مربع ب ہ۔ یعنی ب ج کے برابر ہونگے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ۔ یعنی انطباق کی صورت میں اب اور اج کے مربعے بعینہ ایک ہونگے اور اس صورت کے ثبوت کے لئے وہی بیان کافی ہے جو صرف مربع اب کے مثلث پر منطبق ہونے کی صورت میں لکھا گیا (دیکھو صفحہ ۱۰۳ شکل نمبر ۱ اور اُس کا ثبوت) + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) نقطۂ ی پر تقاطع کریگا - پھر نقطۂ د اور ج سے
ہ ح پر بہ ترتیب دط جل اور نقطۂ ب سے دط پر ب ك عمود ڈالینگے
(ش ۱۲) - پھر د ر میں سے دك کے برابر[2] د م کاٹ کر (ش ۳) دط کے
متوازی ایک خط م ق س ع کھینچینگے (ش ۳۱)[3] جو دب سے نقطۂ ق پر
اور ب ك سے نقطۂ س پر اور ہ ح سے نقطۂ ع پر تقاطع کریگا - خواہ
یہ تقاطع دب ب ك ہ ح کو بدون بڑھانے کے ہو جبکہ اب اج سے بڑا
ہو یا اُن کے بڑھانے کے بعد جبکہ اب اج سے چھوٹا ہو - پھر ہم کہتے ہیں

† فٹ نوٹ (۱) چونکہ دو خطوں ہ ح ب ج پر ہ ج کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاویئے ح ہ ج اور ہ ج ب ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں - اسلئے وہ دونو کسی نقطے مثلاً ی پر ملینگے (ص) - پھر اگر اب اج سے بڑا ہو - تو ج ب کو بڑھانے کی ضرورت نہ ہوگی - لیکن اگر اج بڑا ہو - تو ج ب کو بڑھانے کے بعد ملنے کا موقع ہوگا + مترجم





* فٹ نوٹ (۲) اگر د ر دك سے بڑا ہو - تو بحکم شکل ۳ اور اگر د ر دك سے چھوٹا ہو - تو بحکم اصول موضوعہ ۲ د ش ۳ + مترجم

‡ فٹ نوٹ (۳) چونکہ م ق س ع اور دط دونو متوازی ہیں (ع ل) - اسلئے ایک

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۴۴ - ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے م د ط د م ق دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) اور زاویۂ ب د م زاویۂ ط د م کا جزو ہے۔ اسلئے دونو زاوئے ب د م د م ق ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے اور اسلئے خط م ق اور د ب کسی نقطے مثلاً ق پر ضرور مل جائینگے (ص ۱)۔ پھر ہ ح اب پر اور د ط ہ ح پر عمود ہے۔ اسلئے دونو زاوئے ر ح ط ح ط د قائمے اور خطوط ر ح د ط متوازی ہوئے (ش ۲۸) اور جب یہ دونو متوازی ہوئے۔ تو دونو زاوئے ط د ر د ر ح دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)۔ مگر زاویۂ د ر ح قائمہ ہے۔ کیونکہ د ر عمود ہے۔ تو ط د ر بھی قائمہ ہوگا۔ پھر م ق د ط متوازی خطوں پر م د کے واقع ہونے سے دونو زاوئے ق م د م د ط ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (ش ۲۹)۔ اور م د ط قائمہ ہے۔ تو ق م د بھی قائمہ ہوگا۔ اسی طرح زاویۂ ق م ر بھی قائمہ ہے۔ کیونکہ وہ یا تو زاویۂ ق م د کا ہم پہلو ہے۔ جبکہ اب اح سے بڑا ہو یا بعینہ زاویۂ ق م د ہے۔ جبکہ اب اح سے چھوٹا ہو۔ پھر دونو خط ر ب د ک جو متوازی خطوں ر ح د ط کے اجزا ہیں باہم بھی متوازی ہیں۔ ان دو متوازی خطوں پر ب ک واقع ہوا اور زاویۂ ب ک د تو قائمہ ہے۔ تو ر ب ک بھی قائمہ ہوگا (ش ۲۹) اور جب ر ب ک قائمہ ہوا۔ تو ر ب س بھی قائمہ ہوگا۔ کیونکہ وہ بعینہ زاویۂ ر ب ک ہے۔ جبکہ اب اح سے بڑا ہو یا اس کا ہم پہلو۔ جب اب اح سے چھوٹا ہو۔ اب اگر م ب میں فرضی خط ملا دیں۔ تو زاویۂ س م ب س م ر کا جو بعینہ زاویۂ ق م ر ہے جزو ہوگا۔ نیز زاویۂ ر ب م زاویۂ قائمہ ر ب ک کا جزو ہے۔ جبکہ اب بڑا ہو یا زاویۂ قائمہ اب س کا جزو ہے۔ جبکہ اب چھوٹا ہو۔ تو اب ہم کہتے ہیں۔ دو خطوں ب ک م ق پر خط ب م واقع ہوا۔ اور ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ق م ب م ب س ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ تو م ق ب ک اپنی اپنی سیدھ میں بڑھتے ہوئے کسی نقطے مثلاً س پر مل جائینگے (ص ۱)۔ اسی طرح م ہ میں فرضی خط ملا دیا۔ تو م ق اور ہ ح پر م ہ کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ق م ہ (جو قائمہ ق م د کا جزو ہے) اور ح ہ م (جو قائمہ ح ہ د کا جزو ہے) ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہونگے اور اسلئے م ق اور ح ہ بھی کسی نقطے مثلاً ع پر مل جائینگے (ص)۔ ۱۲ مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) پانچوں مثلث ا ب ج ل ہ ج ط ہ د س د ب
اور د ب ک برابر ہیں - اور یہ کہ سطح م ک اور س ط دو مربع شکلیں اور

موفٹ نوٹ - مثلث ا ب ج اور ل ہ ج کے ضلعے ب ج اور ج ہ تو مربع ب ج
کے ضلع ہیں - اسلئے برابر ہونگے - اور پہلے مثلث کا زاویۂ قائمہ ا (فرض) دوسرے
مثلث کے زاویۂ قائمہ ل (عمل) کے برابر ہے - پھر زاویۂ ب ج ل ایک طرف تو
ب ج ا سے ملکر ایک قائمے کے برابر ہے - کیونکہ ہ ح ا س پر اور ج ل ہ ح پر
عمود ہے (عمل) اور دونو زاوئے ج ل ح ل ح ا قائمے ہیں - تو ا ح اور ج ل
متوازی ہوئے (ش ۲۸) - ان متوازیوں پر ج ا کے واقع ہونے سے دو زاوئے ح ا ج
ا ج ل ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - لیکن زاویۂ ح ا ج قائمہ ہے (فرض)
تو زاویۂ ا ج ل بھی قائمہ ہوگا - اور دوسری طرف ل ج ہ سے ملکر ایک زاویۂ
قائمہ ب ج ہ کے برابر ہے - اسلئے پہلے مثلث کا زاویۂ ا ج ب دوسرے مثلث
کے زاویۂ ل ج ہ کے برابر ہوگا (ع ۱ و ع ۲) اور جب مثلث ا ب ج کا ایک ضلع
اور دو زاوئے مثلث ل ج ہ کے ایک ضلع اور دو زاویوں کے برابر ہوئے - تو
ا ج ب اُس کے ضلعے اور زاوئے ل ج ہ اُس کے ضلعوں اور زاویوں میں
سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶) - پھر مثلث ا ب ج اور د ب ک
کے ضلعے ب ج ب د تو مربع ب ج کے ضلعے اور دونو زاوئے ا اور ک
قائمے ہیں (فرض و عمل) نیز ب ک د ط پر اور د ط ہ ح پر عمود ڈالے گئے
تھے - اسلئے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ب ک ط ک ط ح ملکر دو قائموں
کے برابر ہوئے - اور اسلئے ب ک ح ط متوازی ہونگے (ش ۲۸) - ان متوازیوں
پر خط ب ح کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ح ب ک
ب ح ط ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے - لیکن ہ ح ا س پر عمود تھا - تو زاویۂ
ط ح ب قائمہ ہوا - اور اسلئے زاویۂ ح ب ک بھی قائمہ ہوگا - اب اگر ا ب ا ج

بقیۂ فٹ نوٹ ۱۴۶ - سے بڑا ہو - تو زاویۂ ح ب ک بعینہٖ زاویۂ اب ک ہوگا -
اور اگر اب ک ح سے چھوٹا ہو - تو زاویۂ اب ک ح ب ک کا ہم پہلو ہوگا -
اور زاوئے قائمے کا ہم پہلو ہوا - تو خود بھی قائمہ ہوا (ش۳۱) - اب زاویۂ ح ب ک ایک
طرف تو ک ب د کے ساتھ ملکر ح ب د قائمے کے برابر ہے اور دوسری طرف
اب ح کے ساتھ ملکر اب ک قائمے کے برابر ہے - تو اب ح ک ب د کے برابر
ہوا (ع و ع) اور جب ان میں سے پہلے مثلث کا ایک ضلع اور دو زاوئے بہ ترتیب دوسرے
مثلث کے ایک ضلع اور دو زاویوں کے برابر ہوئے - تو پہلا مثلث - اس کے
ضلعے اور زاوئے دوسرے مثلث - اس کے ضلعوں اور زاویوں کے برابر ہونگے
(ش۲۶) - پھر مثلث اب ح اور ر د ب کے ضلعے ب ح اور ب د مربع ب ح
کے ضلعے اسی طرح زاوئے قائمے ا اور ر (فرض و عمل) برابر ہیں - پھر جب
مثلث اب ح کا بیرونی زاویہ ح ب ر اپنے مقابل کے دو اندرونی زاویوں
(ا + ح) کے برابر ہے (ش۳۲) اور قائمہ ح ب د اکیلا قائمہ ا کے برابر ہے -
تو باقی ا ح ب ر ب د کے برابر ہوگا (ع) اسلئے پہلا مثلث - اس کے ضلعے
اور زاوئے دوسرے مثلث - اس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی
نظیر کے برابر ہوئے (ش۲۶) - پھر مثلث ل ہ ح اور ط ہ د کے ضلعے ح ہ اور
ہ د مربع ب ح کے ضلعے اور دونو زاوئے قائمے ل اور ط برابر ہیں - ایسے ہی
دونو زاوئے ل ہ ح اور ط د ہ برابر ہیں - کیونکہ زاویۂ ط ہ د ایک طرف تو ل ہ ح سے
ملکر مربع ب ح کے زاوئے قائمے د ہ ح کے اور دوسری طرف ط د ہ سے ملکر زاوئے قائمے
کے برابر ہوتا ہے (عل و ش۳۲) تو دونو زاوئے ل ہ ح ط د ہ برابر ہوئے (ع و ع) -
اور جب ان مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے - تو خود
مثلث - اس کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیروں کے برابر ہوئے (ش۲۶) - اور
اب یہ بھی ثابت ہوگیا - کہ مذکورۂ بالا پانچوں مثلث باہم برابر ہیں
(ع) + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) بہ ترتیب مربع ا ح اور مربع ا ب کے برابر ہیں۔ پھر مثلث م د ق کا ضلع م د اور دو زاوئے ق م د م د ق

موفٹ نوٹ۔ یہ پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ سطح م ک کے تینوں زاوئے م۔ د اور ک قائمے ہیں اور جب م د س ک خطوں پر د ک کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے د اور ک قائمے ہوئے۔ تو م د س ک متوازی ہوئے (ش ۲۸)۔ ان متوازیوں پر م س خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے م اور س بھی قائمے ہونگے (ش ۲۹) اور اکیلا م قائمہ ہے۔ تو اکیلا س بھی قائمہ ہوگا اور اس طرح سطح مذکور کے چاروں زاوئے قائمے ہوئے اور جب ضلع د م ضلع د ک کے برابر ہے (عمل)۔ تو چاروں ضلعے بھی برابر ہونگے (ش ۳۴) اور جب چاروں ضلعے برابر اور چاروں زاوئے قائمے ہوئے۔ تو سطح م ک مربع شکل ہوئی (ح ۳۰)۔ لیکن د ک ا ح و ب ح د ب ک برابر کے مثلثوں کے متناظر ضلعے ہیں۔ تو ظاہر ہے۔ کہ مربع م ک ا ح کا مربع ہوا گزشتہ بیان میں یہ بھی واضح ہو چکا ہے کہ سطح ر ط کے چاروں زاوئے ر۔ د۔ ط اور ح قائمے اور برابر کے مثلثوں ر د ب ط ہ د ا ب ح کے متناظر ضلعے د ر د ط اور ا ب برابر ہیں۔ تو چاروں ضلعے متوازی اور چاروں ضلعے برابر ہونگے (ش ۲۸ و ش ۳۴) اور یہ کہ سطح ر ط مربع شکل اور مربع ا ب کے برابر ہوگی۔ پھر ا ب بڑا ہو۔ تو اُس کا مربع ر ط ا ح کے مربع م ک پر حاوی اور اُسے اپنے ضمن میں لئے ہوئے اور ا ح بڑا ہو۔ تو اُس کا مربع م ک ا ب کے مربع ر ط کو اپنے ضمن میں لئے ہوئے اور اُس پر حاوی اور ہر صورت میں ایک مربع دوسرے پر منطبق ہوگا۔ اور یہی مطلوب تھا + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) بہ ترتیب مثلث ل ح ی کے ضلع ح ل اور زاویوں
ح ل ی ل ح ی کے برابر ہوں[1] ہیں - تو مثلث م د ق اس کے ضلعے اور
زاویئے بہ ترتیب مثلث ل ح ی اُس کے ضلعوں اور زاویوں کے برابر
ہونگے (ش ۲۶) - اسی طرح مثلث ب ق س کا ضلع ب س اور دو زاوئے
س اور ق مثلث ب ی ح کے ضلع ب ح اور دو زاویوں ح اور ی
کے برابر[2]* ہیں - تو پہلا مثلث - اُس کے ضلعے اور زاوئے - دوسرے مثلث -
اس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶)

* فٹ نوٹ (۱) جب م ک ا ح کا مربع ہے - تو م د ا ح کے برابر ہوگا (ش ع)
اور ا ح ح ل کی برابری مثلثوں کے بیان میں گزر چکی ہے - پھر دونو زاوئے
م اور ل قائمے ہیں جس کا ثبوت گزر چکا ہے - اور جب ل ح ہ ایک طرف
تو ل ح ی کے ساتھ اور دوسری طرف ل ہ ح کے ساتھ ملکر ایک قائمے کے
برابر ہوتا ہے - اسلئے ل ح ی اور ل ہ ح برابر ہونگے (ع و ع) - پھر ل ہ ح
ط د ہ کے برابر ہے - کیونکہ ط ہ د ان دونو کے ساتھ ملکر ایک قائمے کے برابر
ہوتا ہے - اسی طرح ب د ط ایک طرف تو ب د ر سے ملکر مربع م ک کے
زاویۂ م د ک کے اور دوسری طرف ط د ہ سے ملکر مربع ب ح کے زاویۂ ب د ہ
کے برابر ہوتا ہے - اسلئے زاویۂ ط د ہ زاویۂ ر د ب کے برابر ہوگا جو بعینہ
زاویۂ م د ق ہے (ع و ع) - تو زاویۂ ل ح ی م د ق کے برابر ہوا (ع) -
اب مثلث م د ق کا ایک ضلع اور دو زاوئے مثلث ل ح ی کے ایک ضلع
اور زاویوں کے برابر ہوئے - اور یہی ثابت کرنا تھا * مترجم

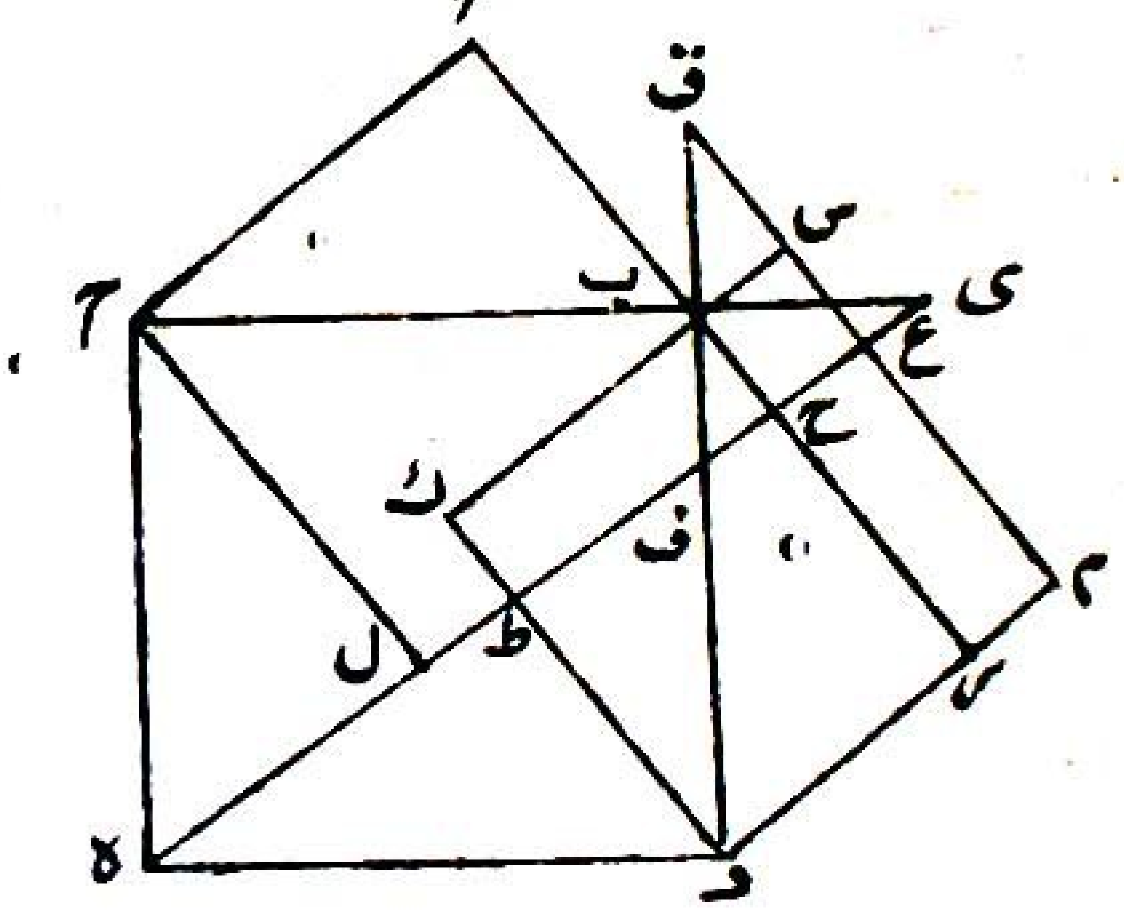
* فٹ نوٹ (۲) مثلثوں کی مساوات کے بیان میں واضح ہو چکا ہے - کہ
ب ک ا ب کا نظیر اور زاویۂ ا ب ح زاویۂ ک ب د کا نظیر اور اُس کے
برابر ہے اور ک س جو درصورت ا ب کے بڑے ہونے کے ک ب کا

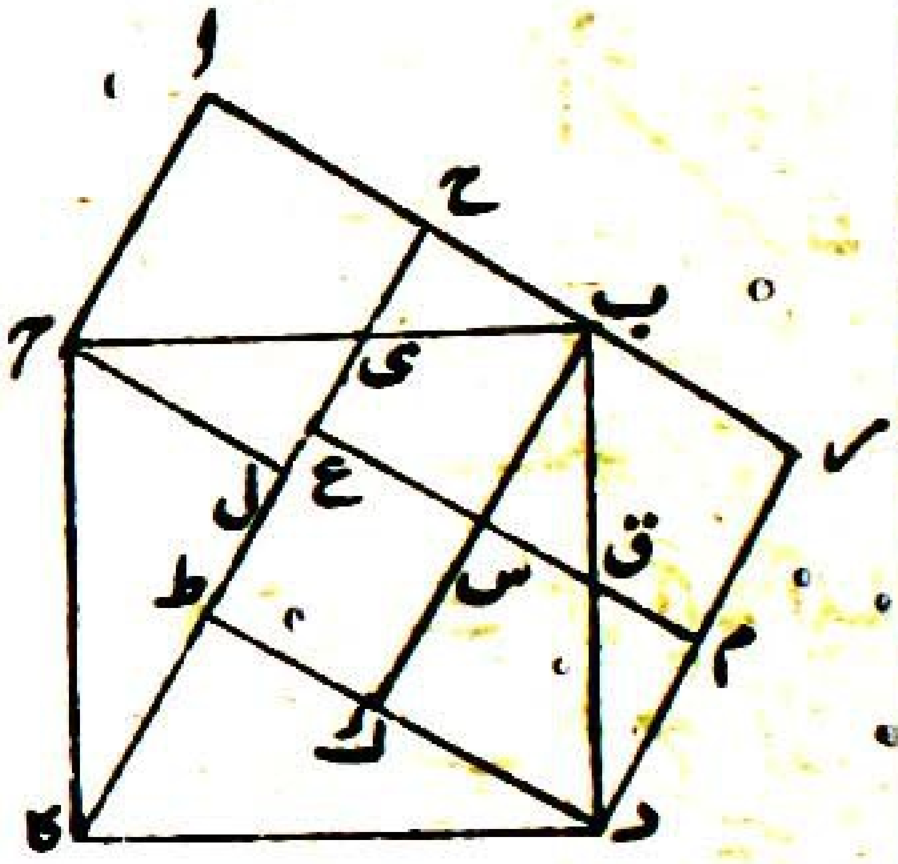
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اب ثابت ہو گیا - کہ مثلث (م دق + دب ك)
یعنی (مربع م ك + مثلث ب ح ی) مثلث ہ ح ی کے برابر ہے - اب

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۴۹ - جزو اور درصورت اح کے بڑے ہونے کے اُس کا کل ہے ح ا کے برابر ہے - کیونکہ اُسی کے مربع م ك کا ایک ضلع ہے - تو ب س یا تو اب کا بہ نسبت ح ا کے جبکہ اب بڑا ہو یا اح کا بہ نسبت اب کے جبکہ اح بڑا ہو - زائد حصہ ہے - اسی طرح س ح اب کے برابر ہے - کیونکہ اُسی کے مربع س ط کا ایک ضلع ہے اور س ب جو درصورت اب کے بڑے ہونے کے س ح کا جزو اور درصورت ح ا کے بڑے ہونے کے اُس کا کل ہے - اح کے برابر ہے - تو ب ح بھی یا اب کا بہ نسبت ح ا کے جبکہ اب بڑا ہو یا ح ا کا بہ نسبت اب کے جبکہ ح ا بڑا ہو - زائد حصہ ہے - اسلئے ب س اور ب ح برابر ہونگے - پھر زاویۂ ق س ب مربع م ك کے زاویۂ قائمہ م س ك کا ہم پہلو ہے - اسلئے قائمہ ہوگا (ش ۱۳) اور ایسے ہی زاویۂ ب ح ی یا تو خود مربع س ط کا ایک زاویہ ہے - جبکہ اب بڑا ہو یا اس کے زاویۂ س ح ط کا مقابل ہے - جبکہ ح ا بڑا ہو - اور زاویۂ قائمے کا مقابل ہؤا - تو بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۵) - اور زاویۂ ب ق س یا تو مثلث م ق د کے زاویۂ ق کا مقابل زاویہ ہے - جبکہ اب بڑا ہو - اور مقابل کا زاویۂ ہؤا - تو اُس کے برابر ہوگا (ش ۱۵) یا بعینہٖ اسی کا زاویۂ م ق د ہے - جبکہ د ح بڑا ہو - اسی طرح زاویۂ ب ی ح یا تو مثلث ل ی ح کے زاویۂ ل ی ح کا مقابل ہے - جبکہ اب بڑا ہو یا بعینہٖ اُسی کا زاویۂ ل ی ح ہے - جبکہ اح بڑا ہو اور دونو زاویوں م ق د اور ل ی ح کی برابری پہلے معلوم ہو چکی ہے - تو دونو زاویے ب ق س اور ب ی ح بھی برابر ہونگے (ع ع) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

نو فٹ نوٹ - مثلث م دق کا بصورت بڑے ہونے اح کے یا مثلث دب ك کا بصورت بڑے ہونے اب کے جزو درحقیقت مثلث ب ق س تھا - اسلئے اس طرح کہنا چاہئے کہ (مربع م ك + مثلث ب ق س) مثلث ہ ح ی کے برابر ہے - مگر چونکہ ب ق س ب ح ی کے برابر ہے - اسلئے بجائے مثلث ب ق س کے مثلث ب ح ی کہا + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) پہلے مجموعے میں مثلث ر د ب اور مثلث ہ ج ی میں مثلث ط د ہ کو شامل کر دیا - پھر اب بڑا ہو - تو پوری سطح ب د ط ی کو دونو مجموعوں میں شامل کر دینے سے تینوں مربعے م ک ر ط اور ب ہ یعنی مربع اب مربع ج ا اور مربع ب ج پورے پورے بن جائینگے اور (مربع م ک + مربع ر ط) یعنی (مربع اب + مربع ج ا) مربع ب ہ یعنی مربع ب ج کے برابر ہو جائیگا (ع) - لیکن اگر ا ج بڑا ہو -



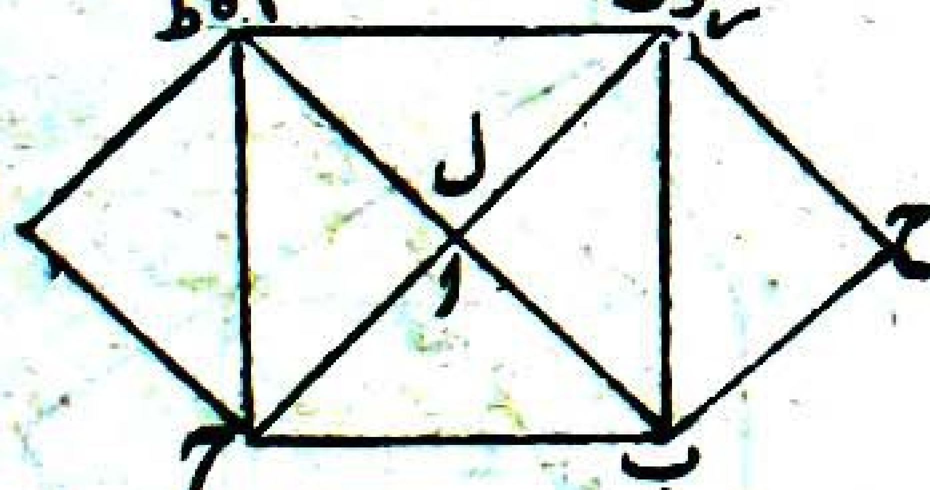


تو مثلث ف ط د کو مثلث (م د ق + ب د ک + ر د ب) اور مثلث (ہ ج ی + ط د ہ) میں علیحدہ علیحدہ شامل کر دینے اور مثلث ب ف ی کو ان دونو مجموعوں میں سے گھٹا دینے سے تینوں مربعے بن جائینگے - جن میں اب ج ا ضلعوں کے مربعے خود ضلعوں پر نہیں بنائے گئے - اور نہ ال خط متوازی سے مربع ب ج کے دو حصے کئے گئے - اور نہ کوئی مربع مثلث پر منطبق ہے - مگر ضلعوں کے مربعے باہم ایک دوسرے پر منطبق ہیں - اور پہلے دونو مربعوں کا مجموعہ تیسرے مربع کے برابر ہوگا - جیسا کہ بنی ہوئی شکلوں میں غور کرنے سے واضح ہو سکتا ہے +

اور اگر ہم یہ شرط کریں کہ تینوں ضلعوں کے مربعے خود ضلعوں پر اُن

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کے کسی ایک پہلو میں بنائے جائیں - اور ا ل خط متوازی سے مربع ب ج کے دو حصے نہ کریں - تو اب بھی گزشتہ صورتوں کی طرح آٹھ صورتیں ہو سکتی ہیں +

(۱) یہ کہ صرف وتر ب ج کا مربع مثلث کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتا ہُوا بنایا - اور دونو ضلعوں اب اج کو اپنی اپنی سیدھ میں یہاں تک بڑھایا - کہ وہ مربع ب ج سے بہ ترتیب نقطہاے م اور ق پر مل گئے - اب اگر اب اج برابر ہوں -

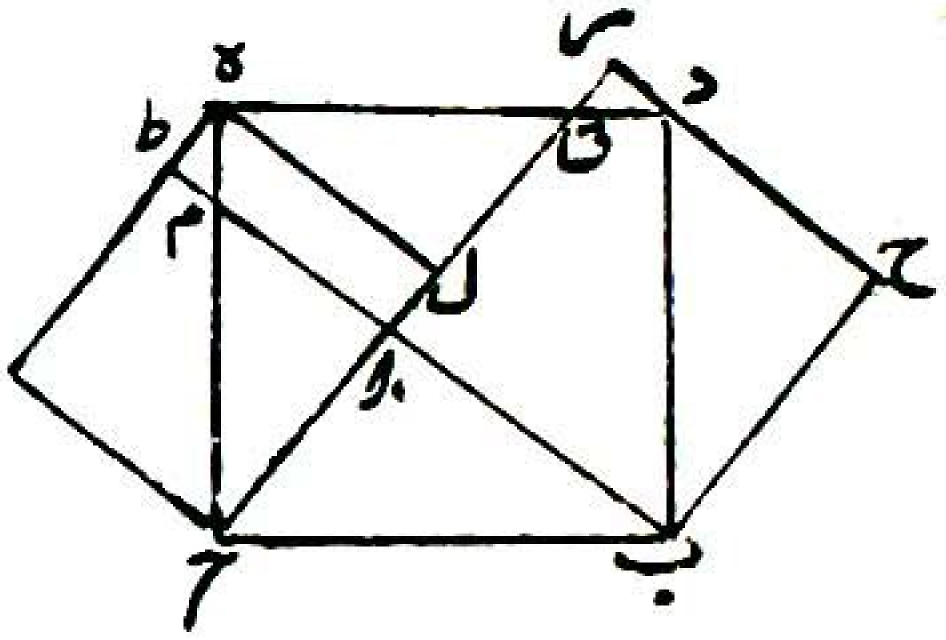


تو دونو نقطہاے م اور ق مربع ب ج کے نقطہاے د اور ھ پر منطبق[1] ہونگے - اور اگر وہ دونو چھوٹے بڑے ہوں - تو بہ ترتیب اُس کے ضلعوں د ھ ھ ج یا ب د د ھ میں سے کسی ایک ایک کو کاٹتے[2] ہوئے گزرینگے - پھر نقطہاے د اور ھ سے بہ ترتیب اج اور اب پر د س اور ھ ط دو عمود ڈالے (ش ۱۲) - پھر ان دونو عمودوں پر بہ ترتیب

فٹ نوٹ (۱) کیونکہ جب اب اج برابر ہیں - اور زاویۂ ا قائمہ ہے (فرض) - تو دونو زاویئے اب ج اج ب نصف نصف قائمے کے برابر ہونگے (ش ۳۲ و ش ۵) اور جب یہ دونو نصف نصف قائمے ہو - تو باقی اب د اج ھ بھی نصف نصف قائمے ہونگے - اور اب اج اب مربع ب ج کے قطر ہوئے (ش ۱۲) - اور قطر ہوئے - تو ان کے انجام کے نقطے م اور ق مقابل کے نقطوں ھ اور د پر ضرور منطبق ہونگے + مترجم

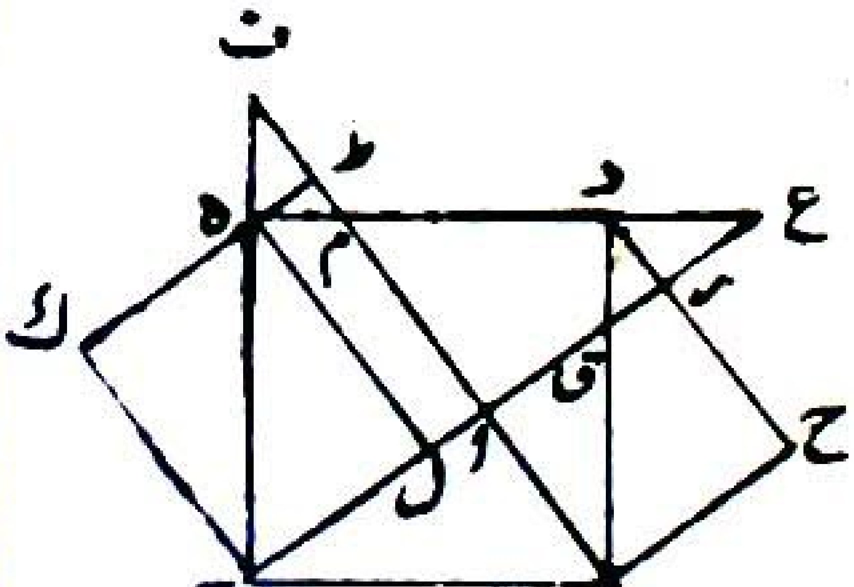
* فٹ نوٹ (۲) اس صورت میں اگر م اور ق د ھ نقطوں پر منطبق ہوں - تو پہلی صورت کی طرح اب اج قطر اور دونو زاویئے اب ج اج ب برابر ہونگے جس سے اب اج کا برابر ہونا لازم آئیگا (فرض و ش ۶) اور

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ب ج کے نقطہاے ب اور ج سے ب ح اور ج ک دو عمود ڈالے[۱] (ش ۱۲)، جو د س اور ہ ط کے نقطہاے ح اور ک پر مل گئے۔ اب اب ا ج کے چھوٹے بڑے ہونے کی صورت میں ہم نے فرض کیا۔



کہ اب بڑا ہے۔ تو ہم نے نقطۂ ہ سے ج س پر ایک عمود ہ ل ڈالا (ش ۱۲)۔ جو ج س کے نقطۂ ا[۲] کے سوا اسی کے کسی اور نقطے پر واقع ہوا۔ اور اب دونو سطحیں[۱] ک ل ل ح

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۵۲۔ فرض یہ کیا ہوا ہے کہ دونو چھوٹے بڑے ہیں۔ اور جب وہ د ہ نقطوں پر منطبق نہ ہو سکے۔ تو در صورت اب کے بڑے ہونے کے چونکہ زاویۂ ا ج ب نصف قائمے سے بڑا ہوگا اور اب ج نصف قائمے سے چھوٹا۔



اس لئے ا ج ضلع د ہ کو اور اب ضلع ج ہ کو کاٹتا ہوا گزریگا۔ اور در صورت ا ج کے بڑے ہونے کے زاویۂ اب ج بڑا اور ا ج ب چھوٹا ہوگا۔ اس لئے ا ج ضلع ب د کو اور اب ضلع د ہ کو کاٹتا ہوا گزریگا: مترجم

فٹ نوٹ (۱) یہ دونو عمود پہلے عمودوں کو ان کی سیدھ میں بڑھانے کے بعد واقع ہونگے۔ پھر اب اور ا ج کی برابری کی صورت میں تو ظاہر ہے کہ دونو نقطے د س اور ہ ط ایک دوسرے پر منطبق ہیں۔ لیکن کم و بیش ہونے کی صورت اگر اب بڑا ہو۔ تو ان عمودوں کو د اور ط کی جانب میں اور ا ج بڑا ہو۔ تو ہ اور س کی جانب میں بڑھائینگے * مترجم

* فٹ نوٹ (۲) عمود ہ ل کا نقطۂ ل اگر اس صورت میں ا پر منطبق ہو۔ تو خط ب ا مربع کا قطر اور دونو زاویئے اب ج ا ج ب برابر ہونگے ز (ش ۴۷)

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہونگی - بلکہ ا ب ۱ح کی

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۵۳ - اور اب دونو ضلعے ا ب ۱ح بھی برابر ہونگے (رغ۹)، اور فرض یہ کیا ہے کہ ا ب بڑا ہے - ہاں و ب ۱ح کے برابر ہونے کی صورت میں عمود ہ ل کا نقطۂ ل نقطۂ ا پر ضرور منطبق ہوگا - کیونکہ برابری کی صورت میں اگر بجائے نقطۂ ا کے ۱ح کے کسی اور نقطے مثلاً س پر منطبق ہو - تو اس عمود اور ہ ا عمود کے حصے سے ایک مثلث ہ ا س پیدا ہوگا جس کے دو زاویئے ہ ا س ہ س ا دو قائمے ہونگے - کیونکہ ہ س ح ر پر عمود ہے - اسلئے زاویۂ ہ س ا قائمہ ہوگا اور زاویۂ ہ ا س زاویۂ قائمہ ب ا ح کا ہم پہلو ہے - اسلئے وہ بھی قائمہ ہوگا (ش۱۳) اور کسی مثلث کے دو زاویوں کا دو قائموں کے برابر ہونا نا ممکن ہے (ش۱۷) - پھر ا ب بڑا ہو - تو عمود کا نقطۂ ل مابین ا اور ر کے اور ۱ح بڑا ہو - تو نقطۂ ل مابین ا اور ح کے واقع ہوگا - اور جب دونو زاویئے ط ا ل اور ا ل ہ قائمے ہیں (عمل و فرض و ش۱۳ یا ش۱۵) :- تو دونو خط ہ ل ط ا متوازی ہوئے (ش۲۸) - اب اگر ا ب کے بڑے ہونے کی صورت میں ہ ل مابین ا اور ح کے یا ۱ح کے بڑے ہونے کی صورت میں مابین ا اور ر کے واقع ہو - تو دونو متوازی متقاطع ہو جائینگے - اور یہ نا ممکن ہے ٭ مترجم

فٹ نوٹ - اگر ا ب، ۱ح برابر ہوں - تو ہم کہتے ہیں ہ ک ا ب پر اور ح ک ہ ک پر عمود ہیں (عمل) - اسلئے دونو زاویئے ا ہ ک اور ہ ا ح قائمے اور دونو خط ہ ل ک ح متوازی ہونگے (ش۲۸) - اور چونکہ ہ ل بھی ۱ح پر عمود ہے - اسلئے ہ ل ح بھی زاویۂ قائمہ ہوگا - اور جب ہ اور ل دونو زاویئے قائمے ہوئے - تو خط ہ ک اور ل ح بھی متوازی ہوئے - ان متوازی خطوں پر ک ح کے واقع ہونے سے دونو زاویئے ہ ک ح ک ح ل

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۵۴ - ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)-مگر زاویۂ ہ ک ح ایک قائمہ ہے - تو ک ح ل بھی ایک قائمہ ہوگا - لہذا ثابت ہو گیا کہ سطح ک ل متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سطح ا ح بھی متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور اگر ا ب ح ا چھوٹے بڑے ہوں - تو بھی ہم کہتے ہیں کہ ہ ط ا ب پر اور ح ک ہ ط پر عمود ہیں - اسلئے دونو زاوئے ا ط ک ط ک ح قائمے اور دونو خط ط ا ک ح متوازی ہوئے (ش ۲۱)- ان دونو متوازیوں پر ا ح کے واقع ہونے سے دونو زاوئے ط ا ح ک ح ا دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)- مگر زاویۂ ط ا ح زاویۂ قائمہ ب ا ح کا ہم پہلو ہے - اسلئے زاویۂ ط ا ح بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳)- اور جب ط ا ح قائمہ ہوا - تو ا ح ک بھی قائمہ ہوا - پھر جب ا ح ک اور ح ک ط (عل) دونو قائمے ہوئے - تو خط ا ح اور ط ک بھی متوازی ہونگے (ش ۲۱)- جس سے سطح ا ک کا متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہونا ثابت ہو گیا - اب ہم کہتے ہیں جب ہ ل ا ح پر عمود ہے - تو زاویۂ ہ ل ا قائمہ ہوا اور زاویۂ ل ا ط یا تو زاویۂ قائمہ ب ا ح کا مقابل ہے - جبکہ ب ا ضلع ہ ح کو کاٹتا ہوا گزرا ہو یا اس کا ہم پہلو ہے - جبکہ ب ا ضلع ہ د کو کاٹتا ہوا گزرا ہو اور بہر صورت وہ ایک قائمہ ہوگا (ش ۱۵ یا ش ۱۳) اور جب دونو زاوئے ہ ل ا ل ا ط دو قائمے ہوئے - تو خط ہ ل اور ط ا متوازی ہونگے اور جب ہ ل اور ط ا متوازی ہوئے - تو ہ ل اور ح ک بھی متوازی ہونگے (ش ۳۰) اور جب ا ح ط ک متوازی ہیں - جیسا کہ ابھی بیان ہوا ہے - تو ظاہر ہے کہ ل ح اور ہ ک بھی متوازی ہونگے - اور جب ل ح ہ ک متوازی ہیں اور زاویۂ ہ ل ح قائمہ ہے - تو ل ہ ک بھی قائمہ ہوگا (ش ۲۹)- اب ثابت ہو گیا کہ پوری سطح ک ل متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سطح ا ح بھی متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا + منہ

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) برابری کی صورت میں وہ دونو مربع[نوٹ (۱)] شکلیں اور
دونو ملکر مربع ب ہ کے برابر*(۱) ہونگی - ہاں اب اج کے چھوٹے بڑے

مو فٹ نوٹ (۱) متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہونا تو ابھی ثابت ہو چکا ہے - اب ہم کہتے ہیں - مثلث اب ج کا ضلع ب ج اور دونو زاوئے ب اج ب ج ا بہ ترتیب مثلث ک ہ ج کے ضلع ہ ج اور دونو زاویوں ہ ک ج ک ج ہ کے برابر ہیں - جس کا ثبوت ذیل میں آتا ہے - اس لئے مثلث اب ج اُس کے ضلعے اور زاوئے مثلث ک ہ ج اس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶) - اور اس لئے اج اپنی نظیر ج ک کے برابر ہوا - اور جب اج ج ک کے برابر ہوا - تو سطح ل ک کے سب ضلعے برابر (ش ۳۴) - اور سطح ل ک ایک مربع شکل ہوئی اور چونکہ اس کا ایک ضلع اج بھی ہے - اسلئے اج کے مربع کے برابر ہوئی - اور ٹھیک اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سطح اح بھی مربع اور مربع اب کے برابر ہے *

ثبوت - ضلع ب ج اور ج ہ مربع ب ج کے برابر کے ضلع (ح ۲۶) اور دونو زاوئے ب اج ہ ک ج قائمے ہیں (فرض و عمل) اور جب زاویۂ ل ج ہ ایک طرف تو زاویۂ اج ب سے ملکر اور دوسری طرف زاویۂ ہ ج ک سے ملکر ایک قائمہ ب ج ہ یا ل ج ک کے برابر ہے - تو اج ب اور ہ ج ک بھی برابر ہونگے (غ و غ) - اور یہی ثابت کرنا تھا * مترجم

* فٹ نوٹ (۲) جب چھوٹوں مثلث اب ج ک ہ ج ل ہ ج ل ہ د د اب اور ح ب د برابر ہیں اور ہر ایک سطح ل ک اور اح دو دو مثلثوں سے اور مربع ب ہ چار مثلثوں سے مرکب ہے - تو ظاہر ہے کہ سطح ل ک اور اح ملکر مربع ب ہ کے برابر ہونگی - مذکورۂ بالا مثلثوں میں

بقیہ فٹ نوٹ صفحہ ۱۵۶ سے ا ب ج ک ہ ج اور ح ب د کی برابری
تو مندرجۂ بالا نوٹ میں ثابت ہو چکی ہے۔ اور جب ا ب ج ل ہ ج کے
ضلعے ب ج اور ہ ج برابر اور بہ ترتیب دونو کے زاویئے ا اور ل
قائمے ہیں (فرض و عمل) اور زاویۂ ل ج ہ ایک طرف ا ج ب سے ملکر
اور دوسری طرف ل ہ ج سے ملکر ایک قائمہ ہے۔ تو دونو زاویئے ا ج ب اور
ل ہ ج بھی برابر ہوئے (غ و غ) اور اسلئے مثلث ل ج ہ اس کے ضلعے
اور زاویئے مثلث ا ج ب ک ہ ج ح ب د ان کے ضلعوں اور زاویوں
میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶ و غ)۔ پھر مثلث ل ج ہ
اور ل ہ د کے ضلعے ج ہ ہ د برابر اور دونو زاویئے ہ ل د ہ ل ج قائمے
ہیں (ح ۲ و فرض و ش ۳۰) اور جب زاویہ ل ہ د ایک طرف ل ہ ج سے ملکر اور
دوسری طرف ل د ہ سے ملکر ایک قائمہ ہے۔ تو دونو زاویئے ل ہ ج اور
ل د ہ بھی برابر ہونگے (غ و غ) اور جب ان مثلثوں کا ایک ایک ضلع اور
دو دو زاویئے برابر ہوئے۔ تو وہ خود۔ اُن کے باقی ضلعے اور زاویئے بھی اپنی اپنی
نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶) اور ا ب ج ک ہ ج اور ح ب د سے بھی برابر ہونگے
(غ) اسی طرح مثلث ل ہ د اور د ا ب کے ضلعے د ب د ہ برابر اور دونو زاویئے
د ل ہ د ل ب قائمے ہیں اور جب زاویہ ل د ب ایک طرف ل د ہ سے
ملکر اور دوسری طرف ل ب د سے ملکر ایک قائمہ ہے۔ تو دونو زاویئے ل د ہ
اور ل ب د برابر ہوئے (غ و غ) اور جب ان مثلثوں کا ایک ایک ضلع
اور دو دو زاویئے برابر ہوئے۔ تو خود مثلث۔ اُن کے باقی ضلعے اور زاویئے
بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶) اور باقی مثلثوں۔ اُن کے ضلعوں
اور زاویوں میں سے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے (غ)۔ تو ثابت ہوگیا
کہ چھتوں مثلث باہم برابر ہیں۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہونگی - بلکہ اب اح کی

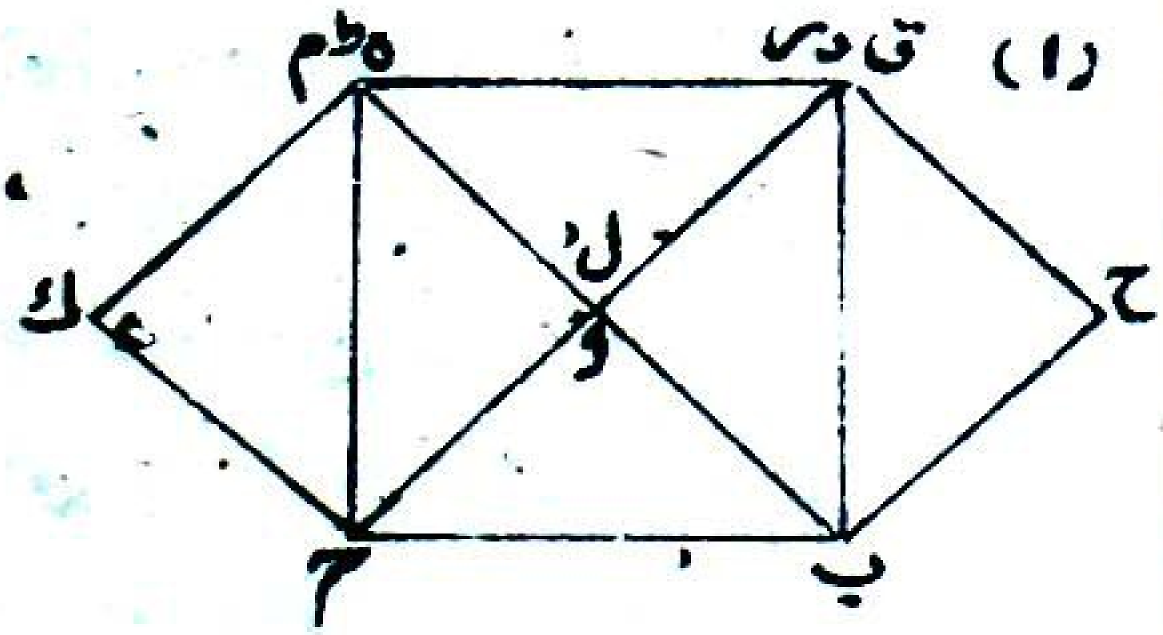
بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۵۳ - اور اب دونو ضلعے اب اح بھی برابر ہونگے (رغ)، اور فرض یہ کیا ہے کہ اب بڑا ہے - ہاں و ب اح کے برابر ہونے کی صورت میں عمود ہ ل کا نقطۂ ل نقطۂ ا پر ضرور منطبق ہوگا - کیونکہ برابری کی صورت میں اگر بجائے نقطۂ ا کے اح کے کسی اور نقطے مثلاً س پر منطبق ہو - تو اس عمود اور ہ ا عمود کے حصے سے ایک مثلث ہ ا س پیدا ہوگا جس کے دو زاوئے ہ ا س ہ س ا دو قائمے ہونگے - کیونکہ ہ س ح ر پر عمود ہے - اسلئے زاویۂ ہ س ا قائمہ ہوگا اور زاویۂ ہ ا س زاویۂ قائمہ ب اح کا ہم پہلو ہے - اسلئے وہ بھی قائمہ ہوگا (ش۱۳) اور کسی مثلث کے دو زاویوں کا دو قائموں کے برابر ہونا ناممکن ہے (ش۱۷) - پھر اب بڑا ہو - تو عمود کا نقطۂ ل مابین ا اور ر کے اور اح بڑا ہو - تو نقطۂ ل مابین ا اور ح کے واقع ہوگا - اور جب دونو زاوئے ط ا ل اور ا ل ہ قائمے ہیں (عل و فرض و ش۱۳ یا ش۱۵) - تو دونو خط ہ ل ط ا متوازی ہوئے (ش۲۸) - اب اگر اب کے بڑے ہونے کی صورت میں ہ ل مابین ا اور ح کے یا اح کے بڑے ہونے کی صورت میں مابین ا اور ر کے واقع ہو - تو دونو متوازی متقاطع ہو جائینگے - اور یہ ناممکن ہے ۔ مترجم

ہو فٹ نوٹ - اگر اب، اح برابر ہوں - تو ہم کہتے ہیں ہ ک اب پر اور ح ک ہ ک پر عمود ہیں (عل) - اسلئے دونو زاوئے ا ہ ک اور ہ ک ح قائمے اور دونو خط ہ ل ک ح متوازی ہونگے (ش۲۸) - اور چونکہ ہ ل بھی اح پر عمود ہے - اسلئے ہ ل ح بھی زاویۂ قائمہ ہوگا - اور جب ہ اور ل دونو زاوئے قائمے ہوئے - تو خط ہ ک اور ل ح بھی متوازی ہوئے - ان متوازی خطوں پر ک ح کے واقع ہونے سے دونو زاوئے ہ ک ح ک ح ل

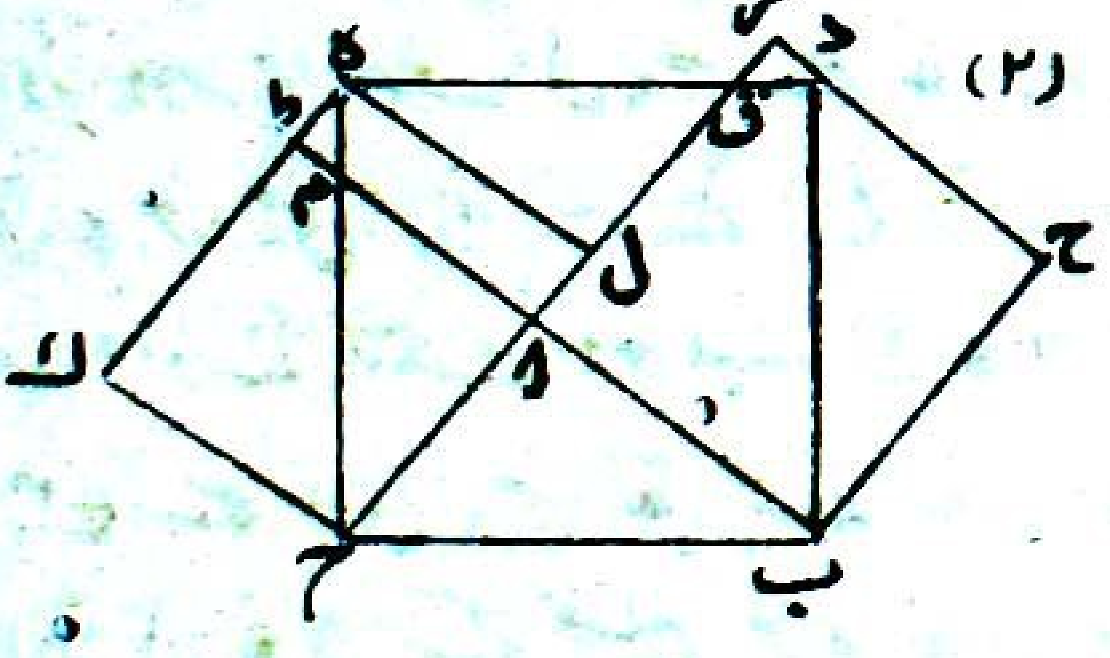
بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۵۴ - ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - مگر زاویۂ
ہ ک ح ایک قائمہ ہے - تو ک ح ل بھی ایک قائمہ ہوگا - لہذا ثابت ہو گیا کہ
سطح ک ل متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے
کہ سطح ا ح بھی متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور اگر ا ب ح ا چھوٹے
بڑے ہوں - تو بھی ہم کہتے ہیں کہ ہ ط ا ب پر اور ح ک ہ ط پر عمود
ہیں - اسلئے دونو زاوئے ا ط ک ط ک ح قائمے اور دونو خط ط ا ک ح متوازی
ہوئے (ش ۲۸) - ان دونو متوازیوں پر ا ح کے واقع ہونے سے دونو زاوئے
ط ا ح ک ح ا دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - مگر زاویۂ ط ا ح زاویۂ قائمہ
ب ا ح کا ہم پہلو ہے - اسلئے زاویۂ ط ا ح بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳) - اور جب
ط ا ح قائمہ ہوا - تو ا ح ک بھی قائمہ ہوا - پھر جب ا ح ک اور ح ک ط
(عل) دونو قائمے ہوئے - تو خط ا ح اور ط ک بھی متوازی ہونگے (ش ۲۸) - جس
سے سطح ا ک کا متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہونا ثابت ہو گیا - اب ہم کہتے ہیں جب
ہ ل ا ح پر عمود ہے - تو زاویۂ ہ ل ا قائمہ ہوا اور زاویۂ ل ا ط یا تو زاویۂ قائمہ ب ا ح
کا مقابل ہے - جبکہ ب ا ضلع ہ ح کو کاٹتا ہوا گزرا ہو یا اس کا ہم پہلو ہے - جبکہ
ب ا ضلع ہ د کو کاٹتا ہوا گزرا ہو اور بہر صورت وہ ایک قائمہ ہوگا (ش ۱۵) یا (ش ۱۳)
اور جب دونو زاوئے ہ ل ا ل ا ط دو قائمے ہوئے - تو خط ہ ل اور ط ا متوازی
ہونگے اور جب ہ ل اور ط ا متوازی ہوئے - تو ہ ل اور ح ک بھی متوازی ہونگے
(ش ۳۰) اور جب ح ا ط ک متوازی ہیں - جیسا کہ ابھی بیان ہوا ہے - تو ظاہر ہے
کہ ل ح اور ہ ک بھی متوازی ہونگے - اور جب ل ح ہ ک متوازی ہیں اور زاویۂ
ہ ل ح قائمہ ہے - تو ل ہ ک بھی قائمہ ہوگا (ش ۲۹) - اب ثابت ہو گیا کہ پوری سطح
ک ل متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ
سطح ا ح بھی متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ہونے کی صورت میں ا ک اور ا ح مربع شکلیں ہونگی۔ سطح ل ک مربع شکل نہ ہوگی(۱) - اب ہم کہتے ہیں - چاروں مثلث ا ب ح ک ہ ح ل ح ہ اور ح ب د ان کے سب ضلعے اور زاویے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں(۲) - پھر مثلث‡ ا ح م اور ل ہ ق کے ضلعے ح ا اور ل ہ

(۱)



(۲)



برابر کے مثلثوں ا ب ح ل ہ ح کے متناظر ضلعے اور ان کے دونو زاویے ح ا م اور ہ ل ق قائمے ہیں (ش ۱۳ و عمل) اور زاویۂ ل ہ ح ایک طرف تو زاویۂ ل ہ ق کے ساتھ اور دوسری طرف ا ح م کے ساتھ ملکر ایک قائمہ ہے - اسلئے مثلث ا ح م کا زاویۂ ا ح م مثلث ل ہ ق کے زاویۂ ل ہ ق

فٹ نوٹ (۱) سطح ا ک اور ا ح کے مربع ہونے کی تقریر تو پہلے بیان ہو چکی ہے اور سطح ل ک کا ا ب ح ا کے کم و بیش ہونے کی صورت میں مربع ہونا اسلئے نا ممکن ہے کہ اگر وہ مربع ہو - تو ظاہر ہے کہ اس کے سب ضلعے برابر ہونگے (ح ۲۲) جن میں سے مثلاً ضلع ک ح بھی ضلع ح ل کے برابر ہوگا جو پہلے ح ا کے بھی برابر تھا - اور چونکہ ح ل یا تو ح ا کا کل ہے - جبکہ ا ب بڑا ہو - یا اس کا جزو ہے - جب ا ب چھوٹا ہو - تو ضلع ک ح کل اور جزو دونو کے برابر ہو گیا جو صریح نا ممکن ہے (غ ع) + مترجم

+ فٹ نوٹ (۲) اس کا ثبوت نوٹ (ط) صفحہ ۱۴۶ میں گزر چکا ہے + مترجم

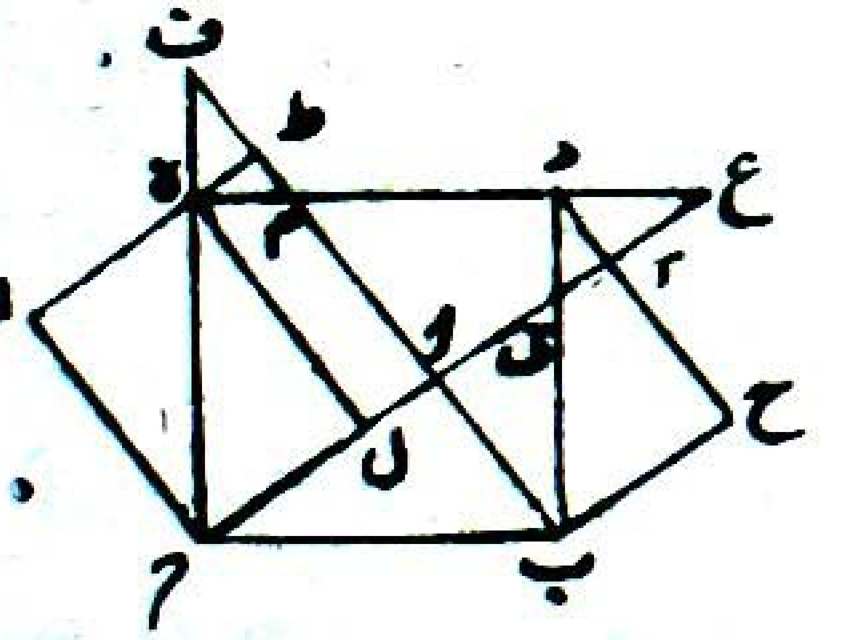
‡ فٹ نوٹ (۳) یہ دونو مثلث ا ب ح ا کے برابر یا ا ب کے بڑے ہونے کی صورت میں پائے جاتے ہیں - ح ا بڑا ہو - تو یہ مثلث نہیں پائے جاتے - دیکھو شکل نمبر ۲ + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کے برابر ہوا (غ دعٓ) اور جب ان مثلثوں کا ایک ایک ضلع اور دو دو زاوئے برابر ہوئے۔ تو خود مثلث۔ اُن کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (شٓ۲۶) اور جب ح م ہ ق برابر ہوئے۔ تو ان کو گھٹانے کے بعد ہ ح ہ د میں سے باقی م ہ ق د بھی برابر ہونگے (عٓ۳) اور جب مثلث ہ م ط اور د ق ر کے ضلعے م ہ اور ق د برابر اور دونو زاوئے ہ ط م ق ر د قائے ہیں (عمل) اور دونو زاوئے ا م ح ل ق ہ برابر تھے۔ جیسا کہ پہلے بیان ہو چکا ہے۔ تو اُن کے مقابل کے زاوئے ط م ہ اور د ق ر بھی برابر ہوئے (شٓ۱۵)۔ اور جب مثلث ہ م ط اور د ق ر کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے۔ تو خود دونو مثلث۔ اُن کے باقی ضلعے اور زاوئے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (شٓ۲۶)۔ اب ا ح م ل ہ ق برابر کے دونو مثلثوں میں سطح ل ا م ہ کو شامل کر دیا۔ تو سطح ق ا م ہ مثلث ل ہ ح یعنی مثلث ہ ح ل یعنی (سطح م ح ل ط + مثلث د ق ر) کے برابر ہوگی (غ و عٓ) اور جب ان دونو مجموعوں میں بہ ترتیب برابر کے دو مثلث ا ب ح اور ح ب د شامل کر دیئے۔ تو (سطح ق ا م ہ + مثلث ا ب ح) (سطح م ح ل ط + مثلث د ق ر + مثلث ح ب د) کے برابر ہوگی (غ و عٓ) اور جب ان دونو مجموعوں میں (سطح د ب ا ق + مثلث ا خ م) علیحدہ علیحدہ شامل کر دیا۔ تو پہلے مجموعے سے مربع ب ہ اور دوسرے

موقت نوٹ۔ یہ باقی ا ب ا ح کے کم و بیش ہونے کی صورت میں پائی جاتی ہے۔ اور ان کے برابر ہونے کی صورت میں چونکہ ح م اور ہ ح اسی طرح ہ ق اور ہ د برابر ہیں۔ اسلئے ح م اور ہ ق گھٹا دینے کے بعد کچھ باقی نہیں بچتی۔ اور اسلئے دونو مثلث ہ م ط اور د ق ر بھی جن کا ذکر آگے آتا ہے نہیں پیدا ہوتے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) مجموعے سے دونو مربعے اح اور اک حاصل ہوگئے اور ثابت ہوگیا کہ (مربع اح + مربع اک) یعنی (مربع اب + مربع اج) مربع ب ہ یعنی مربع ب ج کے برابر ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا +

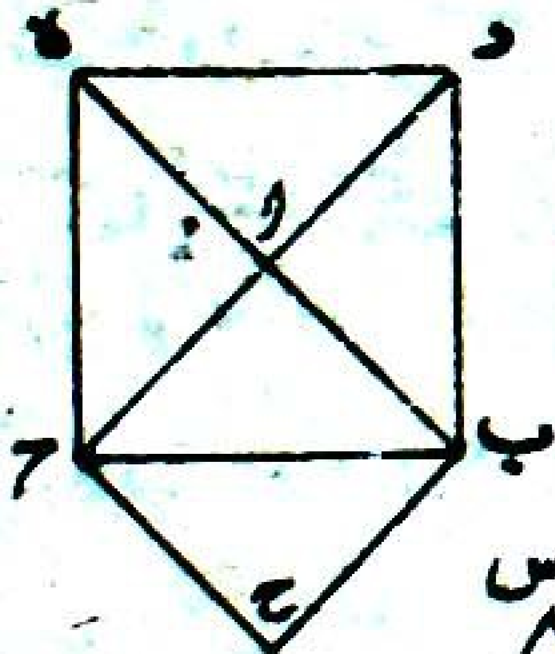
فٹ نوٹ - مذکورۂ بالا تقریر میں صرف دو صورتوں یعنی اب اج کے برابر ہونے اور اب کے بڑے ہونے کی صورت کا بیان ہوا ہے - لیکن اگر اج بڑا ہو - تو مثلث اب ج، اور مربع ب ج بنانے - ب ا ج ا کو سیدھ میں بڑھانے - د ہ نقطوں سے اج اب پر در اور ہ ط عمود ڈالنے - ب ج نقطوں سے در ہ ط پر ب ح ج ک عمود ڈالنے

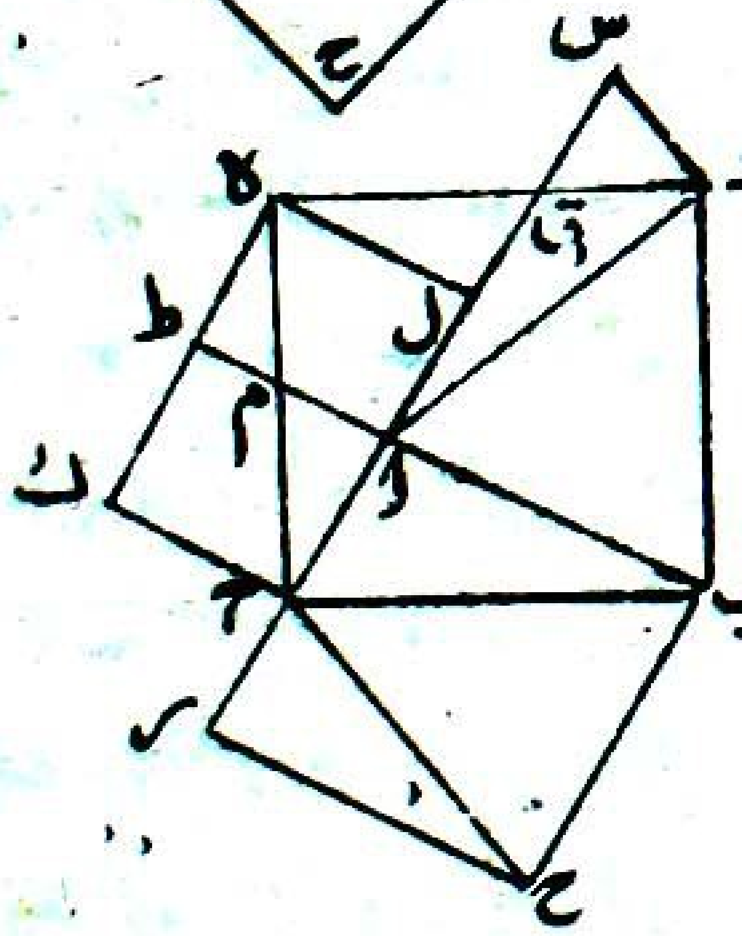


اور نقطۂ ہ سے اج پر ہ ل عمود ڈالنے کے بعد ضلع ہ د کو د کی طرف اور ضلع ج ہ کو ہ کی طرف سیدھ میں بڑھائینگے - پھر چونکہ ج ا اور ہ د پر ج ہ خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ا ج ہ ج ہ د ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں - اسی طرح ب ا ج ہ پر ب ج خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے اب ج ب ج ہ ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہیں - اسلئے اول الذکر خطوں ج ا ہ د کا نقطۂ ع پر اور آخر الذکر خطوں ب ا ج ہ کا نقطۂ ف پر تقاطع ضروری ہے (ص ق) - پھر یہ باتیں کہ دونو سطحیں اک اح ضلع اج اور اب کے مربعے ہیں اور یہ کہ سطح ل ک مربع نہیں ہے اور یہ کہ چاروں مثلث اب ج ک ہ ج ل ج ہ اور ح ب د برابر ہیں - پہلے ثابت ہو چکی ہیں - اب ہم کہتے ہیں - مثلث ب ج ف ج ہ ع کے ضلعے ب ج ج ہ اور دونو زاوئے ب ج ف ج ہ ع مربع ب ج کے ضلعے اور زاوئے اور دونو زاوئے ف ب ج ع ج ہ برابر کے

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۶۰- مثلثوں ا ب ح ل ہ ح کے تناظر زاوئے ہیں - اسلئے
مثلث ب ح ف - اس کے ضلعے اور زاوئے مثلث ح ہ ع - اس کے ضلعوں اور
زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے رش ۴ - اور اسی طرح جب ضلع
ب ف اور ہ ع برابر ہوئے - تو ان میں سے ح ہ د برابر کے حصے گھٹا دینے
سے باقی ہ ف اور د ع بھی برابر ہونگے رغ) اور دونو زاوئے د ر ع ہ ط ف
قائمے ہیں رعل ۱) اور د ع ر ط ف ہ کی برابری ابھی ثابت ہو چکی ہے - اور
جب دونو مثلثوں ط ہ ف ر ع د کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے
برابر ہوئے - تو پہلا مثلث - اس کے ضلعے اور زاوئے دوسرے مثلث - اس کے
ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے رش ۲۶) اور اس
طرح جب ضلع ط ہ د ر کے برابر ہوا اور دونو زاوئے ہ ط م د ر ق قائمے ہیں
اور جب دو زاوئے ف ہ م ع د ق مربع ب ح کے زاوئے قائموں ح ہ د ہ د ب کے
ہم پہلو اور قائمے تھے رش ۱۳) - تو ان میں سے برابر کے دو زاوئے ط ہ ف ع د ر
گھٹا دینے سے باقی ط ہ م ر د ق بھی برابر ہونگے رغ) اور جب مثلث ط ہ م
ر د ق کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے - تو پہلا مثلث - اس
کے ضلعے اور زاوئے - دوسرے مثلث - اس کے ضلعوں اور زاویوں میں سے اپنی
اپنی نظیر کے برابر ہونگے رش ۲۶) - اب ہم کہتے ہیں - جب برابر کے مثلثوں ب ح ف
ح ہ ع میں سے مشترک سطح ح ا ہ م اور برابر کے مثلث ف م ہ ع ق د کو گھٹا
دیں - تو مثلث ح ہ ع کی باقی سطح د ق ا م مثلث ب ح ف کی باقی - مثلث
ا ب ح یعنی مثلث ح ب د یعنی (سطح ح ب ق ر + مثلث ط م ہ) کے برابر
ہوگی رغ) - ان دونو برابر کی باقیوں میں بہ ترتیب برابر کے مثلث ا ب ح ح ہ ک
ملا دئے - پھر ان برابر کے دونو مجموعوں میں (سطح ح ا ہ م + مثلث ب ا ق) شامل
کر دی - تو (مربع ح ا + مربع ا ک) یعنی (مربع ا ب + مربع ح ا) مربع ب ہ
یعنی مربع ب ح کے برابر ہوئے رغ) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور اگر ہم یہ شرط کر لیں کہ مربع وتر کے ساتھ احد الضلعین مثلاً ا ب کا مربع بھی مثلث پر منطبق ہو۔ اب اگر ا ب ا ج برابر ہوں۔ تو چونکہ پانچوں مثلث برابر ہیں(۱) اور ہر ایک ضلع کا مربع اُنہی میں کے دو مثلثوں سے اور وتر کا مربع چار مثلثوں سے مرکب ہوا ہے۔ اس لئے دونو ضلعوں کے مربعے جو چار مثلثوں سے مرکب ہونگے وتر کے مربع کے برابر ہونگے۔ اور اگر ا ب بڑا ہو۔ تو ب ج اور ا ب کے مربعے مثلث پر منطبق ہوتے ہوئے بنا کر ضلع ج ا کو ا کی طرف سیدھ میں بڑھا لیا کہ اس نے مربع ب ج کے ضلع د ہ سے نقطہ ق پر تقاطع کیا(۲)۔ پھر ضلع د ہ کے د اور ہ نقطوں سے اسی بڑھائے





فٹ نوٹ (۱) پانچوں مثلثوں کا ایک ایک ضلع تو مربع ب ج کا ضلع ہے اور ایک ایک زاویہ قائمہ ہے اور باقی زاوئے نصف نصف قائمے ہیں۔ کیونکہ ب ج مربع ا ح کا قطر ہے اور ب ہ ج د مربع ب ح کے قطر ہیں۔ اسلئے سارے مثلث۔ ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے (ش۲۶) مترجم

فٹ نوٹ (۲) جب ا ب بڑا مانا گیا ہے۔ تو ظاہر ہے کہ زاویۂ ج نصف قائمے سے بڑا ہوگا۔ اب اگر ا ج اپنی سیدھ میں نقطۂ د پر سے گزرے۔ تو ج ا قطر اور زاویۂ ا ج ب نصف قائمے کے برابر ہوگا اور ضلع د ب کو مابین د اور ب کے کاٹتا ہؤا گزرے۔ تو وہ نصف قائمے سے بھی چھوٹا ہوگا۔ اور اس صورت میں یہ نا ممکن ہے۔ اور جب ج ا چھوٹا ہے۔ تو زاویۂ ب نصف قائمے سے چھوٹا ہوگا۔ اب اگر ا ب اپنی سیدھ میں نقطۂ ہ پر سے یا ہ د کے مابین سے گزرے۔ تو پہلی صورت میں وہ نصف قائمے اور دوسری صورت میں نصف قائمے سے بھی بڑا ہوگا جو اس صورت میں نا ممکن ہے۔ اسلئے ا ب اپنی سیدھ میں ج ہ سے م پر تقاطع کرتا ہؤا گزریگا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ہوئے ج ا پر بہ ترتیب د س اور ہ ل دو عمود ڈالے (ش۱۲)۔ پھر ج ا کے نقطۂ ج سے اسی پر ج ک ایک عمود ڈالا (ش۱۱)۔ پھر اسی ج ک عمود پر نقطۂ ہ سے ہ ک عمود ڈالا (ش۱۲) پھر ب ا کو ا کی طرف سیدھ میں بڑھایا کہ اُس نے ہ ک سے نقطۂ ط پر تقاطع(۱)٭ کیا۔ پھر ج ح د ا کو ملا دیا۔ اب ہم کہتے ہیں ا ک کے مربع اور مربع ا ح ہونے کا وہی ثبوت ہے جو پہلے گزر چکا(۲)٭۔ اور جب مثلثوں ا م ج ل ہ ق میں بہ ترتیب ضلع ج ا ضلع ہ ل

٭ فٹ نوٹ (۱) چونکہ ب ا اور ہ ک پر فرضی قطر ب ہ کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ا ب ہ ب ہ ک دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ اسلئے ب ا ہ ک کا تقاطع ضروری ہے (ص)۔ زاویۂ ا ب ہ تو نصف زاوئے قائمے ج ب ہ کا جزو ہے اور زاویۂ ک ہ ب دو زاویوں ج ہ ب اور ج ہ ک سے مرکب ہے۔ ان میں زاویۂ ج ہ ب تو نصف قائمہ ہے اور زاویۂ ج ہ ک زاویۂ ا ب ج کا نظیر ہے جو ا ب کے بڑے ہونے کی صورت میں نصف قائمے سے چھوٹا ہے۔ تو ظاہر ہے کہ دونو زاوئے ج ہ ب ج ہ ک ملکر ایک قائمے سے چھوٹے ہوتے ہیں۔ اسلئے زاویۂ ا ب ہ ب ہ ک ملکر دو قائموں سے ضرور چھوٹے ہونگے جس سے ب ا ہ ک کسی نہ کسی نقطے پر ضرور ملینگے ۔ مترجم

٭ فٹ نوٹ (۲) چونکہ ج ک ا ج پر عمود اور زاویۂ ط ا ج مثلث کے زاویۂ قائمہ ب ا ج کا ہم پہلو ہے۔ اسلئے دونو زاوئے ک ج ا ج ا ط دو قائمے ہوئے (عل و ش۱۳) اور جب یہ دونو زاوئے دو قائمے ہوئے۔ تو دونو خط ط ا ک ج متوازی ہوئے (ش۲۸)۔ پھر ہ ک ک ج پر عمود ہے (عل)۔ اسلئے دونو زاوئے ط ک ج ک ج ا دو قائمے اور دونو خط ط ک ج ا بھی متوازی ہوئے (ش۲۸)۔ ان متوازیوں پر ط ا خط کے واقع ہونے سے دونو زاوئے ک ط ا ط ا ج دو قائموں کے برابر ہونگے (ش۲۹)۔ مگر زاویۂ ط ا ج کا قائمہ ہونا ابھی ثابت ہو چکا ہے۔ تو ک ط ا بھی قائمہ ہوگا۔ پھر برابر کے مثلثوں ا ب ج ک ج ہ میں ضلع ج ا اور ک ج متناظر ہیں۔ اسلئے برابر ہونگے (ش۲۶) اور جب ج ا ک ج برابر ہوئے۔ تو سطح ا ک کے سب ضلعے برابر ہوئے (ش۳۴)۔ اور ا ک مربع شکل ہوئی (ح۲۰)۔ اور چونکہ ج ا اُس کا ایک ضلع ہے۔ اسلئے مربع ا ک ج ا کا مربع ہوا۔ اور یہی ثابت کرنا تھا ۔ مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کے اور زوایاے ا ح م ح ا م زوایاے ل ہ ق ق ل ہ کے برابر ہیں[1]۔ اسلئے دونو مثلث ا م ح ل ہ ف۔ ان کے سب ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶)۔ ان برابر کے دو مثلثوں کے ساتھ سطح ل ا م ہ کو ملا دیا۔ تو سطح ق ا م ہ مثلث ل ح ہ یعنی مثلث ہ ح ک کے برابر ہوگی (ع ۲)۔ اور جب خطوط ح م ہ ف برابر ہیں۔ جیسا کہ ابھی معلوم ہؤا ہے اور ان کو برابر کے ضلعوں ح ہ ہ د میں سے گھٹا لیں۔ تو باقی م ہ ق د بھی برابر ہونگے (ع ۳)۔ پھر دونو زاوئے د س ل ہ ط م اور اسی طرح دونو زاوئے د ق س ہ م ط برابر[2] ہیں اور جب مثلثوں د ق س م ہ ط کے ایک ایک

فٹ نوٹ (۱) مثلث ا ب ح ل ح ہ کے ضلعے ب ح ح ک مربع ب ح کے ضلعے۔ اور دونو زاوئے ب ا ح ح ل ہ قائمے ہیں (فرض و عمل) اور جب زاویہ ا ح ب ایک طرف تو ا ب ح سے ملکر اور دوسرے طرف ل ح ہ سے ملکر ایک قائمے کے برابر ہے۔ اسلئے دونو زاوئے ا ب ح اور ل ح ہ بھی برابر ہونگے اور جب ان مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے۔ تو دونو مثلث۔ ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶)۔ اس طرح ا م ح ل ہ ق میں ضلع ح ا اور ل ہ برابر ہوئے۔ پھر بڑھائے ہوئے ا ح پر ہ ل عمود ہے۔ اور زاویہ ح ا م زاویہ قائمہ ح ا ب کا ہم پہلو ہے۔ اسلئے یہ دونو زاوئے ہ ل ق ح ا م بھی قائمے اور برابر ہوئے (عل و ش ۱۳ و ع ۱)۔ پھر دونو زاوئے ا ح ب ل ہ ح ا ب ح ل ح ہ مثلثوں کے متناظر زاوئے ہیں۔ ان برابر کے زاویوں کو ب ح ک ح ہ د مربع ب ح کے برابر کے زاویوں میں سے گھٹا دیں۔ تو باقی زاویۂ ا ح ہ یعنی ا ح م ل ہ ق برابر رہینگے (ع ۳)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ مترجم

فٹ نوٹ (۲) چونکہ د س بڑھائے ہوئے ح ا پر عمود اور زاویۂ ہ ط م زاویۂ قائمہ ا ط ک کا ہم پہلو ہے۔ اسلئے دونو زاوئے د س ق اور ہ ط م قائمے اور برابر ہونگے (عل و ش ۱۳ و ص ۱)۔ پھر زاویۂ د ف س ل ق ہ کا اور ہ م ط ا م ح کا مقابل ہے۔ اور ل ق ہ ا م ح برابر تھے۔ جیسا کہ پہلے گزر چکا ہے۔ تو د ق س اور ہ م ط بھی برابر ہونگے (ش ۱۵)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ضلع اور دو دو زاوئے برابر ہوئے - تو پہلا مثلث - اس کے باقی ضلعے اور زاوئے دوسرے مثلث - اس کے باقی ضلعوں اور زاویوں کے برابر ہونگے (ش ۲۶)- پھر دونو مثلثوں د ب ا ح ب ح کے دو دو ضلعے ب د ب ح اور ب ا ب ح اور ان کے درمیانی زاوئے د ب ا ح ب ح برابر ہیں(۱) - اسلئے یہ دونو مثلث - ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۴)- پھر دونو مثلثوں ا د س ح ح ر کے ضلعے ا د ح ح اور دو دو زاوئے د ا س ح ح ر اور ا س د ح ر ح برابر ہیں(۲)- اسلئے یہ دونو مثلث بھی مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶) - اب ہم کہتے ہیں - جب (مثلث د ب ا + مثلث ا د س) (مثلث ح ب ح + مثلث ح ح ر) کے اور مثلث د س ق - مثلث ہ م ط

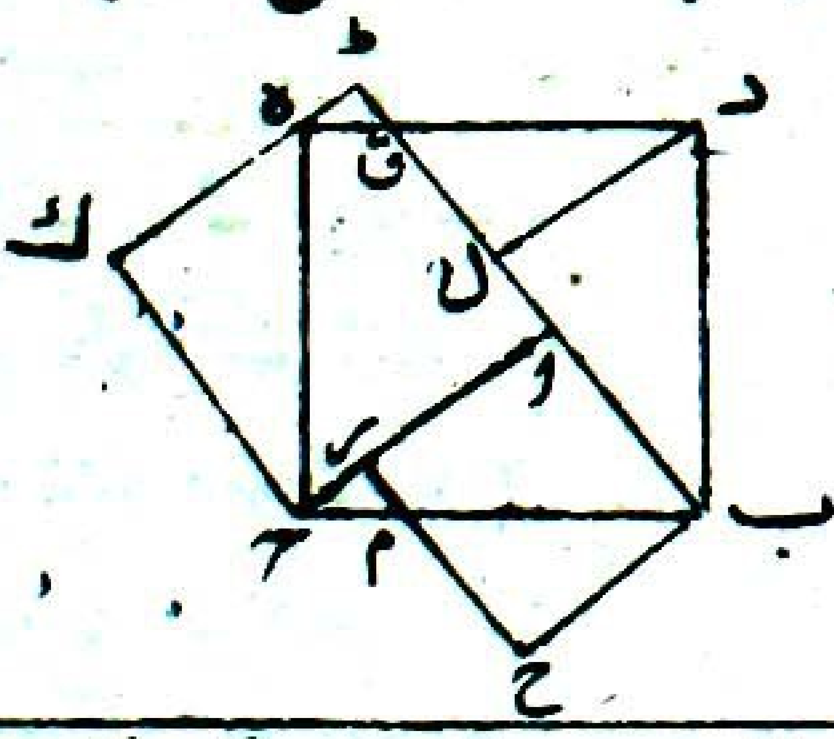
---

(۱) فٹ نوٹ (۱) ب د ب ح تو مربع ب ح کے اور ب ا ب ح مربع ب ر یعنی مربع ا ب کے ضلعے ہیں - اسلئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ح ۲۰) اور جب زاویۂ ا ب ح ایک طرف د ب ا سے ملکر اور دوسری طرف ح ب ح سے ملکر ایک قائمے کے برابر ہے - تو دونو زاوئے د ب ا اور ح ب ح بھی برابر ہونگے - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(۲) فٹ نوٹ (۲) اد ح ح تو برابر کے مثلثوں د ب ا ح ب ح کے متناظر ضلعے اور دونو زاوئے د س ا ح ر ح قائمے ہیں - د س ا تو اس لئے کہ خط د س ح س پر عمود ہے (عمل) اور ح ر ح اس لئے کہ وہ مربع ب ر کا ایک زاویہ ہے - اور جب زاویۂ ب ا س زاویۂ قائمہ ب ا ر کا ہم پہلو ہے - تو خود بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۳) - اسی طرح ب ح ر بھی قائمہ ہے - کیونکہ وہ مربع ب ر ح کا زاویہ ہے - ان دو قائموں میں سے برابر کے متناظر زاوئے د ا ب ب ح ر گھٹا لئے - تو باقی زاوئے د ا س اور ح ح ر بھی برابر ہونگے (ع ۳) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۲۰۲) کے برابر ہے - جیسا کہ پہلے بیان ہو چکا ہے - تو ساری (سطح د ب ا ق + مثلث[(۱)] ہ م ط) پوری سطح ۲ ب ح ر کے برابر ہو گی (ع)- ان برابر کی دونو مقداروں میں علحدہ علحدہ سطح م ۲ ک ط کو شامل کر دیا- تو (سطح د ب ا ق + مثلث ہ ۲ ک یعنی سطح[(۲)] ق ا م ہ) یعنی ساری سطح د ب م ہ (سطح ۲ ب ح ر + سطح م ۲ ک ط) کے برابر ہوگی- اب مثلث ب م ۲ کو ان دونو مجموعوں میں شامل کر دیا- تو اکیلے وتر ب ۲ کا مربع (مربع ب ر + مربع ۲ ک) یعنی (مربع ا ب + مربع ۲ ا) کے برابر ہو گیا - اور یہی مطلوب تھا +

اور اگر ا ب ا ۲ سے چھوٹا ہو- تو وتر ب ۲ اور ضلع ا ب پر مثلث کے موافق پہلو میں اور اُس پر منطبق ہوتے ہوئے بہ ترتیب ب ۲ ہ د اور ا ب ح ر دو مربعے بنا کر پہلے ا ب کو ا کی طرف سیدھ میں یہاں تک بڑھا لیا- کہ وہ ضلع د ہ کے درمیان[(۳)]



فٹ نوٹ (۱) مثلث ا د س کا جزو در حقیقت مثلث د س ق ہے- مگر چونکہ د س ق مثلث ہ م ط کے برابر ہے اور مثلث ہ ۲ ک کا جزو در حقیقت مثلث ہ م ط ہی ہے - اسلئے بجائے د س ق کے ہ م ط کو لے لیا + مترجم

فٹ نوٹ (۲) سطح ق ا م ہ کا مثلث ہ ۲ ک کے برابر ہونا پہلے ثابت ہو چکا ہے + مترجم

فٹ نوٹ (۳) چونکہ اس صورت میں زاویۂ ا ب ۲ نصف قائمے سے بڑا ہے- تو اگر ب ا اپنی سیدھ میں نقطۂ ہ پر یا ہ ۲ کے کسی درمیانی نقطے پر سے گزرے- تو پہلی صورت میں زاویۂ ا ب ۲ نصف قائمہ اور دوسری صورت میں نصف قائمے سے بھی چھوٹا ہوگا - حالانکہ اُسے نصف قائمے سے بڑا ہونا ضرور ہے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) سے نقطۂ ق پر تقاطع کرتا ہوا گزر گیا۔ پھر ضلع دہ کے دونو نقطوں د اور ہ سے بڑھائے ہوئے اب پر بہ ترتیب دل اور ہط دو عمود ڈالے (ش ۱۲) اور طہ کو ہ کی طرف سیدھ میں ک تک بڑھا لیا۔ اور ضلع بح کے نقطۂ ح سے ہک پر حک ایک عمود ڈالا (ش ۱۲)۔ اب ہم کہتے ہیں تینوں مثلث ابح کہح اور دل ب۔ ان کے سب ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں (نوٹ ۱) اور یہ کہ اک مربع اور حا کا مربع ہے (نوٹ ۲)

فٹ نوٹ (۱) کیونکہ بہ ترتیب ان کے تینوں ضلعے بح حہ دب مربع بح کے ضلعے اور تینوں زاوئے ا۔ک اور ل قائمے ہیں (فرض و عمل) اور جب زاویۂ ہحا ایک طرف احب سے اور دوسری طرف ہحک سے ملکر ایک قائمہ ہے اور اسی طرح زاویۂ ابح ایک طرف ل ب د سے ملکر اور دوسری طرف حاب سے ملکر ایک قائمہ ہے۔ اسلئے تینوں زاوئے حاب ہحک اور ل ب د برابر ہوئے (ع دع) اور جب ان مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے۔ تو تینوں مثلث۔ ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے + مترجم

+ فٹ نوٹ (۲) جب کط بط پر اور حک کط پر عمود ہیں (عل)۔ تو دونو زاوئے ط اور ک قائمے اور دونو خط طا کح متوازی ہونگے (ش ۲۸)۔ پھر حل ط بھی حاب قائمے کا ہم پہلو زاویۂ قائمہ ہے (ش ۱۳)۔ اور جب دونو زاوئے ط اور ل قائمے ہوئے۔ تو دونو خط طک حا بھی متوازی ہونگے (ش ۲۸)۔ اور جب ان متوازی خطوں پر کح واقع ہوا۔ تو دونو زاوئے طکح اور کحا ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹)۔ مگر زاویۂ طکح قائمہ ہے۔ تو کحا بھی قائمہ ہوگا۔ اسلئے سطح اک متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہوئی۔ اور چونکہ حا حک مثلث ابح اور کہح کے متناظر ضلعے ہیں۔ اسلئے سطح اک کے سب ضلعے برابر ہونگے (ش ۲۶)۔ اور جب اس کے سب ضلعے برابر ہوئے۔ تو وہ ایک مربع شکل ہوئی۔ اور جب اُس کا ایک ضلع حا ہے۔ تو سطح مذکور حا کا مربع ہوئی۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

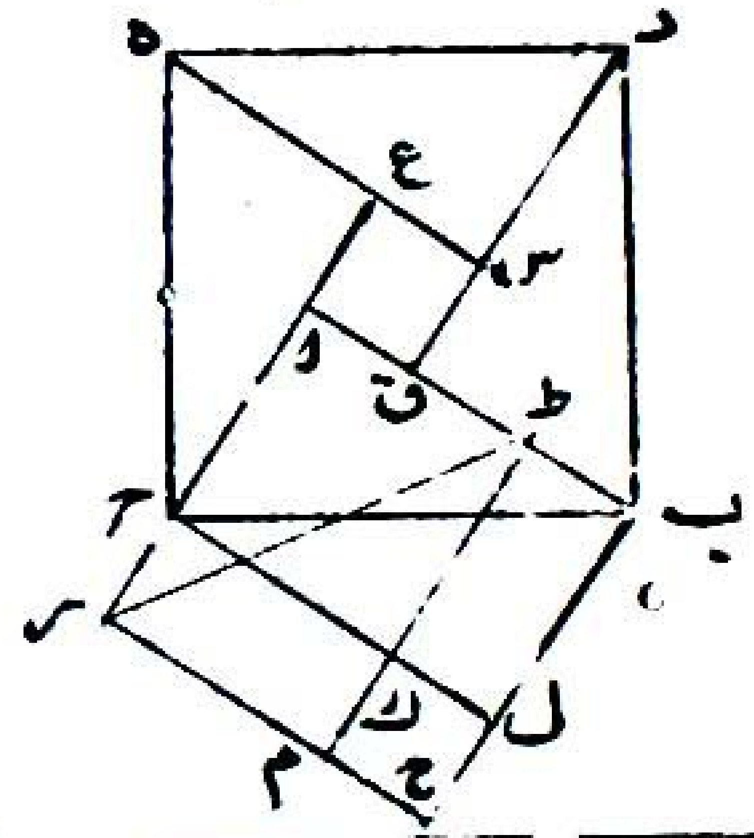
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور یہ کہ دونو مثلث دل ق ب ج م برابر ہیں[1]-اور یہ کہ برابر کے ضلعوں د ہ ب ج میں سے برابر کے ضلعے[2] ذق ب م گھٹانے کے بعد باقی ق ہ م ج بھی برابر ہیں-اور یہ کہ دونو مثلث ق ط ہ م ر ج برابر ہیں[3]-تو اب ثابت ہو گیا کہ (مثلث ب دق + مثلث م ر ج مثلث ل ہ ج + مثلث ق ط ہ + مثلث ب ج م) کے برابر ہے-اور اگر ان دونو مجموعوں میں علیحدہ علیحدہ باقی سطح ط ب م ر ج ہ کو شامل کر دیں-تو (مربع ب ر + مربع ا ل) یعنی (مربع ا ب + مربع ا ج) اکیلے مربع ب ہ یعنی مربع ب ج کے برابر ہوگا (ع)-اور یہی ثابت کرنا تھا +

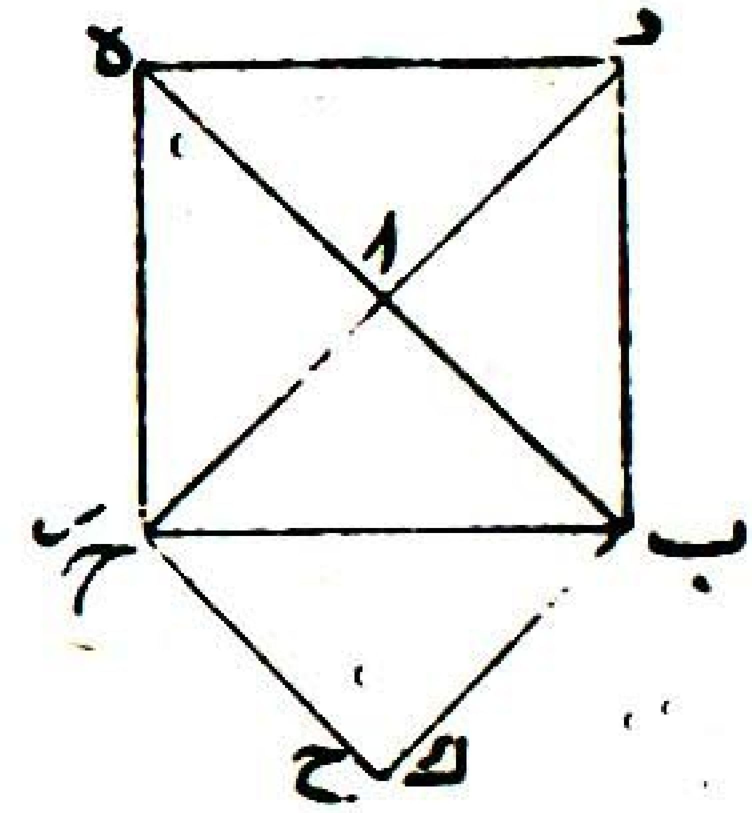
فٹ نوٹ (۱) جب مثلث ا ب ج ل ہ ج دل ب اور ان کے متناظر ضلعوں اور زاویوں کا برابر ہونا ثابت ہو چکا-تو صاف بات ہے کہ مثلث دل ب کا ضلع دل اور دونو زاویے ل د ب ل ب د بہ ترتیب مثلث ا ب ج کے ضلع ا ب اور زاویوں ا ب ج ا ج ب کے برابر ہیں-پھر جب برابر کے زاویوں ل د ب ا ب ج کو برابر کے زاویے قائموں ہ د ب ا ب ج میں سے گھٹا دیا-تو باقی ل دق م ب ج بھی برابر ہونگے (ع)-پھر زاویۂ ل د ب ایک طرف ل دق سے اور دوسری طرف ل ب د سے ملکر ایک قائمہ ہے-اسلئے دونو زاویے ل دق اور ل ب د برابر ہونگے (غ و ع)-اسی طرح زاویۂ ا ب ج ایک طرف ا ب د سے اور دوسری طرف م ب ج سے ملکر ایک قائمہ د ب ج یا ا ب ج بناتا ہے-اسلئے ل ب د م ب ج کے (غ و ع) اور م ب ج ل دق کے برابر ہوگا (غ) اور دونو زاویے دل ق ب ج م قائمے ہیں (عل)، اور جب دونو مثلث دل ق ب ج م کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاویے برابر ہوئے-تو دونو مثلث-ان کے ضلعے اور زاویے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶)-اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

٭ فٹ-نوٹ (۲) دق ب م کی برابری ابھی ثابت ہو چکی ہے + مترجم

‡ فٹ نوٹ (۳) کیونکہ ان کے ضلعے ق ہ م ج برابر ہیں-اور دونو زاویے ق ط ہ م ر ج قائمے ہیں (عل و ش ۱۳) اور ایسے ہی دونو زاویے ط ق ہ ر م ج برابر کے زاویوں ل ق د اور ب م ج کے مقابل کے زاویے برابر ہیں (ش ۱۵) اور جب ان دونو مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاویے برابر ہوئے-تو دونو مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور اگر ا ل خط متوازی کے نہ کھینچنے اور تینوں ضلعوں کے مربعے خود ضلعوں پر بنانے کے ساتھ یہ شرط ہو کہ تینوں مربعے مثلث پر منطبق ہوں - تو درصورت اب اج کے برابر ہونے کے دونو ضلعوں کے مربعے ایک دوسرے پر ٹھیک منطبق ہو جائینگے - اور اس کا ثبوت صاف ہے - اور اگر دونو ضلعے چھوٹے بڑے ہیں اور فرض کیا کہ اب بڑا ہے - تو تینوں مربعے ب ج ہ د اب ح ر اور اج ک ط





نوٹ نوٹ - یعنی مثلث پر منطبق ہوتے ہوئے تینوں ضلعوں پر مربعے بنا کر ب ا ج ا کو سیدھ میں بڑھا لیا کہ وہ بہ ترتیب مربع ب ج کے ہ اور د نقطوں پر سے گزرے - کیونکہ اس صورت میں ب ا ج ا مربع ب ج کے قطر ہونگے - جیسا کہ پہلے بیانوں میں گزر چکا ہے - اور جب وتر ب ج مربع اب کے مقابل کے زاویوں میں ملا ہوا ہے - تو وہ مربع وب کا قطر ہوگا - اب مربع ب ج برابر کے چار مثلثوں اب ج اج ہ اہ د ادب میں منقسم ہو جائیگا - کیونکہ بہ ترتیب ان کے ضلعے ب ج ج ہ ہ د دب مربع ب ج کے ضلعے اور چاروں کے زوایاے ا قائمے ہیں (فرض و ش۱۲) - اور باقی ہر ایک زاویہ نصف قائمہ ہے (ش۳۴) - تو سب مثلث برابر ہونگے (ش۲۶) - اور مربع وب برابر کے دو مثلثوں میں منقسم ہے (ش۳۴) - ان میں سے مثلث اب ج پہلے چاروں اور ان دو میں شامل ہے - اسلئے پانچوں مثلث باہم برابر ہونگے (غ) اور جب اب اج برابر ہیں - تو مربع وب مربع اج کے برابر ہوگا اور اس نظر سے (مربع اب + مربع اج) میں درحقیقت چار مثلث ہونگے جو مربع ب ج والے چار مثلثوں کے برابر ہیں - اور اسلئے مربع ب ج اور (مربع اب + مربع اج) برابر ہونگے) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) مثلث پر منطبق ہوتے ہوئے بنائے اور مربع اجـ کے ضلعے جـ ک کو ل تک[1] اور ط ک کو م تک سیدھ میں بڑھا لیا۔ اور اب پر نقطۂ د سے دق ایک عمود ڈالا (ش[1]) اور اسی دق پر نقطۂ ہ سے ہ س ایک عمود ڈالا (ش[2]) اور جـ ا کو ا کی طرف سیدھ میں بڑھا لیا کہ اُس نے عمود ہ س سے نقطۂ ع پر تقاطع کیا۔ اب مربع جـ د یعنی مربع ب م باستثناء مربع ق ع کے برابر کے چار مثلثوں[2] میں منقسم ہے۔ اور مربع ق ع ضلع اب

فٹ نوٹ (۱) یعنی ضلع جـ ک کو اس کی سیدھ میں یہاں تک بڑھا لیا کہ اُس نے مربع اب کے ضلع ب ح کے کسی نقطے مثلاً ل پر تقاطع کیا۔ اسی طرح ط ک کو اس کی سیدھ میں یہاں تک بڑھایا کہ اس نے مربع اب کے ضلع ح ر کے کسی نقطے مثلاً م پر تقاطع کیا + مترجم

فٹ نوٹ (۲) یعنی مثلث اب جـ ع جـ ہ ہ س د اور د ب ق باہم برابر ہیں۔ کیونکہ بہ ترتیب ان مثلثوں کے ضلعے ب جـ ہ جـ ہ د اور د ب مربع ب م کے ضلعے اور تینوں زاویے ہ۔ س اور ق قائمے ہیں (فرض و عل) اور جب ب ا جـ ب ق د قائمے ہوئے۔ تو ق اع اق س بھی قائمے ہوئے (ش[3]) اور جب دو خطوں اع ق س پر اق کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاویے ملکر دو قائمے ہوئے۔ تو دونو خط اع ق س متوازی ہوئے (ش[4])۔ ان متوازیوں پر خط ع س کے واقع ہونے سے دونو زاویے اع س اور ع س ق ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش[9]) لیکن زاویۂ ع س ق قائمہ ہے (عل)۔ تو باقی اع س بھی قائمہ ہوگا اور جب اع س قائمہ ہوا۔ تو اس کا ہم پہلو اع ہ بھی قائمہ ہوگا (ش[3])۔ پھر زاویۂ جـ ا ب ایک طرف تو جـ ا ہ سے اور دوسری طرف اب جـ سے ملکر ایک قائمہ ہے۔ اسلئے دونو زاویے اب جـ اور جـ ا ہ یعنی ع جـ ہ برابر ہونگے (غ و ع)۔ ایسے ہی ع ہ جـ ایک طرف تو ع جـ ہ سے اور دوسری طرف ع ہ د سے ملکر ایک قائمہ ہے۔ تو ع جـ ہ اور ع ہ د برابر ہونگے (غ و ع) و علیٰ ہذا القیاس اور جب ان میں سے ہر ایک مثلث کے دو دو زاویے دوسرے مثلث کے دو دو زاویوں کے بھی برابر ہیں۔ تو یہ سب مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کے بہ نسبت اج کے زائد حصے[نوٹ ۱] کا مربع ہے۔ پھر ہم نے ط ر کو ملا دیا۔ تو (سطح ال + سطح ام) بھی برابر کے چار مثلثوں اب ج ل ب ج اط ر اور م ر ط میں منقسم ہے جو پہلے چار مثلثوں کے برابر[نوٹ ۲] ہیں۔

فوٹ نوٹ (۱) صفحہ ۱۷۰۔ نوٹ نمبری ۲ میں یہ ثابت ہو چکا ہے کہ مثلث اب ج کے ضلعے اب اج بہ ترتیب مثلث ع ج ہ کے ضلعوں ع ج ع ہ کے برابر ہیں اور جب ع ج اب کے اور ع ہ اج کے برابر ہے۔ تو ظاہر ہے کہ ع ا اب کا بہ نسبت اج کے زائد حصہ ہے۔ اسی طرح مثلث ع ج ہ کے ضلعے ع ج ع ہ بہ ترتیب مثلث ہ س د کے ضلعوں س ہ س د کے برابر ہیں۔ تو ضلع س ہ س د ضلعوں اب اج کے بھی برابر ہوئے (غ)، اور جب س ہ اب کے اور ع ہ اج کے برابر ہؤا۔ تو ظاہر ہے کہ س ع اب کا بہ نسبت اج کے زائد حصہ ہے۔ اسی طرح مثلث س ہ د کے ضلعے س ہ س د بہ ترتیب مثلث ق د ب کے ضلعوں ق د ق ب کے برابر ہیں۔ تو ق د ق ب بھی ضلعوں اب اج کے برابر ہوئے (غ) اور جب ق د اب کے اور ق ب اج کے برابر ہؤا۔ تو ظاہر ہے کہ ق س اب کا بہ نسبت اج کے زائد حصہ ہے۔ اسی طرح مثلث ق د ب کے ضلعے ق د ق ب بہ ترتیب مثلث اب ج کے ضلعوں اب اج کے برابر ہیں۔ اور جب ق ب اج کے برابر ہؤا۔ تو ظاہر ہے کہ اق اب کا بہ نسبت اج کے زائد حصہ ہے۔ تو ثابت ہو گیا کہ سطح ق ع کے چاروں ضلعے برابر ہیں اور یہ کہ ہر ایک ضلع اب کا بہ نسبت اج کے زائد حصہ ہے۔ اور یہ پہلے معلوم ہو چکا ہے کہ چاروں زاوئے ا ۔ ع ۔ س ۔ ق قائمے ہیں۔ تو ثابت ہو گیا کہ سطح ق ع مربع ہے اور یہ کہ اب کے بہ نسبت اج کے زائد حصے کا مربع ہے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ (۲) یہ تو ظاہر ہے کہ خط ب ج سے سطح ال کے اب ج اور ل ب ج دو حصے ہو گئے۔ اسی طرح خط ط ر سے سطح ام کے اط ر اور م ر ط دو حصے

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۷۱- ہو گئے- اب ہم کہتے ہیں کہ اب ح ل ب ح دونو مثلثوں میں ضلع ب ح مشترک اور دونو زاوئے ب اح ب ل ح قائمے ہیں- ا تو قائمہ فرض کیا ہوا ہے اور جب مربع ا ح ک ط کے دو زاوئے ط ا ح ا ح ک قائمے ہیں- تو دونو خط اب ح ل متوازی ہونگے (ش۲۸)- ان متوازیوں پر ب ل خط کے واقع ہونے سے دونو زاوئے ا ب ل ب ل ح ملکر دو قائموں کے برابر ہوئے- لیکن مربع ا ب ح ر کا زاویۂ ا ب ح قائمہ ہے- تو باقی زاویۂ ب ل ح بھی قائمہ ہوگا- اسی طرح جب زاویۂ ا ب ح ایک طرف تو ا ح ب سے اور دوسری طرف ل ب ح سے ملکر ایک قائمے کے برابر ہوتا ہے (فرض و عمل و ش۳۲)- تو دونو زاوئے ا ح ب اور ل ب ح بھی برابر ہوئے (ع۱ و ع۲) اور جب ان مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے- تو دونو مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش۲۶)- پھر اسی طرح سطح ا م کے دو حصوں ا ط ر اور م ر ط میں ضلع ر ط مشترک ہے- اور جب مربع ا ح ک ط کے دو زاوئے ا اور ط قائمے ہیں- تو خط ا ر ط م متوازی ہونگے (ش۲۸)- ان متوازیوں پر ر م خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ط م ر م ر ا ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش۲۹)- لیکن م ر ا مربع ا ب ح ر کا زاویۂ قائمہ ہے- تو باقی زاویۂ ط م ر بھی قائمہ ہوگا- تو ثابت ہوگیا کہ ان مثلثوں ا ط ر اور م ر ط کے دو زاوئے ا اور م قائمے ہیں- پھر زاویۂ ا ط ر ایک طرف تو ا ر ط سے اور دوسری طرف م ط ر سے ملکر ایک قائمہ ہے (فرض و عمل و ش۳۲)- تو دونو زاوئے ا ر ط ر ط م بھی برابر ہوئے (ع۱ و ع۲)- اس طرح جب ان مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے- تو دونو مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش۲۶)- پھر مثلث ا ب ح کے ضلعے ا ب ا ح اور درمیانی زاویۂ ب ا ح بہ ترتیب مثلث ا ط ر کے ضلعوں ا ر ا ط

بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲؛ اور باقی مربع ک ح مربع ق ع کے برابر ہے - تو ثابت ہوگیا کہ مربع جد یعنی مربع ب ج (مربع ا ح + مربع ا ک) یعنی (مربع اب

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۷۲- اور درمیانی زاویۂ ر ا ط کے برابر ہیں- کیونکہ اب اس مربع اب ح ر کے اور ا ج و ط مربع ا ج ک ط کے ضلعے ہیں- اور زاویۂ ا مشترک ہے - تو دونو مثلث - ان کے ضلعے اور زاویئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے (ش۴)، اور جب مثلث اب ج جو ل ب ج کے برابر تھا- ا ط ر کے برابر ہوا جو م ط ر کے برابر ہے - تو چاروں مثلث اب ج ل ب ج ا ط ر اور م ر ط باہم برابر ہوئے (غ)، اور جبکہ مثلث اب ج مربع ب ج کے برابر کے چار مثلثوں میں سے ایک ہے - اسلئے مربع ب ج کے چاروں مثلث (سطح ال + سطح ا م) کے چاروں مثلثوں کے برابر ہوئے (لع)، اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

❊ (فٹ در فٹ نوٹ) چونکہ مربع ا ج مربع ا ب کا جزو ہے اور (مربع اب + مربع ا ج) کی مربع ب ج سے برابری ثابت کرنے میں اُسے ایک بار علیحدہ اور ایک بار مربع اب کے ضمن میں شمار کرنا ضروری تھا - اسلئے ہم نے اُسے ایک بار ا ط ر م ر ط مثلثوں کے ضمن میں اور ایک بار اب ج ل ب ج مثلثوں کے ضمن میں شمار کیا + مترجم

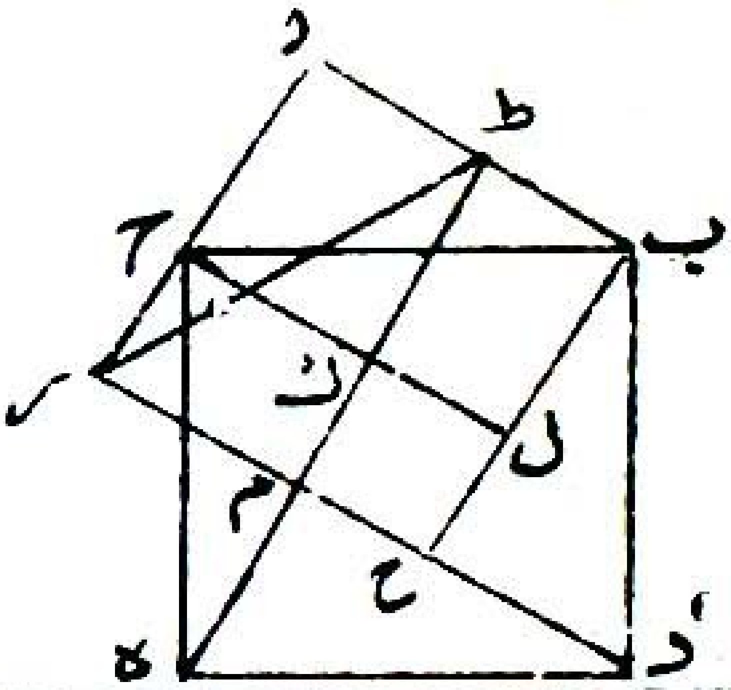
❊ فٹ نوٹ - پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ مثلث اب ج کے دونو ضلعے اب ا ج بہ ترتیب مثلث ل ب ج کے متناظر ضلعوں ل ج ل ب کے برابر ہیں - نیز اب ب ح مربع اب ح ر کے ضلعے ہیں - اور جب اب ب ح کے اور ا ج ل ب کے برابر ہوا - تو ظاہر ہے کہ ل ح اب کا بہ نسبت ا ج کے زائد حصہ ہے - اسی طرح ا ج ج ک مربع ا ج ک ط کے ضلعے ہیں - تو ک ل بھی اب کا بہ نسبت ا ج کے زائد حصہ ہوا - پھر مثلث م ر ط کے ضلعے ط م م ر بہ ترتیب برابر کے مثلث ا ط ر کے ضلعوں ا ر ا ط کے متناظر اور اب ا ر مربع اب ح ر کے ضلعے ہیں - اور جب اب ا ر برابر ہوئے - تو اب اور ط م

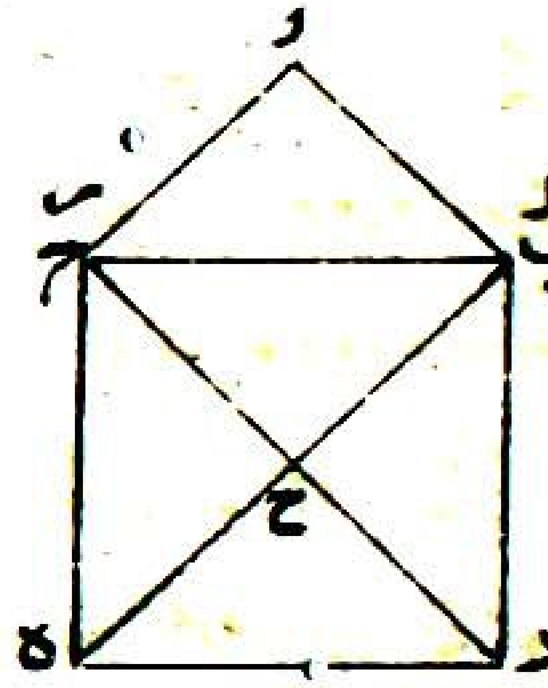
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲)×مربع ج ا) کے برابر ہے- اور یہی ثابت کرنا تھا +

بقیۂ فٹ نوٹ صفحہ ۱۷۳- بھی برابر ہونگے (غ) اور ط ک ج ا مربع ا ج ک ط کے ضلعے ہیں اور جب ط م اب کے اور ط ک ج ا کے برابر ہوا- تو ظاہر ہے کہ ک م ضلع اب کا بہ نسبت ج ا کے زائد حصہ ہے- اسی طرح ا ط ج ا مربع ا ج ک ط کے ضلعے ہیں اور ا ط اپنی نظیر م ر کے برابر ہے- تو م ر بھی ج ا کے برابر ہوا اور جب اب ح ر مربع اب ح ر کے ضلعے ہیں اور م ر ج ا کے برابر ہوا- تو ظاہر ہے کہ م ح ضلع اب کا بہ نسبت ج ا کے زائد حصہ ہوا- اور اب ثابت ہوگیا کہ سطح ک ح کے سارے ضلعے باہم برابر ہیں- پھر اس کا زاویۂ ل ح م مربع اب ح ر کا ایک زاویہ ہے اور زاویۂ ک م ح مثلث م ر ط کے زاویۂ قائمہ ط م ر کا ہم پہلو- اور زاویۂ م ک ل مربع ج ا ک ط کے زاویۂ ج ک ط کا مقابل- تو یہ سب زاوئے قائمے ہوئے (عل وش۱۳ وش۱۵) اور جب دونو زاوئے ح م ک م ک ل قائمے ہوئے- تو دونو خط ح ل ک ح متوازی ہونگے (ش۲۸) اور ان متوازیوں پر ل ح خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ک ل ح ل ح م مکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش۲۹)- لیکن زاویۂ ل ح م قائمہ ہے- تو ک ل ح بھی قائمہ ہوگا- اور جب اس سطح ک ح کے چاروں ضلعے برابر اور چاروں زاوئے قائمے ہوئے- تو یہ ایک شکل مربع ہوئی (ح۲) جو بہ نسبت ج ا کے اب کے زائد حصے پر بنائی گئی ہے- اور مربع ق ع بھی اسی اب کے زائد حصے پر بنایا گیا تھا- تو ثابت ہوگیا کہ مربع ک ح اور مربع ق ع باہم برابر ہیں- اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ- یعنی جب مربع ب ج چار مثلثوں اور ایک مربع ق ع سے مرکب ہے اور اسی طرح (سطح ا ل + سطح ا م) یعنی (مربع اب + مربع ج ا) بھی چار مثلثوں اور ایک مربع ک ح سے مرکب ہے اور اول الذکر چاروں (مثلث + مربع) ثانی الذکر چاروں (مثلث + مربع) کے برابر ہیں- تو ظاہر ہے کہ مربع ب ج (مربع اب + مربع ج ا) کے برابر ہوگا- اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) - اور اگر ال خط متوازی سے مربع ب ج کے دو حصے نہ کرنے کی صورت میں یہ شرط ہو کہ دونو ضلعوں کے مربعے مثلث پر منطبق ہوں اور وتر کا مربع منطبق نہ ہو - تو اب اج کے برابر ہونے کی صورت میں تو قریب قریب وہی ثبوت ہوگا جو پہلے بیان ہو چکا ہے - اور اگر دونو ضلعے کم و بیش ہوں اور فرض کیا کہ اب بڑا ہے - تو تینوں مربعے اس طرح بنا کر کہ ب ج کا مربع مثلث پر منطبق نہ ہو اور اب اج کے مربعے اس پر منطبق ہوں ح د اور ل ہ





وقت نوٹ - یعنی اب اج کے مربعے مثلث کے موافق اور ب ج کا مربع مثلث کے مخالف پہلو میں بنا کر مربع اب کے دونو ضلعوں ب ح ج ح کو ان کی سیدھ میں بڑھا لیا کہ وہ بہ ترتیب مربع ب ج کے ہ اور د نقطوں پر سے گزرے - کیونکہ جب ب ج مربع اب کے مقابل کے زاویوں میں ملا ہوا اور اُس کا قطر ہے - تو دونو زاویے ج ب ح ب ج ح نصف نصف قائمے ہونگے (ش ۳۲) اور جب یہ دونو نصف نصف قائمے ہوئے - تو باقی ح ب د ح ج ہ بھی نصف نصف قائمے ہونگے - کیونکہ دونو زاویے ج ب د ب ج ہ مربع ب ج کے زاویے قائمے ہیں اور جب ب ح ج ح خطوں سے ان زاویوں کی تنصیف ہو گئی تو ب ح ج ح قطر ہونگے (ش ۳۴) اور جب قطر ہوئے تو ضرور نقطہائے ہ اور د پر گزرینگے اور اب مربع ب ج برابر کے چار مثلثوں ح د ہ ح ج ہ ح ج ب اور ح ب د میں منقسم ہو جائیگا اور مربع اب برابر کے دو مثلثوں اب ج ح ج ب میں منقسم ہو جائیگا - اور جب مثلث ح ج ب پہلے چار مثلثوں میں بھی شامل تھا تو یہ سب مثلث باہم برابر ہونگے (ع) اور جبکہ مربع اب اور مربع اج برابر ہیں - اسلئے (مربع اب + مربع اج) چار مثلثوں سے مرکب ہوگا - جس طرح مربع ب ج چار مثلثوں سے مرکب ہے - تو ظاہر ہے کہ (مربع اب + مربع اج) مربع ب ج کے برابر ہے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کو ملا دیا - تو دونو خط دح ح س اور اسی طرح دونو خط طک ک ہ سیدھے خط ہونگے - پھر جک کو ا ، تک سیدھ میں بڑھا لیا -

• فٹ نوٹ - جب مثلث اب ج کے ضلعے اب بج اور درمیانی زاویۂ ا ب ج بہ ترتیب مثلث ح ب د کے ضلعوں ح ب ب د اور درمیانی زاویۂ ح ب د کے برابر ہیں جس کا ثبوت ذیل میں آتا ہے - تو دونو مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے اور جن میں سے زاویۂ ب ح د زاویۂ قائمہ ب ا ج کے برابر ہوگا (ش ۴) - ثبوت - اب جب مربع اب کے اور ب ج ب د مربع ب ج کے ضلعے ہیں اور جب زاویۂ ج ب ح ایک طرف تو زاویۂ ج ب ا سے اور دوسری طرف زاویۂ ح ب د سے ملکر زاویۂ قائمہ ا ب ح یا زاویۂ قائمہ ج ب د کے برابر ہے - تو دونو زاوئے ا ب ج اور ح ب د برابر اور قائمے ہونگے (رغ و غ) اور زاویۂ ب ح س خود مربع ا ب ح س کا ایک زاویہ ہے - اور جب خط ب ح کے دو پہلوؤں میں خطوط دح ح س نے ملکر دو زاوئے قائمے پیدا کئے - تو ضرور دح ح س ایک سیدھا خط ہوگا (ش ۱۴) - اسی طرح مثلث اب ج کے دو ضلعے ا ج ج ب اور درمیانی زاویۂ ا ج ب بہ ترتیب مثلث ہ ج ک کے ضلعوں ج ک ج ہ اور درمیانی زاویۂ ک ج ہ کے برابر ہیں جس کا ثبوت ذیل میں آتا ہے - اسلئے دونو مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے جن میں سے زاویۂ ہ ک ج اپنی نظیر زاویۂ قائمہ ج ا ب کے برابر ہوگا (ش ۴) اور زاویۂ ج ک ط خود مربع ا ج ک ط کا ایک زاویہ ہے اور جب خط ج ک کے دونو پہلوؤں میں خطوط ط ک ک ہ نے ملکر دو زاوئے قائمے پیدا کئے - تو دونو خط ط ک ک ہ سیدھے ایک خط ہونگے (ش ۱۴) - ثبوت ا ج ج ک مربع ا ج ک ط کے اور ج ب ج ہ مربع ب ج کے ضلعے ہیں - اور جب زاویۂ ک ج ب ایک طرف تو ا ج ب سے اور دوسری طرف ک ج ہ سے ملکر زاویۂ قائمہ ا ج ک یا ہ ج ب بناتا ہے - تو دونو زاوئے ا ج ب ک ج ہ برابر ہونگے (رغ و غ) - اور یہی ثابت کرنا تھا ۔ مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) تو مربع ج د یعنی مربع ب ج برابر ہوگا کے چار مثلثوں اور ایک مربع ک ج میں منقسم ہوگا - اور یہ مربع ک ح ضلع اب

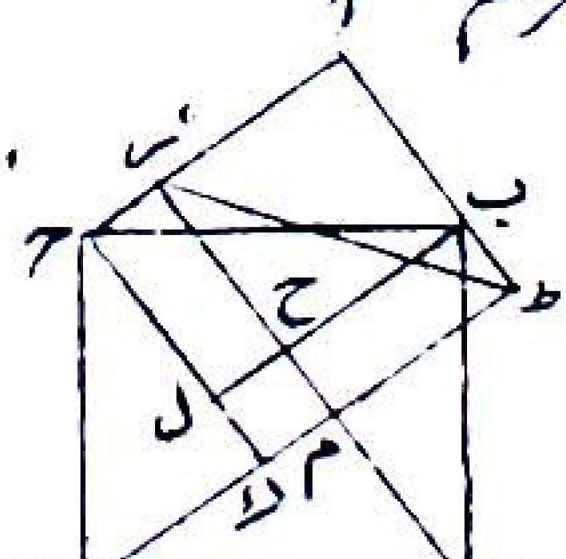
فٹ نوٹ - یعنی ح ب د م د ہ ک ہ ج اور ل ج ب مثلثوں کے بہ ترتیب ضلع ب د د ہ ہ ج اور ج ب مربع ب ج کے ضلعے ہیں اور زوایاے ح - م - ک اور ل قائمے ہیں - ح اور ک کے قائمے ہونے کا ثبوت تو ابھی گزر چکا ہے اور جب مربع ا ج ک ط کے دونو ضلعے ا ج ط ک متوازی ہیں - تو ار اور ط م بھی متوازی ہونگے - کیونکہ خطوط متوازی ہمیشہ متوازی رہتے ہیں - ان متوازیوں پر م ر خط کے واقع ہونے سے دونو اندرونی زاوئے ا ر م ر م ط دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - لیکن زاویۂ ا ر م مربع ا ب ح ر کا زاویہ ہے - اور جب ا ر م قائمہ ہوا - تو باقی ر م ط بھی قائمہ ہوگا - اور جب ر م ط قائمہ ہوا - تو د م ہ بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۵) - اسی طرح جب مربع ا ج ک ط کے دونو ضلعے ا ط ج ک متوازی ہیں - تو اب اور ج ل بھی متوازی ہونگے - ان متوازیوں پر ب ل خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو اندرونی زاوئے ا ب ل ب ل ج دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - لیکن ا ب ل مربع ا ب ح ر کا زاویہ ہے - تو باقی ب ل ج بھی قائمہ ہوگا - پھر زاویۂ ح د ب ایک طرف تو ح ب د سے اور دوسری طرف م د ہ سے ملکر ایک زاویۂ قائمہ بناتا ہے - اسلئے ح ب د اور م د ہ برابر ہوئے (ع ۱ و ع ۲) - اسی طرح م ہ د ایک طرف تو م د ہ سے اور دوسری طرف ک ہ ج سے ملکر ایک زاویۂ قائمہ بناتا ہے - تو م د ہ اور ک ہ ج برابر ہونگے (ع ۱ و ع ۲) - اسی طرح ک ج ہ ایک طرف ک ہ ج سے اور دوسری طرف ل ج ب سے ملکر ایک زاویۂ قائمہ بناتا ہے - تو ک ہ ج اور ل ج ب برابر ہوئے (ع ۱ و ع ۲) - اسی طرح ل ب ج ایک طرف ل ج ب سے اور دوسری طرف ح ب د سے ملکر ایک زاویۂ قائمہ بناتا ہے - تو ل ج ب اور ح ب د برابر ہوئے - غرض جب ان مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے - تو سارے مثلث مع ضلعوں اور زاویوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے (ش ۲۶) - اور مثلث ح ب د کا مثلث ا ب ج کے برابر ہونا پہلے ثابت ہو چکا ہے - تو یہ پانچوں مثلث باہم برابر ہوئے (ع ۱) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) کے بہ نسبت ا ح کے زائد حصے کا مربع ہے۔ پھر ط م
کو ملا دیا۔ تو (سطح ا ل + سطح ا م + مربع ک ح) یعنی (مربع ا ب + مربع ا ح)
بھی برابر کے چار مثلثوں میں منقسم ہو گئے۔ اور جب یہ چاروں مثلث

فٹ نوٹ (۱) مثلث ا ب ح کے ضلعے ا ب ا ح بہ ترتیب مثلثوں ل ح ب
ح ب د، م د ہ اور ک ہ ح کے متناظر ضلعوں ل ح ل ب، ح ب، ح د
م د، م ہ اور ک ہ ک ح کے برابر ہیں۔ جیسا کہ ابھی بیان ہو چکا ہے۔
اور جب ا ب ح ب کے اور ا ح ل ب کے برابر ہوا۔ تو ظاہر ہے کہ ل ح
ضلع ا ب کے بہ نسبت ا ح کے زائد حصے کے برابر ہے۔ اسی طرح جب ا ب
م د کے اور ا ح ح د کے برابر ہوا۔ تو ظاہر ہے کہ ح م ضلعے ا ب کے زائد
حصے کے برابر ہے۔ اسی طرح جب ا ب ک ہ کے اور ا ح م ہ کے برابر
ہے۔ تو م ک ضلع ا ب کے زائد حصے کے برابر ہوا۔ اسی طرح جب ا ب ل ح
کے اور ا ح ک ح کے برابر ہے۔ تو ک ل ضلع ا ب کے زائد حصے کے برابر
ہوا۔ یوں اس سطح کے چاروں ضلعے برابر ہوئے۔ اور اس کا زاویۂ ح مربع
ا ب ح م کا زاویہ ہے اور ک ل ح زاویۂ قائمہ ک ل ب کا اور ح م ک زاویۂ
قائمہ ر م ک کا ہم پہلو ہے۔ اس لئے ان میں سے ہر ایک خود بھی قائمہ
ہوگا (ش ۱۳)۔ اور ل ک م مربع ا ح ک ط کے زاویۂ قائمہ ط ک ح کا مقابل
ہے۔ اس لئے خود بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۵) اور جب اس سطح کے چاروں ضلعے
برابر اور چاروں زاویے قائمے ہیں۔ تو یہ ایک مربع شکل ہوئی (ح ۲) اور چونکہ اس
کے سب ضلعے ا ب کے بہ نسبت ا ح کے زائد حصے کے برابر ہیں۔ اسلئے
یہ سطح ا ب کے زائد حصے کا مربع ہوئی۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔
مترجم

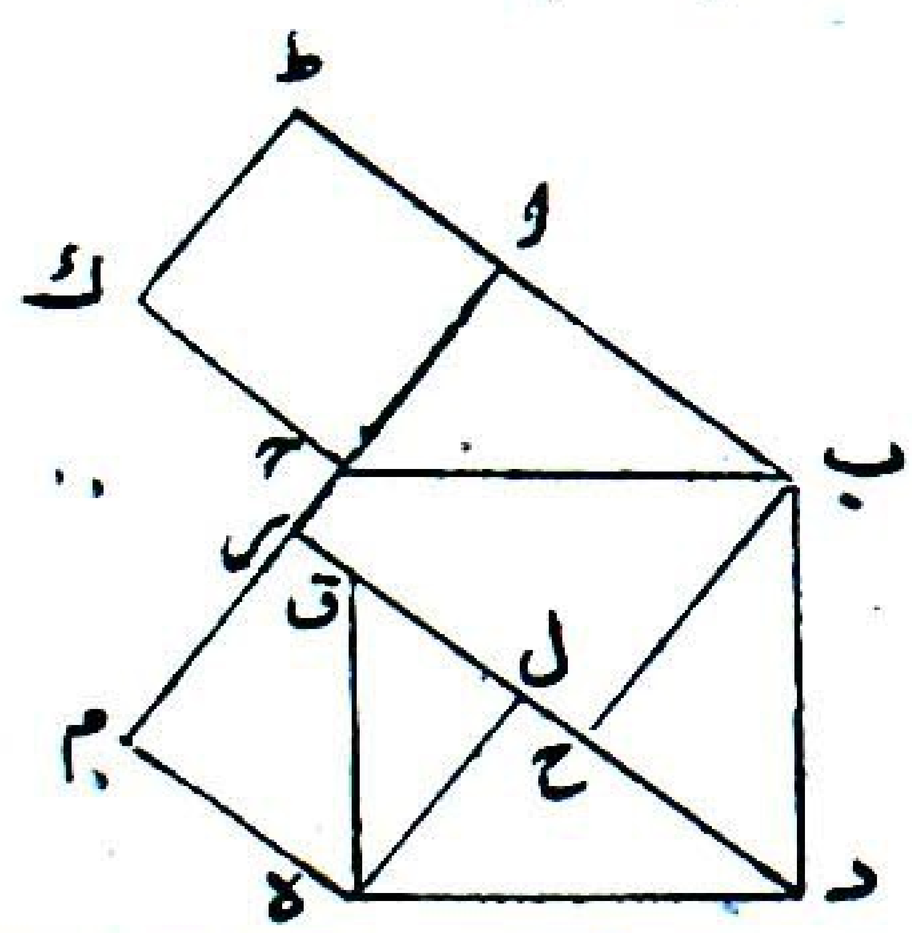
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) پہلے چار مثلثوں کے برابر اور[1] یہ مربع بعینہٖ پہلا مربع ہے - تو صاف ظاہر ہے کہ وتر ب ج کا مربع (مربع ا ب + مربع ج ا) کے برابر[2] ہے +

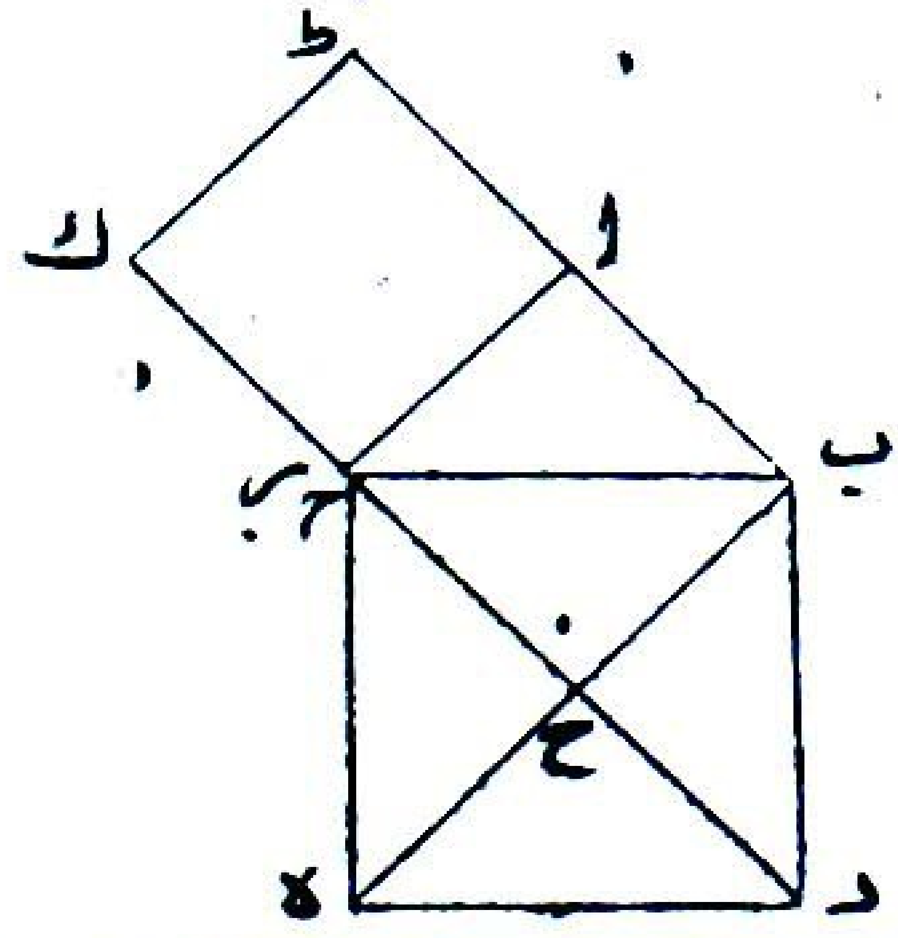
+ فٹ نوٹ (۱) سطح ا ل کے دو حصوں - مثلث ا ب ج ل ج ب کی برابری تو ابھی ثابت ہو چکی ہے - اور سطح ا م کے دو حصے مثلثوں ا ر ط م ط ر میں ضلع ط ر مشترک ہے اور دونو زاوئے ا اور م قائمے ہیں - اور جب زاویۂ ا ط ر ایک طرف تو ر ط م سے اور دوسری طرف ا ر ط سے ملکر ایک قائمہ ہے - اسلئے دونو زاوئے ا ر ط م ط ر بھی برابر ہوئے - اور جب ان مثلثوں کا ایک ایک ضلع اور دو دو زاوئے برابر ہوئے - تو یہ مثلث - ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش ۲۶) - پھر مثلث ا ط ر ا ب ج کے ضلعے ا ر اور ا ب مربع ا ب ح ر کے اور ا ط ج ا مربع ج ا ک ط کے ضلعے ہیں اور درمیانی زاویۂ ا مشترک ہے - تو یہ دونو مثلث - ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے (ش ۴) - اور جب مثلث ا ب ج جو ل ج ب کے برابر تھا ا ط ر کے بھی برابر ہے جو م ط ر کے برابر تھا - تو یہ چاروں مثلث برابر ہوئے (غ) - اور جب مثلث ل ج ب جو مربع ب ج کے مثلثوں ح ب د وغیرہ کے برابر تھا - مثلث ا ب ج کے برابر ہے - تو یہ چاروں مثلث پہلے چاروں مثلثوں کے بھی برابر ہوئے (غ) اور مربع ک ح کا مربع ب ج اور (مربع ا ح + مربع ا ک) یعنی (مربع ا ب + مربع ج ا) میں مشترک ہونا ظاہر ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم



* فٹ نوٹ (۲) یہ ساری تقریر اس صورت کے متعلق تھی کہ ا ب ج ا سے بڑا ہو - لیکن اسی صورت پر اس کا بھی قیاس ہو سکتا ہے کہ ا ب ج ا سے چھوٹا ہو - مگر یہاں ضلع ب ح کو ل تک سیدھ میں بڑھائینگے اور پھر ثبوت واضح ہے - جیسا کہ اس شکل سے واضح ہوتا ہے + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور اگر ال خط متوازی سے مربع ب ج کو تقسیم نہ کرنے اور سب ضلعوں کے مربعے خود ضلعوں پر بنائے جانے کے ساتھ یہ شرط ہو کہ صرف ایک ضلع مثلاً اب کا مربع مثلث پر منطبق ہو۔ تو درصورت اب اور ج ا کے برابر ہونے کے اس کا ثبوت ظاہر ہے (۱)۔ اور اگر وب بڑا ہو۔ تو تینوں مربعے اسی طرح کہ اب کا مربع مثلث پر منطبق اور ب ج اور ج ا کے مربعے غیر منطبق ہوں بناکر دح کو ملادیا جو ح س سے مل کر ایک سیدھا خط (۲) ہوگا۔ پھر ج ا کو اُس کی سیدھ میں بڑھا لیا اور ضلع د ہ کے نقطۂ ہ سے بڑھائے ہوئے ج ا. اور د س پر بہ ترتیب ہ م ہ ل دو عمود ڈالے (ش ۱)۔





ﷺ فٹ نوٹ (۱) یعنی تینوں مربعے اسی طرح کہ اب کا مربع مثلث پر منطبق اور ج ا ب ج کے غیر منطبق ہوں، بناکر ب ح اور ج ح کو سیدھ میں بڑھا لیا کہ بہ ترتیب دونو مربع ب ج کے ہ اور د نقطوں پر گزرے۔ اب مربع ب ج برابر کے چار مثلثوں میں اور مربع اب برابر کے دو مثلثوں میں منقسم ہو جائیگا۔ اور جب مربع ج ا اُسی کے برابر ہے۔ تو وہ بھی ویسے ہی دو مثلثوں میں منقسم ہوگا۔ اب صاف ظاہر ہے کہ مربع ب ج (مربع اب + مربع ج ا) کے برابر ہے اور ان باتوں کا ثبوت کئی بار گزر چکا ہے + مترجم

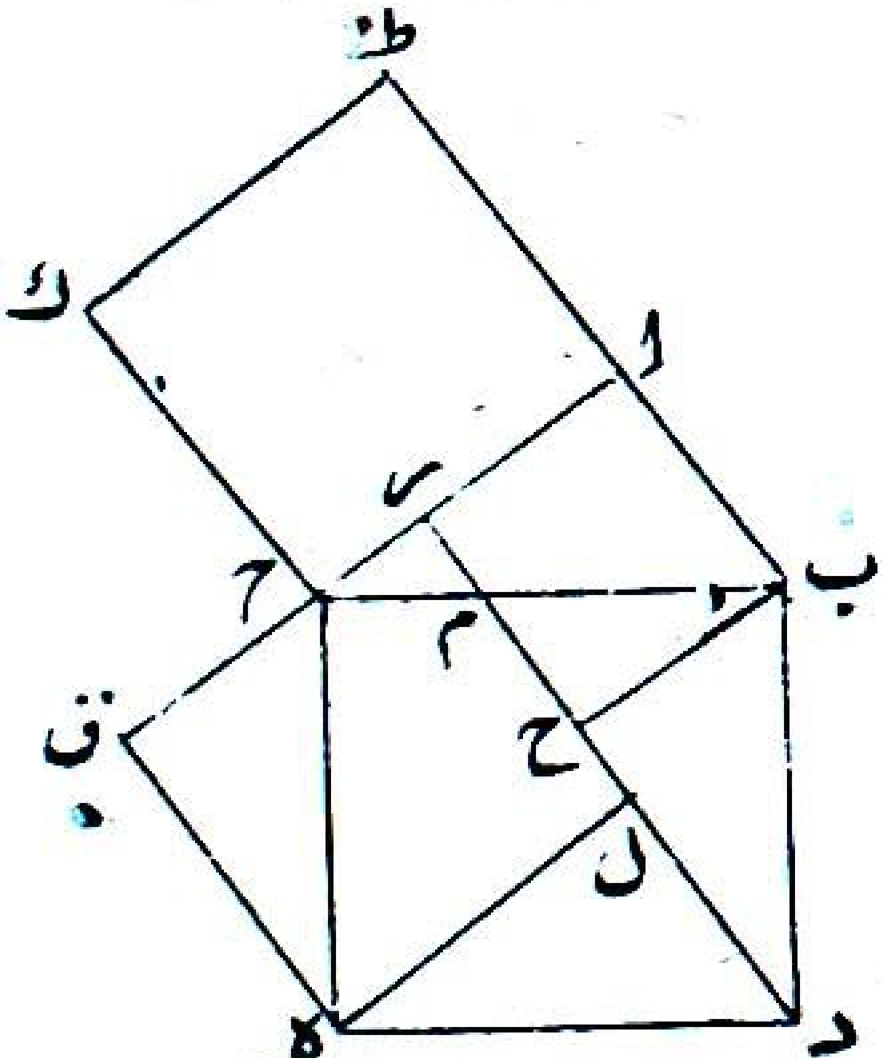
ﷺ فٹ نوٹ (۲) پہلی تقریروں میں اس کا ثبوت گزر چکا ہے + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اب ہم کہتے ہیں چاروں مثلث ا ب ج ح ب د ل د ہ اور م ج ہ برابر ہیں[۱] - اور یہ کہ سطح ل م مربع اور مربع ا ک کے برابر[۲] ہے - اب دونو مثلثوں ل د ہ م ج ہ میں مثلث ل ہ ق کو شامل کر دیا - تو پورا مثلث د ق ہ مربع ل م (یعنی مربع ا ک + مثلث ج ر ق) کے برابر ہوگا (ع) - پھر پہلے مجموعے یعنی مثلث د ق ہ میں مثلث ب د ح اور دوسرے مجموعے میں مثلث ا ب ج کو شامل کر کے باقی سطح ب ح ق ج کو دونو میں مشترک شامل کر دیا - تو ثابت ہو گیا کہ مربع ب ج (مربع ا ب + مربع ا ج) کے برابر ہے +

فٹ نوٹ (۱) پہلے - دوسرے اور اسی طرح تیسرے - چوتھے مثلث کی برابری شکل ۴ سے اور دوسرے - تیسرے کی برابری شکل ۲۶ سے اور سب کی برابری پہلے علوم متعارفہ سے ہو سکتی ہے + مترجم

فٹ نوٹ (۲) جب ہ ل ہ م عمود ہیں تو سطح ل م کے دونو زاویئے ل اور م قائمے ہوئے - اور ل ر م مربع ا ب ح ر کے زاویئے ر کا ہم پہلو ہے - تو وہ بھی قائمہ ہوا (ش ۱۳) اور جب دونو زاویئے ل اور ر قائمے ہوئے - تو دونو خط ل ہ ر م متوازی ہوئے (ش ۲۸) - ان متوازیوں پر ہ م خط کے واقع ہونے سے دونو زاویئے ہ اور م مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش ۲۹) - مگر زاویۂ م قائمہ ہے - تو زاویۂ ل ہ م بھی قائمہ ہوگا - اس طرح یہ سطح متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہوئی - اور ل ہ ہ ج برابر کے مثلثوں ل د ہ ج ہ م کے متناظر ضلعے ہیں اور جب یہ دونو برابر ہوئے - تو سب ضلعے برابر ہونگے (ش ۲۶) اور سطح ل م مربع مکمل ہوئی (ح ۲۰) اور جب م ج ہ ا ب ج برابر کے مثلثوں میں ہ م ج ا متناظر ضلعے ہیں - تو مربع ل م مربع ا ک یعنی مربع ج ا کے برابر ہوا - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور اسی صورت میں اگر اب اج سے چھوٹا ہو- تو تینوں مربعے اسی طرح کہ اب کا مربع مثلث پر منطبق اور ب ج اج کے مربعے غیر منطبق ہوں بنا کر د ح کو ملا دیا(۱) - پھر اج کو سیدھ میں بڑھا کر نقطۂ ہ سے بڑھائے ہوئے اج



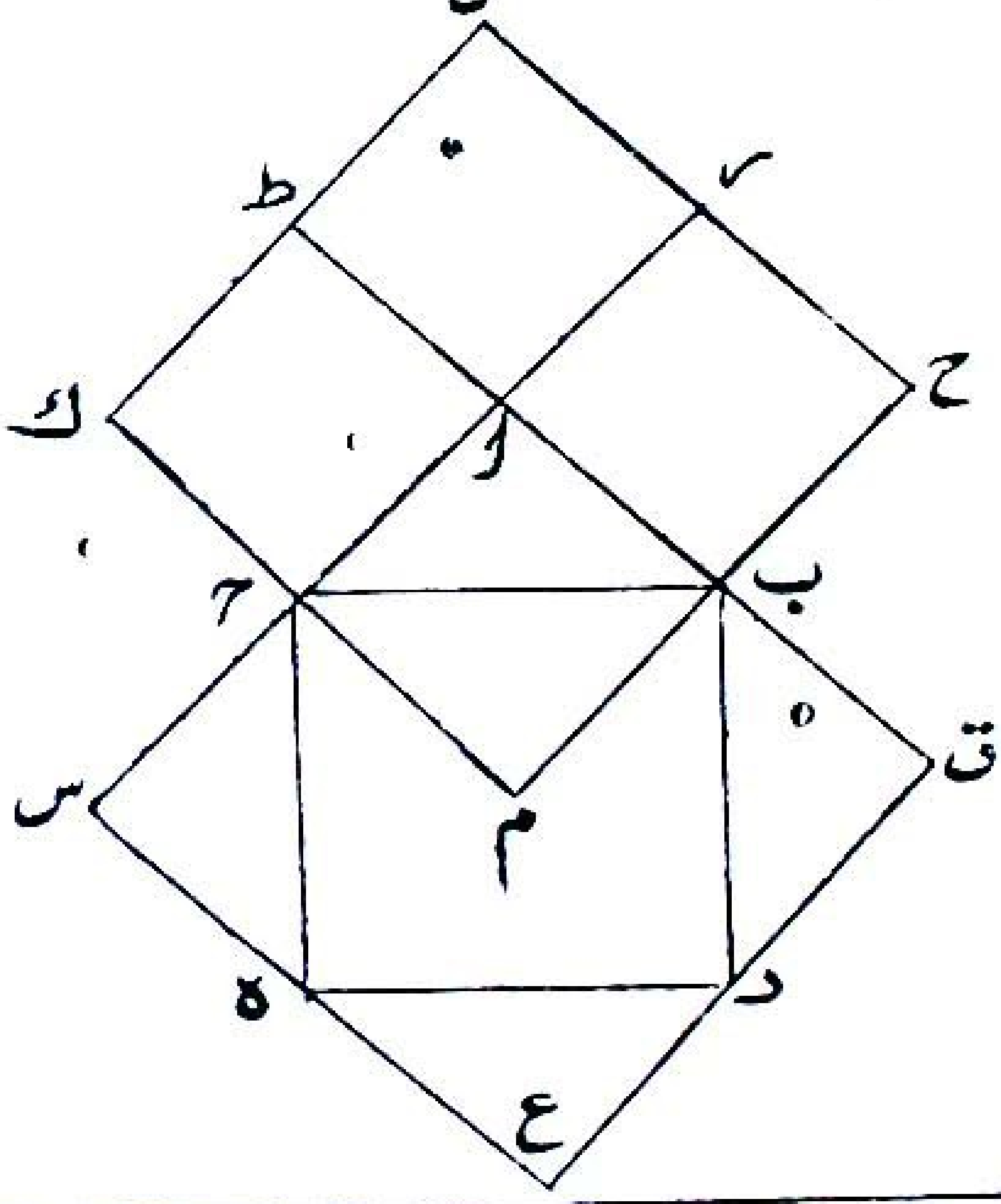
اور در پر بہ ترتیب ہ ف اور ہ ل دو عمود ڈالے (ش ۱۲) - اب(۲) ہم کہتے ہیں سطح د ہ ج م سطح ل ہ ق ج م کے اور مثلث ب د م (مربع اح + مثلث م ر ج)(۳) کے برابر ہے - تو ثابت ہو گیا کہ مربع ب ج (مربع اح + مربع ل ق) یعنی (مربع اب + مربع اج) کے برابر ہے +

(۱) فٹ نوٹ (۱) اور یہ دح ح ر سے ملکر ایک سیدھا خط ہو جائیگا - جیسا کہ پہلے معلوم ہو چکا ہے + مترجم

(۲) فٹ نوٹ (۲) یعنی پہلے اج کو اس کی سیدھ میں بڑھا لیا - پھر نقطۂ ہ سے بڑھائے ہوئے اج اور در پر بہ ترتیب ہ ق اور ہ ل دو عمود ڈالے (ش ۱۲) - پھر چاروں مثلثوں اب ج ح ب د ل د ہ اور ف ج ہ کی برابری مندرجۂ بالا طریق سے ثابت کی - پھر برابر کے دونو مثلثوں ل د ہ ف ج ہ میں سطح ل ہ ج م کو مشترک شامل کر دیا - تو اب ہم کہتے ہیں سطح د ہ ج م الخ + مترجم

(۳) فٹ نوٹ (۳) کیونکہ مثلث ح ب د مثلث اب ج کے برابر ہے - ان دونو میں مثلث ب ح م کو مشترک شامل کر دیا - تو سارا مثلث ب د م (مربع اح + مثلث م ر ج) کے برابر ہو گیا + مترجم

(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور اگر ا ل خط متوازی سے مربع ب ج کو تقسیم نہ کرنے اور ضلعوں کے مربعے خود ضلعوں پر بنائے جانے کے ساتھ یہ شرط ہو کہ سارے مربعے مثلث کے مخالف پہلو میں بنائے جائیں۔ تو ہم نے حسب شرط مذکور تینوں مربعے بنا کر ح ر ک ط اور ح ب ک ج کو اپنی



اپنی سیدھ میں بڑھا لیا کہ پہلے دونو نقطۂ ل پر اور پچھلے دونو نقطۂ م پر[1] مل گئے۔ اور اب سطح ک ح پوری شکل مربع اور (ضلع اب + ضلع اج) کے مربع کے برابر[2] ہوگی۔ پھر دونو ضلعوں اب اج کو اپنی اپنی سیدھ میں بڑھایا اور ضلع د ہ کے دونو نقطوں د اور ہ سے بڑھائے ہوئے اب اور اج پر بہ ترتیب دق اور ہ س دو عمود ڈالے (ش۱۲)۔

فٹ نوٹ (۱) چونکہ دونو خط ح ر ک ط اور ایسے ہی ح ب ک ج پر فرضی خط ک ح کے واقع ہونے سے ایک ایک طرف میں دو دو زاویے دو دو قائموں سے چھوٹے پیدا ہوئے۔ اسلئے ح ر ک ط اپنی سیدھ میں اور ح ب ک ج اپنی سیدھ میں بڑھتے ہوئے کسی نہ کسی نقطے مثلاً ل اور م پر مل جائینگے (ص۶) + مترجم

فٹ نوٹ (۲) جب مربع اب ح ر کے دونو ضلعے ح ر ب ا متوازی ہیں۔ تو اپنی اپنی سیدھ میں بڑھنے کے بعد بھی متوازی رہینگے۔ کیونکہ خطوط متوازی ہمیشہ متوازی رہتے ہیں۔ اسی طرح مربع اج ک ط کے دونو ضلعے ط ا ک ج بھی متوازی ہیں۔ تو بڑھنے کے بعد بھی متوازی رہینگے۔ اور جب

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اور پھر ان عمودوں کو د اور ہ کی طرف سیدھ میں
بڑھایا کہ نقطۂ عٓ پر دونو مل گئے - اب ہم کہتے ہیں - چاروں مثلث

بقیۂ فٹ نوٹ ۱۸۳ - اس طرح ح ل ب ط کا اور ب ط م ك کا متوازی ہوا - تو
ح ل اور م ك بھی متوازی ہونگے (ش۳) اور اب ثابت ہوگیا کہ مندرجۂ ذیل ساتوں
سطحیں ك ح ح ج ح ر ك ح ا ب ج ر ط اور ا ك متوازی الاضلاع ہیں - پھر سطح
ك ح کے دونو زاویئے ك اور ح مربع ڈب اور اج کے زاویئے ہیں - اور جب ح ل
م ك متوازیوں پر ح م اور ل ك خطوں کے واقع ہونے سے بہ ترتیب زاویۂ
(ح + م) اور زاویۂ (ل + ك) دو دو قائموں کے برابر ہوئے (ش۲۹) اور دونو زاویئے
ح اور ك قائمے ہیں - تو باقی دونو زاویئے م اور ل بھی قائمے ہونگے - اور اس
طرح سطح ح ك قائم الزوایا بھی ہوئی - پھر ح ر مربع اب کا ضلع اور اب کے
برابر ہے اور ر ل سطح متوازی الاضلاع ر ط کا ضلع اور اپنے مقابل کے ضلع
ا ط کے برابر ہے (ش۳۴) اور ا ط مربع اج کا ضلع اور ج ا کے برابر ہے - تو
ر ل بھی ج ا کے برابر ہوا (غ) - تو پورا ضلع ح ل ضلع (اب + اج) کے برابر ہوا (غ)
اسی طرح سطح متوازی الاضلاع ر ط کا ضلع ل ط اپنے مقابل کے ضلع ر ا کے برابر ہے
(ش۳۴) اور ر ا مربع اب کا ضلع اور اب کے برابر ہے - تو ل ط بھی اب کے برابر
ہوا (غ) اور ط ك مربع اج کا ضلع اور ج ا کے برابر ہے - تو پورا ل ك بھی (اب + ج ا)
کے برابر ہوا (غ) - اسلئے پورا ح ل بھی پورے ل ك کے برابر ہوا (غ) اور جب ح ل
ل ك کے برابر ہوئے - تو سطح متوازی الاضلاع ك ح کے چاروں ضلعے ح ل ل ك ك م
اور م ح برابر ہوئے (ش۳۴) اور اس طرح سطح ك ح مربع اور مربع (اب + ج ا) کے
برابر ہوئی - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ - چونکہ د ف اور ہ س دونو پر فرضی خط ق س واقع ہونے سے ایک طرف
دو زاویئے د ق س اور ق س ہ ملکر دو قائموں سے چھوٹے ہوتے ہیں - اس لئے
وہ دونو اس جانب میں کسی نقطے مثلاً ع پر ملینگے (ض) + مترجم

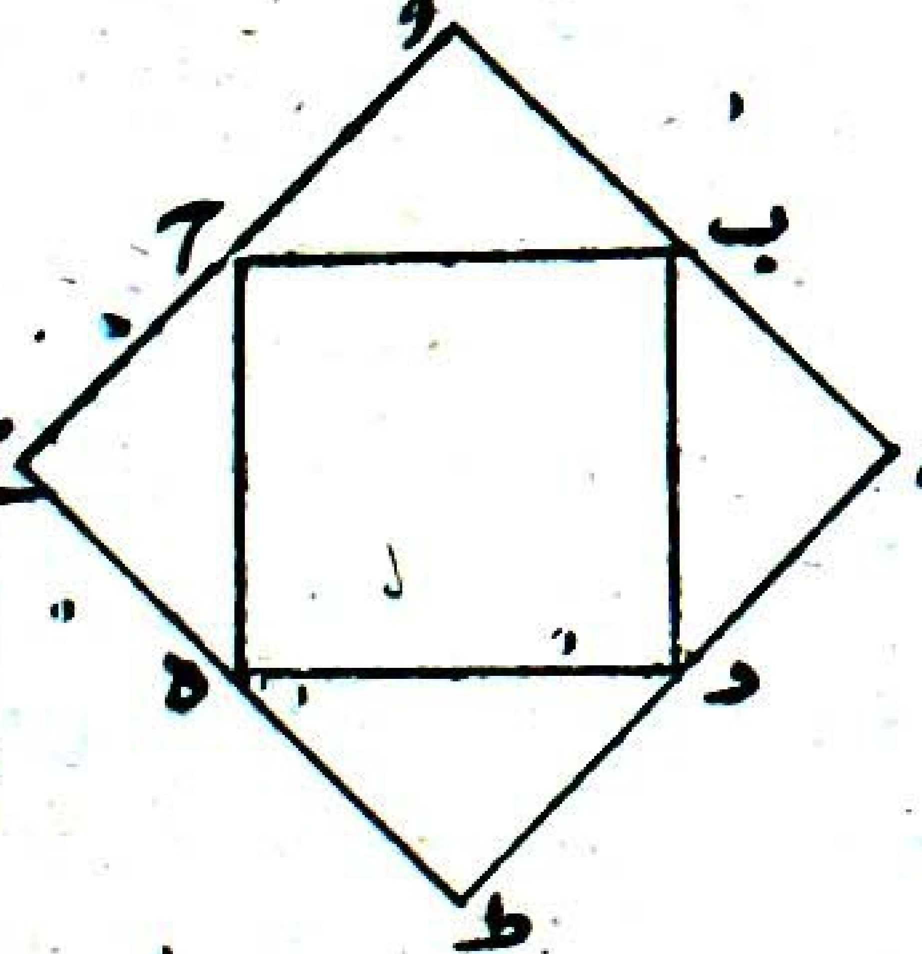
(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) اب ح ق د ب ع د ہ اور س ہ ح باہم برابر ہیں[1]
اور یہ کہ سطح ق س مربع اور مربع ح ک کے برابر ہے[2]* - پھر ر ط کو
ملا کر ہم کہتے ہیں - چاروں مثلث ر ل ط ر ا ط ب و ح اور ب م ح

فٹ نوٹ (۱) بہ ترتیب چاروں مثلثوں کے ضلعے ح ب ب د د ہ اور ہ ح مربع ب ح کے ضلعے ہیں اور چاروں زاوئے ا (فرض) اور ق - س (ع ل) قائمے ہیں اور جب دونو زاوئے ا اور ق قائمے ہیں - تو خط ا س ق ع متوازی ہوئے (ش[۲]) ان متوازیوں پر ع س خط کے واقع ہونے سے ایک طرف کے دو زاوئے ع اور س ملکر دو قائموں کے برابر ہونگے (ش[۲۹]) لیکن زاویۂ س جیسا کہ معلوم ہو چکا ہے - قائمہ ہے - تو زاویۂ ع بھی قائمہ ہوگا جس سے ثابت ہو گیا کہ چاروں زاوئے ا - ق ع اور س قائمے ہیں اور جب مثلث ا ب ح کا بیرونی زاویہ ح ب ق مثلث کے اندرونی زاویوں (ا + ح) کے برابر ہے (ش[۳۲]) اور جب اکیلا قائمہ ا قائمہ ح ب د کے برابر ہے - تو باقی زاویۂ ح باقی ق ب د کے برابر ہوگا (غ) اسی طرح ثابت ہوسکتا ہے کہ ق ب د ع د ہ کے اور ع د ہ س ہ ح کے اور س ہ ح ا ح ب کے برابر ہے اور جب ان مثلثوں کے ایک ایک ضلعے اور دو دو زاوئے برابر ہوئے - تو یہ سارے مثلث - ان کے ضلعے اور زاوئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے (ش[۲۶]) - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

*فٹ نوٹ (۲) سطح ق س کے چاروں زاویوں ا - ق - ع اور س کے قائمے ہونے کا بیان ابھی ہو چکا ہے - اور جب اُس کے چاروں زاوئے قائمے ہوئے - تو اُس کے چاروں ضلعے متوازی بھی ہونگے (ش) اب ہم کہتے ہیں - ضلعے ق ا میں سے ق ب اپنے متناظر ضلع ا ح کے برابر ہے - تو پورا ق ا (ا ب + ا ح) کے برابر ہوا (غ) اسی طرح ق د اپنے متناظر ضلع ا ب کے اور د ع اپنے متناظر ضلع ق ب یعنی ا ح کے برابر ہے - تو پورا ق ع بھی (ا ب + ا ح) کے برابر ہوا (غ) اور اب ق ا ق ع بھی برابر ہوئے (غ) اور جب سطح متوازی الاضلاع ق س کے دونو ضلعے ق ا ق ع برابر ہوئے - تو سب ضلعے برابر ہونگے (ش[۳۴]) اور جب اس سطح کے سب ضلعے برابر اور سب زاوئے قائمے ہوئے - تو یہ ایک مربع شکل اور (ا ب + ا ح) کے مربع کے برابر ہوئی - لیکن مربع ح ک بھی (ا ب + ا ح) کے مربع کے برابر تھا - اسلئے یہ سطح یعنی مربع ق س مربع ح ک کے برابر ہوا (غ) اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) باہم بھی اور پہلے چاروں مثلثوں کے بھی برابر ہیں۔ اب اگر ان مثلثوں کو مربع ح ک سے اور پہلے چاروں کو مربع ق س سے گھٹا دیں۔ تو (مربع ح ا یعنی مربع اب + مربع اک یعنی مربع اج) مربع مربع ب ہ یعنی مربع ب ج کے برابر ہوگا اور یہی ثابت کرنا تھا +

اور اگر ال خط متوازی کے نہ ہونے کی صورت میں یہ شرط ہو کہ صرف وتر ب ج کا مربع بنائیں اور وہ مثلث کے مخالف پہلو میں ہو۔ تو حسب شرط



مربع ب ہ بنا کر مثلث کے معلوم ضلعوں اب اج کو ب اور ج کی طرف سیدھ میں بڑھا کر ضلع د ہ کے د اور ہ نقطوں سے بہ ترتیب بڑھائے ہوئی وب اج پر د ر ہ ح دو عمود ڈالے (ش ۱۲) پھر ان عمودوں کو د اور ہ کی طرف یہاں تک سیدھ میں بڑھا لے گئے کہ دونو عمود نقطۂ ط پر مل گئے۔ تو سطح اط پوری شکل مربع اور ضلع (اب + اج) کے مربع کے برابر ہوگی۔ کیونکہ اس کے چاروں مثلث اب ج ر ب د

فٹ نوٹ۔ چونکہ مثلث ر ل ط اور ر اط میں ضلع ر ط مشترک اور دونو زاویئے ل اور و قائمے ہیں۔ زاویۂ ل کا قائمہ ہونا تو ابھی ثابت ہو چکا ہے۔ اور زاویۂ ر اط زاویۂ قائمہ ب اج کا مقابل ہے۔ اسلئے وہ بھی قائمہ ہوگا (ش ۱۵ و ص ۱۲) اور جب زاویۂ ل ر ط ایک طرف تو ل ط ر کے ساتھ اور دوسری طرف ا ر ط کے ساتھ مل کر ایک قائمہ ہوتا ہے۔ کیونکہ زاویۂ ا ر ل زاویۂ قائمہ ا ر ح کا ہم پہلو ہے۔ اسلئے قائمہ ہے (ش ۱۳)۔ تو ل ط ر ا ر ط برابر ہوئے (ع ۶ و ع ۲) اور جب ان دو مثلثوں کے ایک ایک ضلع اور دو دو زاویئے برابر ہوئے۔ تو دونو مثلث۔ ان کے ضلعے اور زاویئے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے (ش ۲۶)۔ اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ دونو مثلث ب اج

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ط د ہ اور ح ک ج ان کے ضلعے اور زاویے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں۔ اب ہم کہتے ہیں ان مثلثوں میں سے کوئی سے دو مثلثوں کا مجموعہ سطح اب فی ج ا یعنی اُس متوازی الاضلاع قائم الزوایا سطح کے برابر ہے۔ جس کا

بقیۂ فٹ نوٹ ۱۸۶۔ ب م ج باہم برابر ہیں۔ اور جب ا س اب مربع اب کے اور ا ط اج مربع اج کے ضلعے ہیں۔ تو ہم کہتے ہیں مثلث س ا ط کے دو ضلعے ا س ا ط اور درمیانی زاویۂ س ا ط بہ ترتیب مثلث ب ا ج کے ضلعوں اب اج اور درمیانی زاویۂ ب ا ج کے برابر ہیں (ح۲ و ش۱۵)۔ تو دونو مثلث۔ ان کے ضلعے اور زاویے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے (ش۴)۔ اور جب مثلث س ا ط مثلث س ل ط کے اور مثلث ب ا ج مثلث ب م ج ق د ب ع د ہ اور س ہ ج کے بھی برابر تھے۔ تو یہ چاروں مثلث باہم اور پہلے چاروں مثلثوں کے ساتھ بھی برابر ہوئے (ع)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ مترجم

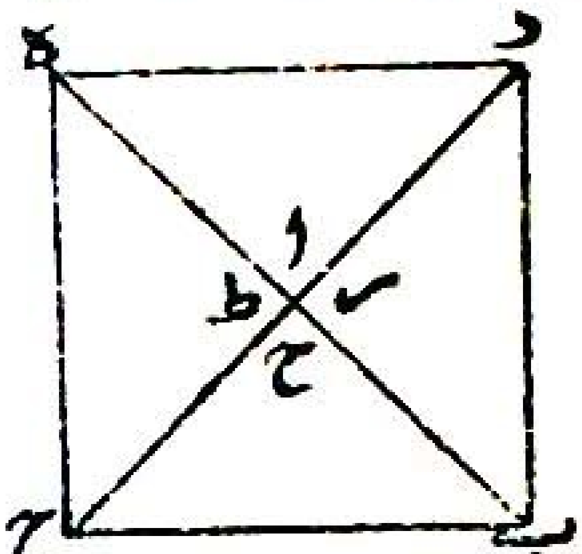
فٹ نوٹ۔ جب ان مثلثوں میں سے ہر ایک کا ایک ایک ضلع اب کے اور دوسرا ضلع ج ا کے برابر اور ہر ایک کا ایک ایک زاویہ قائمہ ہے اور باقی دو دو ملکر ایک ایک قائمے کے برابر ہیں۔ نیز ہر ایک کے تینوں زاویے دوسرے کے تینوں زاویوں میں سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں۔ جیسا کہ ان سب باتوں کا ثبوت پہلے ہو چکا ہے۔ تو اب ظاہر ہے کہ اگر ایک مثلث مثلاً س ب د کو دوسرے مثلث مثلاً اب ج کے مقابل میں اس طرح جوڑ کر رکھ دیں کہ س ب د کا نقطۂ د اب ج کے نقطۂ ج پر اور اس کا نقطۂ ب اس کے نقطۂ ب پر منطبق ہو جائے۔ تو یہ شکل سطح اب فی اج یعنی ایسی متوازی الاضلاع قائم الزوایا شکل بن جائیگی۔ جس کا ایک ضلع اب اور دوسرا ہم پہلو ضلع اج ہوگا۔ کیونکہ جب زاویۂ اب ج اج ب سے ملکر ایک قائمہ ہو جاتا ہے اور زاویۂ س ب د اپنی نظیر زاویۂ اج ب کے برابر ہے۔ تو اب ج س ب د سے ملکر بھی ایک قائمہ ہو جائیگا۔ اسی طرح جب زاویۂ ب ج ا ب ج سے ملکر ایک قائمہ ہو جاتا ہے۔ تو اب ج کے نظیر س د ب سے ملکر بھی ایک قائمہ ہو جائیگا اور دونو مثلثوں کے دونو زاویے ا اور س پہلے ہی سے قائمے ہیں۔ تو اس سطح کے چاروں زاویے قائمے ہو گئے اور اب ظاہر ہے کہ ان دونو مثلثوں کے جوڑنے سے جو شکل حاصل ہوئی ہے وہ متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) ایک ضلع اب اور دوسرا ہم پہلو ضلع اح ہو۔ اسلئے جب ان دو دو مثلثوں کے دونو مجموعوں یعنی چاروں مثلثوں کو مربع د ط میں سے گھٹا دیں۔ تو باقی مربع ب ہ یعنی مربع ب ح (مربع اب + مربع اح) کے برابر رہ جائیگا۔ دوسرے مقالے کی چوتھی شکل سے جس کا یہ دعوے ہے کہ "اگر کسی خط کے دو حصے کیئے جائیں۔ تو اس پورے خط کا مربع اُن دو حصوں کے دو مربعوں۔ اور انہی کے حاصل ضرب کے دوچند کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے"۔ زیر بحث دعوے کا ثبوت صاف ہو جاتا ہے۔ اور جبکہ مذکورۂ بالا شکل کے ثبوت میں شکل زیر بحث کو ذرا بھی تعلق نہیں ہے۔ تو دور لازم آنے کا احتمال بھی نہیں رہتا۔ پھر چونکہ اس صورت اور اس سے پہلی صورت میں اب اور اح کے برابر اور کم و بیش ہونے پر ثبوت میں کسی طرح کا تفاوت اور اختلاف نہیں ہوتا۔ اسلئے ہر صورت میں ایک ہی بیان کافی ہے +

اور اگر اسی صورت میں یعنی جبکہ ال خط متوازی نہ ہو اور صرف وتر ب ح کا مربع بنایا جائے۔ یہ شرط ہو کہ وہ مربع مثلث پر منطبق ہوتا ہوا

مو لفٹ نوٹ۔ جب ضلع ار کے دو حصے اب اور ب ر کر دیئے جائیں جو بہ ترتیب اب اور اح کے برابر ہیں۔ تو پورے ار کا مربع یعنی مربع اط اب ب ر یعنی اب اح کے دو مربعوں اور سطح اب فی اح کے دوچند کے مجموعے کے برابر ہوگا (شٔ مقالہ ۲)۔ لیکن مربع اط میں سے چاروں مثلثوں کا مجموعہ۔ سطح اب فی اح کے دو چند کے برابر ہے جس کا ابھی بیان ہو چکا ہے۔ تو ظاہر ہے کہ مربع اط کا باقی حصہ مربع ب ہ یعنی مربع ب ح (مربع اب + مربع اح) کے برابر ہوگا (دعٌ)۔ اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

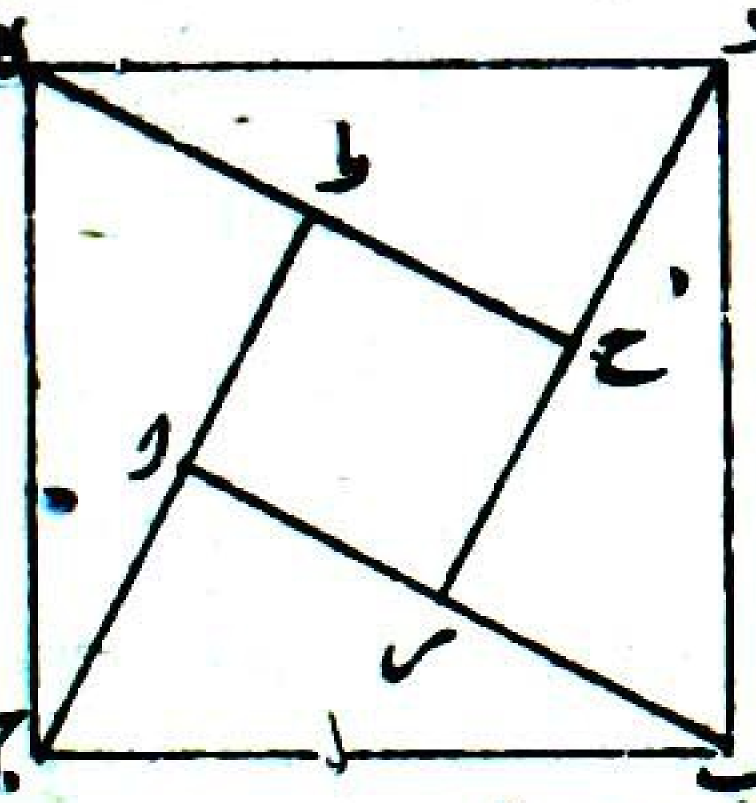
(بقیہ نوٹ صفحہ ۱۰۲) بنی تو ہم نے شرط کے موافق مربع بنا کر ضلع اب پر نقطۂ د سے دز اور اس عمود دز پر نقطۂ ہ سے ہ ح عمود ڈالا اور اج کو ا کی طرف سیدھ میں بڑھا لیا کہ وہ ہ ح سے نقطۂ ط پر مل گیا۔ اب یہ چاروں مثلث اب ج، زب د، ح د ہ اور ط ہ ج برابر ہیں۔



اور ان میں سے کوئی سے دو مثلثوں کا مجموعہ سطح اب فی اج یعنی اس متوازی الاضلاع قائم الزوایا سطح کے برابر ہوگا جس کا ایک ضلع اب اور دوسرا ہم پہلو اج ہو۔ جیسا کہ ابھی معلوم ہو چکا ہے۔ اب اگر اب اور اج برابر ہوں۔ تو یہی سطح اب فی اج درحقیقت اب یا اج کا مربع ہوگی اور اس صورت میں ظاہر ہے کہ چاروں مثلث جو سطح اب فی اج کے دو چند یا (مربع اب + مربع اج) کے برابر ہیں مربع ب ہ یعنی مربع ب ج کے بھی برابر ہیں اور ان مثلثوں کو علاحدہ کر لینے کے بعد مربع ب ج میں کچھ فاضل نہیں رہتا۔ کیونکہ اس صورت میں تینوں نقطے ز ح اور ط ایک ہی نقطۂ ا پر منطبق ہوتے ہیں۔ اور مثلثوں کے علاوہ کوئی

فٹ نوٹ۔ کیونکہ اب اج کے برابر ہونے کی صورت میں دونو زاویئے ب اور ج نصف نصف قائمے ہونگے (فرض و ش۳۲ د ش۵) اور جب یہ دونو زاویئے نصف نصف قائمے ہوئے۔ تو اج اور ب د مربع ب ج کے قطر ہونگے (ش۳۲) اور جب قطر ہوئے۔ تو ضرور نقطۂ د اور ہ پر گزرینگے۔ اب اگر عمود دز نقطۂ ا کے سوا کسی اور نقطے پر منطبق ہو۔ تو ایک مثلث دزا پیدا ہو جائیگا جس کے دونو زاویئے دزا اور دا ز قائمے ہونگے۔ دزا تو اسلئے کہ دز عمود ہے (عل) اور دا ز اسلئے کہ وہ زاویۂ قائمہ ب ا ج کا ہم پہلو ہے۔ اور ایسا ہونا نا ممکن ہے (ش۱۷)۔ اسی طرح اگر عمود ہ ح بھی نقطۂ ا کے سوا کسی اور نقطے پر منطبق ہو۔ تو ایک مثلث ہ ح ا پیدا ہوگا جس کے دونو زاویئے ہ ح ا اور ہ ا ح قائمے ہونگے جو نا ممکن ہے۔ اور جب یہ سارے نقطے ایک دوسرے پر منطبق ہو گئے۔ تو نہ اب اج کو بڑھانے کی ضرورت رہی۔ کیونکہ وہ ہ ح سے ملنے کے لئے بڑھایا جاتا تھا اور وہ بدون بڑھانے کے حاصل ہے اور نہ مثلثوں کے علاوہ کوئی اور شکل پیدا ہو سکتی ہے۔ اور یہی ثابت کرنا تھا۔ مترجم

(بقیۂ نوٹ صفحہ ۱۰۲) شکل پیدا ہی نہیں ہوئی - اور اسلئے مربع ب ج بالکل (مربع اب + مربع ا ج) کے برابر ہوگا - لیکن اگر ا ب اور ا ج کم و بیش ہوں - تو اب سطح ا ب فی ا ج ا ب یا ا ج کا مربع نہیں ہوگی اور نہ چاروں مثلثوں کا مجموعہ (مربع ا ب + مربع ا ج) کے برابر ہوگا - بلکہ اُس صورت میں (مجموعۂ مذکورہ + مربع ح ا) جو مثلثوں کے علاوہ مربع ب ج میں فاضل بچا ہوا ہے (مربع ا ب + مربع ا ج) کے برابر ہوگا[1] - اور اس کا ثبوت دوسرے مقالے کی ساتویں شکل سے بالکل صاف ہو جاتا ہے جس کا یہ دعوٰے ہے کہ کسی پورے خط مثلاً ا ب اور اُس کے کسی ایک حصّے مثلاً ر ب کے دونو مربعے ملکر دوسرے حصے کے مربع اور اس سطح کے دو چند کے مجموعے کے برابر ہوتے ہیں جو اُس پورے خط اور اسی پہلے حصے سے حاصل ہوئی ہو - اور چونکہ مذکورۂ بالا شکل کے ثبوت میں شکل زیر بحث کو کچھ تعلق نہیں ہے - اسلئے دَور لازم آنے کا خیال نہیں ہو سکتا - اور اب اس شکل یعنی شکل عروس کے متعلق یہ ہمارا آخری کلام ہے اور اس کی بابت اس قدر طول صرف اسلئے دیا گیا کہ اس فن میں کافی مشق اور مہارت حاصل ہو - اب ہم پھر اصل کتاب کی طرف توجہ کرتے ہیں[2] + محرر



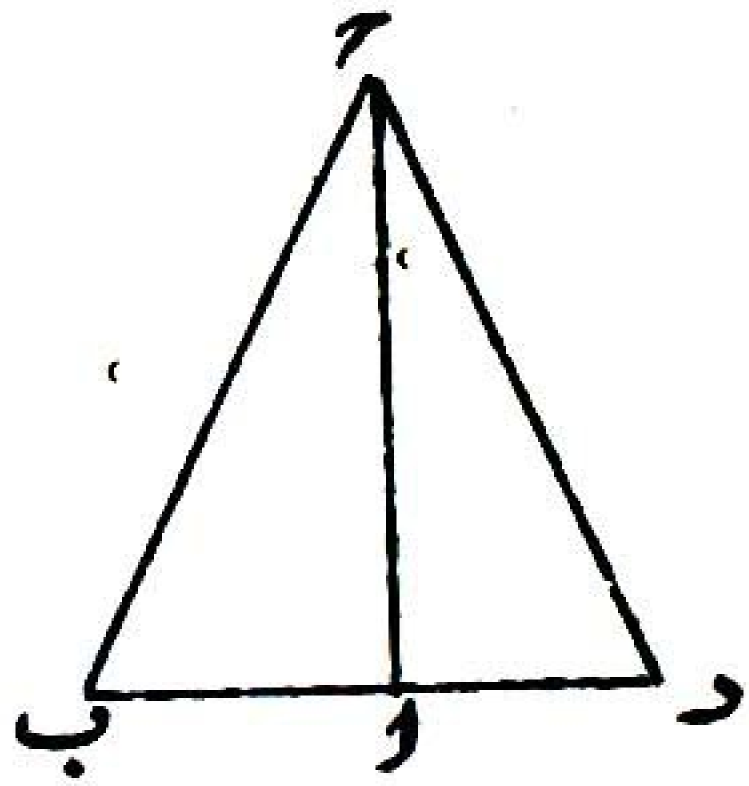
فٹ نوٹ (۱) اگر ضلع ا ب کے ا ر اور ر ب دو حصے کیئے جائیں - تو پورے ا ب اور ر ب کے دونو مربعے ملکر (سطح ا ب فی ر ب کے دو چند + مربع ر ا) کے برابر ہونگے (ش ۷ مقالہ ۲) لیکن (سطح ا ب فی ر ب کا دو چند + مربع ر ا) مربع ب ہ یعنی مربع ب ج کے برابر ہے - تو مربع ا ب اور مربع ر ب ملکر مربع ب ج کے برابر ہونگے (ع) اور جب مثلث ر ب د کا ضلع ر ب مثلث ا ب ج کے ضلع ا ج اپنی نظیر کے برابر ہے - تو ثابت ہو گیا کہ مربع ب ج (مربع ا ب + مربع ا ج) کے برابر ہے - اور یہی ثابت کرنا تھا + مترجم

فٹ نوٹ (۲) محقق محرر کا نوٹ متعلقہ شکل ۴۷ جو صفحہ ۱۰۲ سے شروع ہوا تھا - یہاں آکر تمام ہوا + مترجم

(۴۸) شکل نظری

دعوےٰ - جب کسی مثلث کے ایک ضلع کا مربع باقی دو ضلعوں کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہو - تو پہلے ضلعے کے مقابل کا زاویہ قائمہ ہوگا -

تصویر - مثلث ا ب ج کے ضلع ب ج کا مربع (مربع ا ب + مربع ا ج) کے برابر ہو - تو زاویۂ ب ا ج قائمہ ہوگا - ا ج کے نقطۂ ا سے ایک عمود ا د نکالا (ش ۱۱) - پھر ا د میں سے ا ب کے برابر کاٹ لیا (ش ۳) - اور ج د میں خط ملا دیا -



ثبوت - د ج اور ج ب کے مربعے باہم برابر ہیں - کیونکہ ان میں سے ہر ایک کا مربع (مربع ا ج + مربع ا ب یا مربع ا د) کے برابر ہے - اس لئے کہ جب زاویۂ د ا ج قائمہ ہے (عمل) تو مربع د ج (مربع د ا + مربع ا ج) کے برابر ہوگا (ش ۴۷) اور مربع ب ج کا (مربع ا ب یا ا د + مربع ا ج) کے برابر ہونا فرض ہی کیا ہے - اور جب ان دونو یعنی د ج اور ج ب کے مربعے (مربع ا ب یا ا د + مربع ا ج) کے برابر ہوئے - تو خود د ج اور ج ب بھی برابر ہوگئے - اور جب دو مثلثوں ا د ج کے تینوں ضلعے ا د د ج اور ا ج بہ ترتیب مثلث ا ب ج کے ضلعوں ا ب ب ج اور ا ج کے برابر ہوئے - تو ان دونو مثلثوں کے زاویئے بھی اپنی اپنی نظیر کے اور خاص زاویۂ ب ا ج اپنی نظیر زاویۂ قائمہ د ا ج کے برابر ہوگا (ش ۸)

اور جب ب ا ح زاویے قائمے کے برابر ہؤا۔ تو خود بھی قائمہ ہوگا (ص)
اور یہی ثابت کرنا تھا ÷

التماس

ترجمہ کرنے۔ پروفوں کے دیکھنے یا اور کسی قسم کی وضع و ترتیب میں جو غلطیاں ہم سے ہوئی ہوں اور بیشک ہوئی ہونگی۔ اُن سے چشم پوشی کرنے اور اُن پر ناصحانہ اطلاع دینے کی ہم دیکھنے والے معزز فاضلوں سے پوری امید کرتے ہیں۔ نیز ہم وعدہ کرتے ہیں کہ علم دوست پبلک کی قدردانی اور حوصلہ افزائی کی صورت میں جس کی کافی توقع ہو سکتی ہے عربی اقلیدس کے باقی چودہ مقالوں کا بھی سلسلے وار اسی طرح ترجمہ شائع کیا جائیگا۔ و ما توفیقی الا باللہ علیہ توکلت و الیہ اُنیب + مترجم

اشتہارات

یہ کتابیں مفصلۂ ذیل پتہ سے بذریعہ ویلیو پے ایبل
پارسل یا نقد قیمت پر مل سکتی ہیں:-

دیوان ابو العتاہیہ - علمِ ادب کے مشتاق اور زبانِ عرب کے قدر شناسوں کو مژدہ ہو کہ دیوان ابو العتاہیہ جو بلحاظ حُسنِ مضامین رشاقتِ نظم - جزالت الفاظ - صفائی بیان اور سلاست تراکیب کے دنیا بھر میں ضرب المثل اور اپنا آپ نظیر ہے - نہایت خوشخطی اور کامل صحت و صفائی کے ساتھ ڈمائی کاغذ پر جناب مولوی مفتی محمد عبد اللہ اول مدرس مدرسۂ عالیہ لاہور کی تصحیح سے سرکاری کتابوں کی چھوٹی تقطیع پر پورے ۲۸۰ صفحوں میں چھپ کر تیار ہو گیا ہے - اس دیوان کا مؤلف اسماعیل بن القاسم دوسری صدی ہجری کا نہایت مشہور اور مستند شاعر ہے - یہ دیوان پند و نصائح کا ایک زرریز ذخیرہ اور فصاحت و بلاغت کا ایک پُر جواہر خزینہ ہے - مشتاق چلیں اور اس گلشن معانی کی بہار دیکھیں - صرف رفاہِ عام کے خیال سے قیمت بھی نہایت کم رکھی گئی ہے - ۱۲/

عجالۃ الراکب فی امتناع کذب الواجب - اس رسالہ میں مؤلف علام جناب مولوی مفتی محمد عبد اللہ اول مدرس عربی مدرسۂ عالیہ لاہور نے ذات باری جل شانہ کا کذب و دروغ سے بالکل پاک اور مقدس ہونا بڑی پُر زور دلیلوں سے بیان کیا ہے اور اُن تقریروں کا جن سے اُس کے پاک کلام کے روشن چہرے پر کذب کے امکان و احتمال کا بدنما دھبہ لگانے میں کوشش کی جاتی ہے نہایت متانت سے قلع و استیصال فرمایا ہے - یہ رسالہ صرف مذہبی حیثیت ہی سے مفید نہیں بلکہ فلسفہ اور منطق کے بعض

ست باریک اور پیچیدہ مسئلوں کی بھی اس میں مناسب توضیح و تشریح کی گئی ہے جو
اس فن کے شائقین کے لئے نہایت مفید اور دل چسپ ہے۔ علاوہ حسن مضامین
کے چھاپہ اور کاغذ کی خوبی کا بھی بہت لحاظ رکھا گیا ہے۔ ناظرین ضرور ملاحظہ فرمائیں
اور اس نوشگفتہ پھول سے اپنے دل و دماغ کو تازہ کریں۔ قیمت ۳ر

مُسدّس ناظم۔ یہ ایک چھوٹی سی اُردو نظم ہے جس میں مولوی مفتی محمد عبداللہ صاحب
ٹونکی نے مسلمانوں کی ترقی و تنزل کا ایک دلچسپ خاکہ کھینچا ہے۔ قیمت ۲ر

ہدیہ سعیدیہ۔ قیمت ۱۲ر

شرح ہدایۃ الحکمت۔ از مولانا مولوی عبدالحق خیرآبادی۔ قیمت ۸ر

افق المبین قلمی۔ قیمت ۵ر

حدائق البلاغت۔ قیمت ۶ر

تنزیہ الرحمٰن عن شائبۃ الکذب والنقصان۔ مؤلفہ مولانا مولوی حافظ احمد حسن
مدرس اعلےٰ مدرسہ فیض عام کانپور۔ قیمت ۸ر

مختصر العروض۔ مولفہ مولوی محمد شعیب صاحب اسسٹنٹ پروفیسر اورینٹل کالج
لاہور۔ قیمت ۳ر

اخلاق جلالی حصہ سیاست مدن کا خلاصہ اُردو مولفہ ایضاً۔ قیمت ۲ر

ڈاک کا خرچ ہر صورت میں بذمہ خریدار۔ زاید نسخوں کے خریدار سے مناسب حال رعایت

المشتہر

محمد انوار الحق عفا اللہ عنہ
کوچہ جوگیاں۔ بازار حکیماں بھاٹی دروازہ۔ لاہور